



**Уральский
федеральный
университет**

имени первого Президента
России Б.Н.Ельцина

Специализированный
учебно-научный центр

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации

Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования «Уральский федеральный университет имени первого Президента России Б.Н. Ельцина» (УрФУ)

СПЕЦИАЛИЗИРОВАННЫЙ УЧЕБНО-НАУЧНЫЙ ЦЕНТР

УТВЕРЖДАЮ

заместитель директора по образовательной
деятельности, по организации приёма
и довузовскому образованию



Е. С. Авраменко

2025 г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ПО ПРЕДМЕТУ

«Геометрия Мора-Маскерони»

**10 класс, профильный уровень
Математический профиль**

Срок реализации 1 семестр

РАССМОТРЕНО

на заседании кафедры математики

Протокол № 5 от «30» мая 2025 г.

РЕКОМЕНДОВАНО

Ученым советом СУНЦ УрФУ

Протокол № 6 от «19» июня 2025 г.

СОГЛАСОВАНО

Директор СУНЦ УрФУ

Академический директор СУНЦ УрФУ

Л. Е. Манылова

М. С. Рябцев

Екатеринбург, 2025

1. Пояснительная записка

Программа составлена на основе:

федерального государственного образовательного стандарта среднего (полного) общего образования, утвержденного приказом Минобрнауки России от 17.05.2012 № 413 в редакции приказа Минпросвещения России от 12.08.2022 № 732;

федеральной образовательной программы среднего общего образования, утвержденной приказом Минпросвещения России от 18.05.2023 № 371;

федерального перечня электронных образовательных ресурсов, допущенных к использованию при реализации имеющих государственную аккредитацию образовательных программ начального общего, основного общего, среднего общего образования, утвержденного приказом Минпросвещения России от 02.08.2022 № 653.

Нормативный срок освоения программы — 18 учебных недель по 1 учебному часу в неделю, всего 18 учебных часов.

Специфика программы: программа учитывает специфику Специализированного учебно-научного центра Уральского федерального университета (далее — СУНЦ УрФУ) и традиций преподавания математики в нём. Программа дополняет программу предмета «Математика: геометрия» на профильном уровне для математических классов СУНЦ.

Цели и задачи программы: в соответствии с целью и задачами СУНЦ основной целью изучения факультативного курса «Геометрия Мора-Маскерони» на профильном уровне является создание условий для творческого математического развития учащихся, проявляющих способности к математике.

Задачами изучения предмета являются:

1) формирование представлений о геометрических преобразованиях плоскости, современному подходу в изучении геометрии с точки зрения групп геометрических преобразований;

2) овладение устным и письменным математическим языком, первоначальными математическими знаниями и умениями, необходимыми для изучения современной геометрической теории, а также для успешного обучения по избранной специализации;

3) развитие логического мышления, алгоритмической культуры, развитие математического мышления и интуиции, творческих способностей на уровне, необходимом для продолжения образования и для самостоятельной деятельности в различных областях математики, прежде всего, в геометрии и топологии.

2. Содержание курса

№	Наименование темы	Содержание обучения
Модуль: Геометрия Мора-Маскерони		
1	Инверсия	Добавление к плоскости бесконечно удаленной точки. Построение образа точки при инверсии с помощью циркуля и линейки и с помощью одного циркуля. Образы прямых при инверсии в зависимости от расположения прямых относительно центра инверсии. Образы окружностей при инверсии и построение их с помощью стандартных наборов геометрических инструментов. Инвариантность величины угла при инверсии. Формула изменения расстояния при инверсии
2	Отношение четырех точек	Инвариантность отношения четырех точек при инверсии. Окружность Аполлония. Теорема Эйлера о вычислении расстояния между центрами вписанной и описанной окружностей произвольного треугольника
3	Построение одним циркулем	Геометрия Мора-Маскерони. Доказательство основного утверждения этой геометрии о возможности сведения построений с помощью циркуля и линейки к построениям с использованием одного циркуля
4	Геометрия Аполлония	Решения различных задач геометрии Аполлония о проведении касательных окружностей
5	Арбелос	Основной цикл задач и утверждений, связанных с этой геометрической фигурой. Две теоремы Паппа, теорема Аполлония и лемма Архимеда
6	Теорема Фейербаха и поризм Штейнера	Вневписанная окружность треугольника, основные свойства. Прямая Эйлера и окружность Эйлера (окружность девяти точек), свойства этих геометрических фигур. Теорема Фейербаха. Степень точки относительно окружности, радикальная ось двух неконцентрических окружностей. Поризм Штейнера

