ВСТУПИТЕЛЬНЫЙ ЭКЗАМЕН ПО ФИЗИКЕ

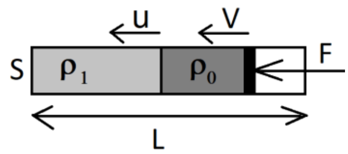
9 класс

Физико-математический профиль

23 апреля 2022 года

ВОЗМОЖНЫЕ РЕШЕНИЯ и КРИТЕРИИ ПРОВЕРКИ

1. **«Пористый песок».** Мокрый песок «залили» в гладкую трубу длиной L и поперечным сечением S, закрытую с другого конца лёгким поршнем, который может без трения скользить по этой трубе. Когда вода полностью высохла, образовалось множество пор, в которых раньше была вода, и песок приобрёл пористую структуру плотностью ρ_1. Когда начали равномерно двигать поршень со скоростью V, песок перед поршнем начал утрамбовываться до плотности ρ_0 и без трения двигаться по трубе вместе с поршнем, при этом пористый песок остаётся всё время неподвижным. Граница утрамбованного песка и пористого всегда лежит в поперечном сечении трубы. **Все ответы выражайте только через L, S, ρ_1, ρ_0, V и числовые коэффициенты.**



1.1 Чему равен объем трубы?

1.2 Чему равна масса песка в начальный момент времени?

1.3 Какое расстояние пройдёт поршень к моменту времени, когда песок начнёт высыпаться из трубы?

1.4 Если считать, что вся механическая работа A силы F, действующей на поршень, идёт на увеличение кинетической энергии песка, то чему равна эта совершенная работа A к моменту времени, когда песок начнёт высыпаться?

1.5 Чему равна сила, действующая на поршень? Считайте, что в процессе перемещения поршня и совершения работы A сила была постоянная.

1.6 Через сколько времени после начала движения поршня песок начнёт высыпаться из трубы?

1.7 С какой скоростью u движется граница между утрамбованным и пористым песком?

<u>Возможное решение</u>:

1.1 Объем V=L*S **(1 балл)**

1.2 Масса песка в начальный момент $M = \rho_1 V = \rho_1 LS$ **(1 балл)**

1.3 Песок начнёт высыпаться, когда песок полностью утрамбован **(1 балл)**. До этого песок не высыпался, следовательно, масса песка в трубе к этому моменту времени не поменялась. M/ρ_0 – объем полностью утрамбованного песка, $M/(\rho_0 S)$ – длина утрамбованного песка. Следовательно,

$X=L- M/(\rho_0 S)$, где X расстояние, которое прошёл поршень к этому моменту времени. Подставим массу песка и получим ответ: $X = L- \rho_1 LS /(\rho_0 S)$ или $X = (1- \rho_1/\rho_0)L$ **(1 балла)**

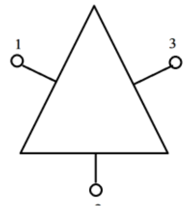
1.4 В начальный момент времени песок покоился, кинетическая энергия его равна нулю. Когда утрамбованный песок начал высыпаться, вся масса песка движется со скоростью поршня V, поэтому кинетическая энергия движущегося утрамбованного песка равна $MV^2/2$. Так как мы считаем, что вся механическая работа A силы F, действующей на поршень, идёт на увеличение кинетической энергии песка, то эта совершенная работа A к моменту времени, когда песок начнёт высыпаться, равна $A = MV^2/2 = \rho_1 LSV^2/2$ **(1 балл)**

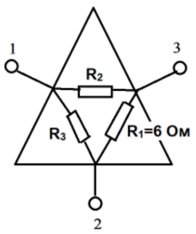
1.5 Так как мы считаем, что в процессе перемещения поршня и совершения работы A сила была постоянной, то можно использовать формулу $A=FX \Rightarrow F = A/X$ **(1 балл)**.
$F= \rho_1 SV^2/(2(1- \rho_1/\rho_0)) = \rho_0\rho_1 SV^2/(2(\rho_0- \rho_1))$ **(1 балл)**

