С 11 февраля

в СУНЦ для учеников всех классов начнется

НЕСТАНДАРТНАЯ ОЛИМПИАДА
по математике

Победителей и призеров ждут ценные призы!

Правила и особенности олимпиады:

1. На сайте СУНЦ и на стенде у кафедры математики будет представлена группа задач, на решение которых дается время от 11 февраля до 14 марта.
2. Для всех классов задачи одинаковые.
3. При решении задач можно пользоваться книгами и интернетом.
4. В решении задач можно опираться не только на пройденный материал, но и на теоремы из научной литературы (в этом случае полностью записываем в решении использованную теорему, и делаем ссылку на источник).
5. Работы с решениями сдаются на кафедру математики до 14 марта (14 марта работы уже не принимаются). ЗАМЕТКА: для 9–11 классов работа принимается, если в ней не менее 2 решенных задач.
6. Ко 2 апреля на стенде у кафедры математики будут представлены результаты олимпиады.
7. В СУНЦ 7–8 апреля будет разбор решения задач олимпиады. О времени и месте будет объявлено дополнительно.

Задачи олимпиады см. ниже в этом файле

Задачи

1. Дана прямая g и точка $P \notin g$. С помощью циркуля и линейки построить вписанный четырехугольник $ABCD$, чтобы основания перпендикуляров, опущенных из точки P на стороны четырехугольника $ABCD$ или на их продолжения, лежали на прямой g.

2. Дан квадрат, площадь которого равна 1. Внутри него расположены 4 равных треугольника так, что:

– никакие два из них не имеют общей внутренней точки (не накладываются друг на друга, но могут иметь общие граничные точки по сторонам и вершинам);

– треугольники не могут менять своего положения, не выходя за рамки квадрата и не накладываясь друг на друга, и они сохраняют это свойство, даже если убирается любой из них.

Может ли при каком-то решении суммарная площадь всех четырех треугольников быть меньше чем: А) $\frac{2}{5}$? Б) $\frac{1}{32}$? (Ответ доказать)

3. Построить многоугольник, который не имеет ни центральной, ни осевой, ни поворотной симметрии (*поворотная симметрия* – симметрия фигуры, если она совпадает с собой при повороте вокруг некоторой оси на угол, равный 360°/n, где n – рациональное число) и при этом обладает таким свойством: его можно двумя способами разрезать на два неравных, но подобных многоугольника.

(Необходимо представить чертеж такого многоугольника и доказать, что обладает такими свойствами)

4. Можно ли на плоскости расположить 8 точек и 8 равных окружностей, чтобы через каждую точку проходили 4 из этих окружностей, и на каждой окружности лежало 4 из построенных точек?

Если ответ «Да», то укажите как они строятся, если ответ «Нет», то докажите это.

5. Можно ли на плоскости построить три четырехугольника $A_1A_2A_3A_4$, $B_1B_2B_3B_4$ и $C_1C_2C_3C_4$, чтобы никакие их вершины не совпадали и любая прямая, соединяющая произвольную вершину одного четырехугольника с произвольной вершиной другого, обязательно проходила и через какую-либо вершину третьего четырехугольника.

Если ответ «Да», то напишите способ построения, если ответ «Нет», то докажите это.