

8.1.Скучная шоколадка (7 баллов)

Вася давно выполнил первое практическое задание олимпиады и ждал перехода на новое рабочее место. Ему было скучно, он развернул шоколадку и начал её есть. Потом он взял весы, поставил на них цилиндрический стакан и нажал кнопку «TARE». Затем он налил в стакан воды и весы показали 49,5 г. После этого Вася стал бросать в стакан кусочки шоколадки, которые тонули в воде. Школьник решил записать показания весов и соответствующие им высоты уровня воды в стакане. Но записывать результаты измерений он начал не сразу. Результаты записанных измерений Вася оформил в виде таблицы.

показание весов, г	55,5	59,3	63,1	67,1	70,9	74,8	78,2	82,4	87,7	91,6
высота воды, мм	36	38	40	42	44	45	46	48	48	48

Считая плотность воды равной 1000 кг/м^3 и не выполняя оценки погрешностей, найдите следующие параметры опыта Васи:

8.1.1. начальную высоту уровня воды (3 балла);

8.1.2. площадь поперечного сечения сосуда (2 балла);

8.1.3. плотность шоколада (2 балла).

Примечание: кнопка «TARE» на весах используется для обнуления веса стакана. Плотность воды считать известной и равной $\rho = 1000 \text{ кг/м}^3$. Стакан считать цилиндрическим. Объём цилиндра V считается по формуле $V = S \cdot h$, где S – площадь поперечного сечения, h – высота цилиндра.

Возможное решение:

Построим график зависимости высоты уровня воды от массы воды, налитой в сосуд (см.рис.) Получаем два участка – линейный (уровень возрастает с увеличением массы воды) и горизонтальный, где уровень не меняется).

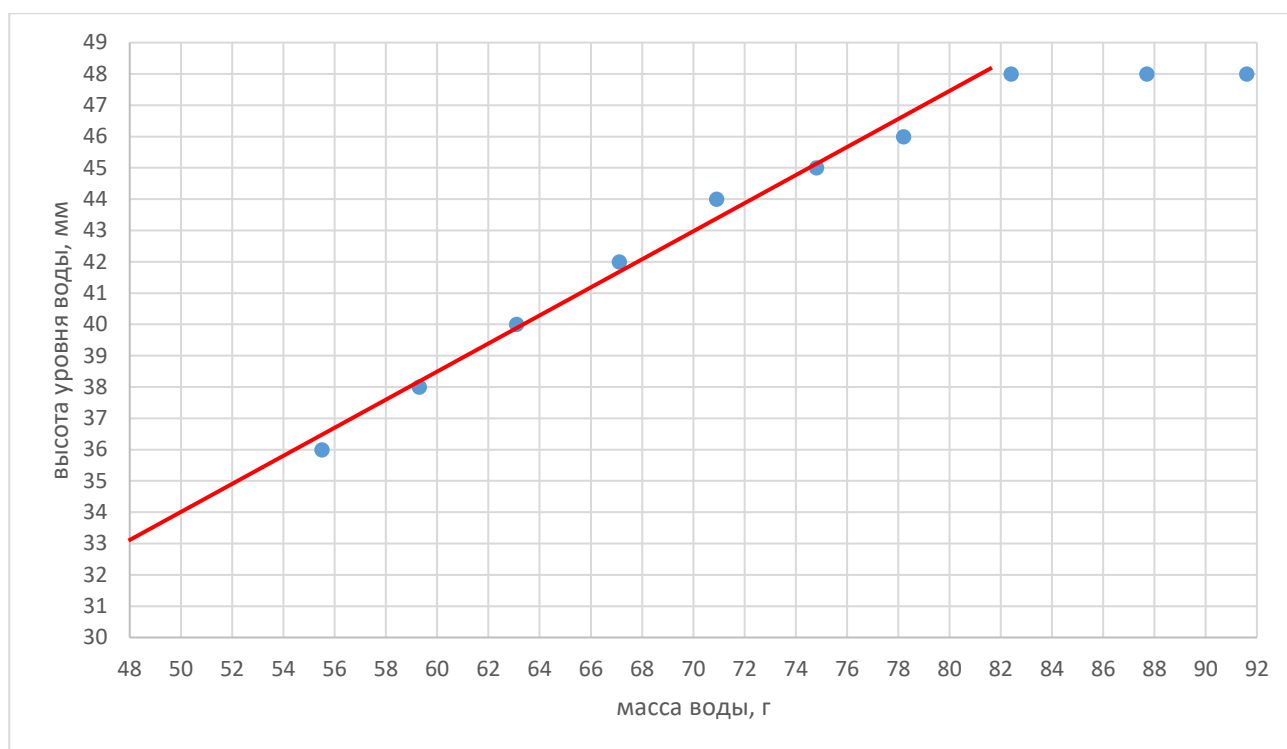
По графику, продолжив линейный участок до значения массы 49,5 г, определим высоту столба воды, соответствующую массе 49,5 г, получим

$$h_0 \approx 33 \text{ мм} = 3,3 \text{ см}$$

Горизонтальный участок графика означает, что стакан заполнен полностью, и при опускании следующего кусочка шоколадки вода выливается из стакана, возможно оставаясь на них, поэтому масса увеличивается, а высота уровня воды нет. По графику определяем, что высота стакана равна $H = 48 \text{ мм}$.