1.6 $X = (1- \rho_1/\rho_0)L$ – расстояние, которое должен пройти поршень, чтобы весь песок утрамбовался и начал высыпаться из трубы. А так как поршень движется со скоростью V, следовательно, время, за которое поршень пройдёт расстояние X, равно: $t = X/V = (\rho_0- \rho_1)L/ (V\rho_0)$ **(1 балл)**

1.7 Песок начинает высыпаться, когда весь песок становится утрамбованным, иными словами, граница между утрамбованным и пористым песком доходит до конца трубы (проходит расстояние L), а это происходит за время $t= (\rho_0- \rho_1)L/ (V\rho_0)$. Следовательно, скорость границы между утрамбованным и пористым песком равна $u = L/t = V\rho_0/(\rho_0- \rho_1)$ **(2 балла)**

2 **«Серый ящик».** Дан ящик с тремя выводами. Известно, что внутри ящика находится схема, составленная из трех резисторов. Одного известного резистора R_1=6 Ом и двух неизвестных резисторов R_2 и R_3. Подключим источник напряжения U_0 = 15 В к выводам 1 и 3 (подключение №1), а после этого измерим с помощью идеального вольтметра напряжение между оставшимися выводами, получим: напряжение между выводами 1 и 2 равно U_{12} = 6В, а напряжение между выводами 2 и 3 равно U_{23} = 9В. Если источник напряжения подключить к выводам 2 и 3 (подключение №2), то между выводами 2 и 1 будет напряжение V_{21} = 10В, а между выводами 1 и 3 будет напряжение V_{13} = 5В. Назовём подключением №3, подключение источника к выводам 1 и 2.





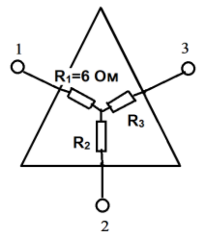
Предположение «треугольник». Предположим, что внутри резисторы составлены треугольником, как показано на рисунке.

2.1 По каким резисторам побежит одинаковый ток при подключении №1

2.2 Чему равен этот ток (из пункта а)?

2.3 Чему равно сопротивление резистора R_3?

2.4 Аналогично рассмотрите подключение №2. Чему равно сопротивление резистора R_2?



2.5 Какие напряжения будет показывать вольтметр между выводами 1,3 и 2,3 при подключении №3?

Предположение «звезда». Предположим, что внутри резисторы составлены звездой, как показано на рисунке.

2.6 Чему равно сопротивление резисторов R_3 и R_2?

2.7 Какие напряжения будет показывать вольтметр между выводами 1,3 и 2,3 при подключении №3?

2.8 **Вывод:** как с помощью источника напряжения и идеального вольтметра распознать, какая схема «звезда» или «треугольник» собрана в «сером ящике»?

Возможное решение:

2.1 «Треугольник». Так как вольтметры идеальны, ток через них не бежит, а следовательно, и через вывод 2 ток ответвляться не будет, поэтому через резистор R_3 и R_1 побежит одинаковый ток **(1 балл)**.

2.2 Напряжение на R_1 = 6 Ом при подключении №1 равно U_{23} = 9В. Поэтому ток равен $I_{31} = U_{23}/ R_1 = 9/6 = 1{,}5$ А **(1 балл)**.

2.3 Напряжение на R_3 при подключении №1 равно U_{12} = 6В, а ток через этот резистор равен I_{31} = 1,5 А. Значит, сопротивление резистора $R_3 = U_{12}/ I_{31} = 6/1{,}5 = 4$ Ом **(1 балл)**.

2.4 При подключении № 2 равные токи у резисторов R_3 и R_2, при этом напряжение V_{21} = 10В на уже известном резисторе R_3 = 4 Ом, поэтому ток $I_{32} = V_{21}/ R_3 = 10/4 = 2{,}5$ А. А так как напряжение на R_2 равно V_{13} = 5В, то сопротивление $R_2 = V_{13}/ I_{32} = 5/2{,}5 = 2$ Ом **(1 балл)**.