Перечень рекомендуемых методических материалов, литературы, Интернет-ресурсов	Основная литература 1. <i>Ануфриенко С.А.</i> Геометрия 10 : учеб. пособие — Екатеринбург: Университет. Изд-во, 2021. 2. <i>Понарин Я. П.</i> Элементарная геометрия: в 3 т. — М.: МЦНМО, 2003–2009. 3. <i>Прасолов В. В.</i> Задачи по планиметрии: в 2 ч. — М.: МЦНМО, 2006. 4. <i>Шарыгин И. Ф.</i> Математика: Решение задач: 10 класс. — М.: Просвещение, 2007. 5. <i>Шарыгин И. Ф.</i> Математика: Решение задач: 11 класс. — М.: Просвещение, 2007. Дополнительная литература 6. <i>Ануфриенко С. А. и др.</i> Сборник задач геометрии / СУНЦ УрГУ. — Екатеринбург, 2019. 7. <i>Задачи</i> / Московский центр непрерывного математического образования; ГОУ города Москвы ЦО № 57 «Пятьдесят седьмая школа» [Электронный ресурс] — URL: http://problems.ru (дата обращения: 19.05.2025). 8. <i>Решу ЕГЭ: Математика</i> / Д. Гуцин [Электронный ресурс] — URL: http:// ege.sdmgia.ru (дата обращения: 08.05.2025). <i>Сайт Александра Ларина [Электронный ресурс] — URL: http://alexlarin.net (дата обращения: 08.05.2025).</i>
---	--

3. Планируемые результаты освоения программы

У обучающегося будут сформированы следующие **предметные результаты**:

- 1) Сформированность представлений об инверсии как о преобразовании расширенной плоскости;
- 2) знание основных свойств инверсии и ее инвариантов;
- 3) умение строить образы точек и фигур при инверсии с помощью различных наборов инструментов;
- 4) знать формулу изменения расстояния при инверсии и уметь применять ее в решении задач;
- 5) использование свойств инверсии при решении геометрических задач на доказательство;
- 6) сформированность системы понятий, связанных с группой геометрических преобразований;
- 7) умение использовать свойства инверсии при определении и построении окружностей Аполлония;
- 8) знать факты, относящиеся к группе задач об арбелосе;
- 9) знать формулировки трех теорем Эйлера (формула расстояния между центрами окружностей, прямая Эйлера, окружность девяти точек);
- 10) знание свойств вневписанных окружностей треугольника и формулировки теоремы

4. Тематическое планирование

В качестве ссылок на электронные образовательные ресурсы (ЭОР) приведены порядковые номера строк федерального перечня электронных образовательных ресурсов, допущенных к использованию при реализации имеющих государственную аккредитацию образовательных программ начального общего, основного общего, среднего общего образования, утвержденного приказом Минпросвещения России от 02.08.2022 № 653.

№	Наименования модулей и тем	Всего час.	В том числе:		Форма контр.	ЭОР
			лекц.	практ.		
Модуль: геометрия Мора-Маскерони						
1	Инверсия и ее применение в задачах на доказательство и построение	18	8	8	КР 2 ч	211 213 214 215
Итого		18	8	8	2 ч	

5. Промежуточная и итоговая аттестация

Формы аттестации: зачет по итогам всего курса.