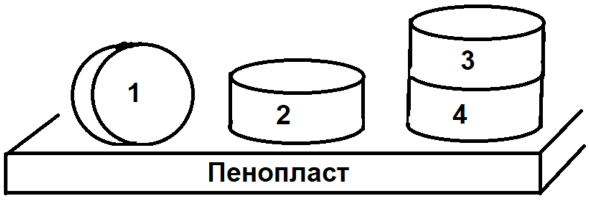
2.5 При подключении № 3 резисторы R_1 и R_2 соединены последовательно, поэтому их общее сопротивление равно $R_{12} = R_1 + R_2 = 6+2 = 8$ Ом, а следовательно, ток, текущий через них, равен $I_{12} = U_0/R_{12} = 15/8 = 1,875$ А . Напряжение между 1 и 3 равно 1,875*2=3,75В **(1 балл)**, а напряжение между 2 и 3 равно 1,875*6 = 11,25 В **(1 балл)**

2.6 «Звезда». При подключении №1 ток через R_2 не течёт. Ток через R_1 равен $U_{12}/ R_1 = 6/6 = 1$ А. Поэтому сопротивление $R_3 = U_{23} / I = 9/1 = 9$ Ом **(1 балл)**. При подключении № 2 ток через R_3 равен $V_{13}/ R_3 = 5/9$ А, поэтому, сопротивление $R_2 = V_{21}/ I = 10 / (5/9) = 18$ Ом **(1 балл)**.

2.7 При подключении № 3 резисторы R_1 и R_2 соединены последовательно, поэтому их общее сопротивление равно $R_{12} = R_1 + R_2 = 6+18 = 24$ Ом, а следовательно, ток, текущий через них, равен $I_{12} = U_0/R_{12} = 15/24 = 0,625$ А. Напряжение между 1 и 3 равно 0,625*6=3,75В **(0,5 балла)**, а напряжение между 2 и 3 равно 0,625*18 = 11,25 В **(0,5 балла)**.

2.8 Вывод: с помощью источника напряжения и идеального вольтметра отличить «звезду» от «треугольника» невозможно, обе схемы полностью эквивалентны до тех пор, пока не будет вскрыт «серый ящик» **(1 балл)**

3 В хорошо проветриваемом помещении на жёстком гладком толстом куске из пенопласта находятся четыре банки цилиндрической формы из алюминия со льдом внутри (консервы). Радиус крышки консервной банки равен её высоте. Первая банка лежит на боковой поверхности (крышки расположены вертикально) и обдувается воздухом со всех сторон, вторая стоит отдельно, а третья банка стоит на четвертой (см. рис.). Известно, что в первой банке лёд полностью растаял за 15 минут. Начальная температура внутри каждой банки 0^0C. Считайте, что температура внутри каждой банки по всему объёму одинакова, а пенопласт совсем не пропускает теплоту. Количество теплоты Q, поступившее в банку с обдуваемой воздухом площадью S за время t при теплообмене, определяется формулой: $Q=\alpha S(T_{окр} - T_{банки})t$, где α – некая постоянная величина, не зависящая от площади и температуры. Площадь круга $S=\pi R^2$, длина окружности $2\pi R$, где π = 3,14.



3.1 В какой банке раньше всего полностью растает лед? Почему?

3.2 Почему в 3 и 4 банке лёд растает одновременно?

3.3 Напишите уравнение процесса описывающего таянье льда?

3.4 Чему равно время, за которое полностью растает лёд во второй банке?

3.5 Чему равно время, за которое полностью растает лёд в 3 и 4 банке?

Возможное решение:

3.1 Выразим α, $\alpha = Q/(S(T_{окр} - T_{банки})t)$, значит, размерность Дж/(м^2 с ^{0}C) **(1 балл)**

в 1 банке. Так как банка обдувается тёплым воздухом со всех сторон **(1 балл)**.

3.2 Так как алюминий хорошо проводит тепло (высокая теплопроводность) **(1 балл)**.

3.3 $\lambda m=\alpha S(T_{окр} - T_{банки})t$ **(1 балл)**

3.4 Площадь крышки $S=\pi R^2$, площадь боковой поверхности банки= 2S, так как развёртка боковой поверхности представляет собой прямоугольник, а значит, площадь прямоугольника равна $R*2\pi R$, что в два раза больше площади крышки. Так как банка №1 обдувается со всех сторон, то площадь обдува 4S, а следовательно, уравнение для банки №1: $\lambda m=\alpha 4S(T_{окр} - T_{банки})t_1$ **(1 балл)**. У банки №2 не обдувается дно, так как оно лежит на пенопласте, а следовательно, площадь обдува 3S и уравнение для банки №2: $\lambda m=\alpha 3S(T_{окр} - T_{банки})t_2$ **(1 балл)**. Приравняем уравнения и найдём: $t_2 = 4t_1/3 = 4*15/3 = 20$ мин **(1 балл)**

3.5 Площадь обдува для 3 и 4 банки состоит из двух боковых поверхностей и одной крышки: 2*2S+S = 5S **(1 балл)**.

Масса льда равна 2m, поэтому уравнение для банок 3 и 4:

$\lambda *2m=\alpha 5S(T_{окр} - T_{банки})t_3$ **(1 балл)** подставим в уравнение для банки №1 и получим: $t_3 = 8t_1/5 = 8*15/5 = 24$ мин **(1 балл)**.

4 Бильярдный шар свободно падает с очень большой высоты, через некоторое время его скорость практически перестаёт меняться. Радиус шара R = 68 мм. Масса шара M = 285 граммов, плотность воздуха ρ=1 кг/м^3. Ускорение свободного падения g = 9,81 м/с^2. Сила сопротивления воздуха зависит от скорости шара v в воздухе, плотности воздуха ρ, радиуса шара R и считается по формуле: $F = 0{,}7\rho^a R^b v^c$, где степени a, b, c – некоторые числа.

4.1 Почему скорость шара перестаёт меняться?

4.2 Выразите размерность силы через основные единицы системы СИ (килограммы, метры, секунды).

4.3 Уравнивая основные единицы системы СИ, определите степенные числа a, b, c.

4.4 Определите максимальную скорость свободно падающего бильярдного шара в общем виде (**только через ρ, g, R, M и числовые коэффициенты**).

4.5 Найдите численное значение максимальной скорости.

4.6 Какая максимальная скорость установилась бы у такого же по размерам стального свободно падающего шара? Плотность стали 7800 кг/м^3.

<u>Возможное решение</u>:

4.1 Сила тяжести Mg постоянная, а сила трения о воздух растёт со скоростью. Как только сила трения сравняется по величине с силой тяжести, они уравновесят друг друга и скорость перестанет в дальнейшем расти, достигнув своего максимального значения **(1 балл)**.

4.2 Рассмотрим силу тяжести: F=Mg. Где размерности: [F] = Н, [M]=кг, [g]=м/с^2. Значит, Н = кг*м/с^2 **(1 балл)**

4.3 [ρ] = кг/м^3, [R] = м, [v] = м/с. В формуле $F = 0{,}7\rho^a R^b v^c$ заменим физические величины их размерностями и сбалансируем размерности, чтобы с двух сторон уравнения оказались одинаковые размерности: кг*м/с^2 = (кг/м^3)^a (м)^b (м/с)^c. Килограммы встречаются только в плотности, следовательно, a=1 **(1 балл)**. Секунды встречаются только в скорости, поэтому c=2 **(1 балл)**, после этого заметим, что м = (м)^b м^2/м^3, следовательно, b = 2**(1 балл)**.

4.4 Запишем равенство силы трения и силы тяжести: $Mg = 0{,}7\rho R^2 v^2$, выразим скорость:

$$v = \sqrt{\frac{Mg}{0{,}7\rho\, R^2}}$$ **(1 балл)**

4.5 $$v = \sqrt{\frac{Mg}{0{,}7\rho\, R^2}} = \sqrt{\frac{0{,}285*9{,}81}{0{,}7*1*\,0{,}068^2}}$$=29,4 м/с **(1 балл)**

4.6 Масса стального шара считается по формуле: $M = \rho_{\text{стали}} * \frac{4}{3} * \pi * R^3$ **(1 балл)**

$$v = \sqrt{\frac{\rho_{\text{стали}}*\frac{4}{3}*\pi*R^3 g}{0{,}7\rho\, R^2}} = \sqrt{\frac{\rho_{\text{стали}}*\frac{4}{3}*\pi*R*g}{0{,}7\rho}}$$ **(1 балл)**

$$v = \sqrt{\frac{\rho_{\text{стали}}*\frac{4}{3}*\pi*R*g}{0{,}7\rho}} = \sqrt{\frac{7800*\frac{4}{3}*3{,}14*0{,}068*9{,}81}{0{,}7*1}}$$ =176,4 м/с **(1 балл)**

5 Два невесомых поршня, соединённых невесомой пружиной жёсткостью k, находятся в вертикально расположенных цилиндрах, площади сечений которых S и 3S. Всё пространство между поршнями заполнено водой плотностью ρ. Нижний поршень (площадью S) в начальном состоянии поддерживается так, что пружина не деформирована, и её длина при этом равна L (Рис. 1). Затем нижний поршень площадью S отпускают, и оба поршня опускаются до положения равновесия (Рис. 2). Считайте, что атмосферное давление отсутствует. **Все ответы выражайте только через k, S, L, ρ, g, X и числовые коэффициенты.**

5.1 Определите объем воды между поршнями.

5.2 Если верхний поршень опустился на X, то насколько опустится нижний поршень? Считайте воду несжимаемой жидкостью.

5.3 Чему равна сила упругости пружины в момент времени, когда верхний поршень опустился на X? И куда сила упругости направлена при действии на верхний и нижний поршень?

5.4 Чему равно давление воды $P_{верх}$ под верхним поршнем площадью 3S в момент времени, когда верхний поршень опустился на X и находится в равновесии?

5.5 С помощью формулы $P_{ниж} - P_{верх} = \rho gh$ найдите, чему равно давление воды на нижний поршень площадью S.

5.6 Рассмотрите равновесие нижнего поршня площадью S и найдите X, при котором наступит равновесие всей системы.

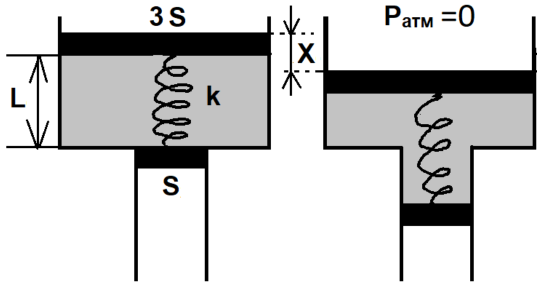


Рис. 1 Рис. 2

<u>Возможное решение</u>:

5.1 Объем воды V = 3SL **(1 балл)**

5.2 Так как считаем воду несжимаемой жидкостью, то её объем сохраняется. Значит, на сколько уменьшился объем в большом цилиндре, на столько увеличился объем в маленьком цилиндре. 3SX=SY, где Y - на сколько сместился поршень в маленьком цилиндре. Y=3X **(1 балл)**

5.3 Сила упругости равна F=k(Y-X) = k(3X-X)=2kX **(1 балл)**. Направлена вниз при действии на верхний поршень и вниз при действии на нижний поршень **(1 балл).**

5.4 Так как верхний поршень находится в равновесии, следовательно, сила давления со стороны воды уравновешивает силу упругости со стороны пружины. $P_{верх}$ 3S = 2kX.
Следовательно, $P_{верх}$ = 2kX/(3S) **(1 балл)**

5.5 С помощью формулы $P_{ниж} - P_{верх} = \rho gh$, где h=L-X+Y = L+2X **(1 балл)**.
Следовательно, $P_{ниж} = P_{верх} + \rho g(L+2X)$ или $P_{ниж} = 2kX/(3S) + \rho g(L+2X)$ или $P_{ниж} = 2*(k/(3S) + \rho g)*X + \rho gL$ **(1 балл)**

5.6 Так как нижний поршень находится в равновесии, следовательно, сила давления со стороны воды уравновешивает силу упругости со стороны пружины. $P_{ниж} S = 2kX$.

Следовательно, $P_{ниж} = 2kX/S$ **(1 балл)**.

Подставим $P_{ниж}$ и получим: $2kX/S = 2*(k/(3S) + \rho g)*X + \rho gL$ **(1 балл)** => $2*(2k/(3S) - \rho g)*X = \rho gL$ =>

$$X = \frac{\rho g L}{\frac{4k}{3S} - 2\rho g}$$ **(1 балл)**