Определим массу шоколада в тот момент, когда стакан оказался полностью заполненным водой и шоколадом

$$m_{\text{шок}} = 82,4 - 49,5 = 32,9 \text{ (г)}.$$



Площадь поперечного сечения стакана S определим, зная массу воды m_0 в начале измерений (49,5 г)

$$m_0 = \rho S h_0;$$

$$S = \frac{m_0}{\rho h_0}; \quad S = \frac{49,5}{3,3} = 14,8 \text{ (см}^2\text{)}.$$

Определим плотность шоколада. Массу шоколада $m_{\text{шок}}$ мы нашли ранее, объем шоколада найдем, вычтя из объема стакана $V_{\text{ст}}$ объем воды V_0 (масса воды 49,5 г имеет объем 48,5 см³)

$$V_{\text{шок}} = V_{\text{ст}} - V_0 = SH - V_0;$$

$$V_{\text{шок}} = 14,8 \cdot 4,8 - 49,5 = 21,5 \text{ см}^3.$$

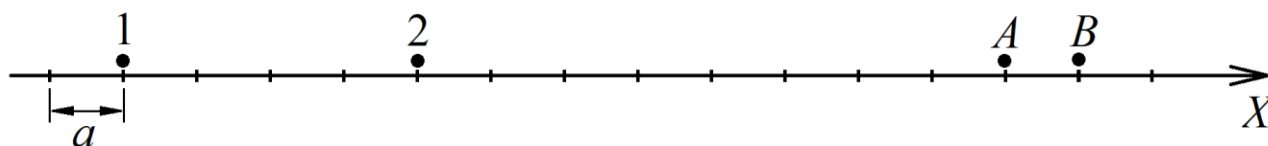
Плотность шоколада равна

$$\rho_{\text{шок}} = \frac{m_{\text{шок}}}{V_{\text{шок}}}; \quad \rho_{\text{шок}} = \frac{32,9}{21,5} = 1,5 \text{ г/см}^3.$$

Задание	Ответ	Балл
8.1.1. начальная высота уровня воды	От 32 до 33 мм	3
8.1.2. площадь поперечного сечения сосуда	примерно 15 см ²	2
8.1.3. плотность шоколада	Примерно 1,5 г/см ²	2
Примечание: задача оценивается только, если построен график Если найдена только масса шоколада, то ставится 1 балл		

8.2. Движение (6 баллов)

Положения тел 1 и 2 в начальный момент времени обозначены точками 1 и 2 соответственно. Положения тел спустя промежуток времени Δt обозначены точками A и B . Тела движутся вдоль оси OX , не меняя направления движения.



На оси на равных расстояниях a нанесены метки.

8.2.1. Какими могут быть скорости тел? (2 балла)

8.2.2. В какой момент времени могла произойти встреча тел? (2 балла)

8.2.3. В точке с какой координатой тела могли встретиться? (2 балла)

Возможное решение:

Возможны два варианта: первый вариант) первое тело спустя промежуток времени Δt находится в точке A , второе тело – в точке B ; второй вариант) первое тело спустя промежуток времени Δt находится в точке B , второе тело – в точке A .

Рассмотрим первый вариант.

Первое тело за промежуток времени Δt пройдет путь $S_1 = 4a + 8a = 12a$, следовательно, его скорость равна

$$v_1 = \frac{12a}{\Delta t}.$$

Второе тело за промежуток времени Δt пройдет путь $S_2 = 8a + a = 9a$, следовательно, его скорость равна

$$v_2 = \frac{9a}{\Delta t}.$$

Условие встречи тел выглядит следующим образом:

$$v_1 t = 4a + v_2 t.$$

Тогда момент встречи (отсчитываем от начального момента времени, положения тел - точки 1 и 2)

$$t_B = \frac{4a}{v_1 - v_2}; \quad t_B = \frac{4a}{\frac{12a}{\Delta t} - \frac{9a}{\Delta t}} = \frac{4}{3} \cdot \Delta t.$$

Расстояние от точки 1 до точки встречи равно

$$L_B = v_1 \cdot t_B = 16a.$$

Рассмотрим второй вариант.

Первое тело за промежуток времени Δt пройдет путь $S_1 = 4a + 8a + a = 13a$, следовательно, его скорость равна

$$v_1 = \frac{13a}{\Delta t}.$$

Второе тело за промежуток времени Δt пройдет путь $S_2 = 8a$, следовательно, его скорость равна

$$v_2 = \frac{8a}{\Delta t}.$$

Условие встречи тел выглядит следующим образом:

$$v_1 t = 4a + v_2 t.$$

Тогда момент встречи (отсчитываем от начального момента времени, положения тел - точки 1 и 2)

$$t_{\text{в}} = \frac{4a}{v_1 - v_2}; \quad t_{\text{в}} = \frac{4a}{\frac{13a}{\Delta t} - \frac{8a}{\Delta t}} = \frac{4}{5} \cdot \Delta t.$$

Расстояние от точки 1 до точки встречи равно

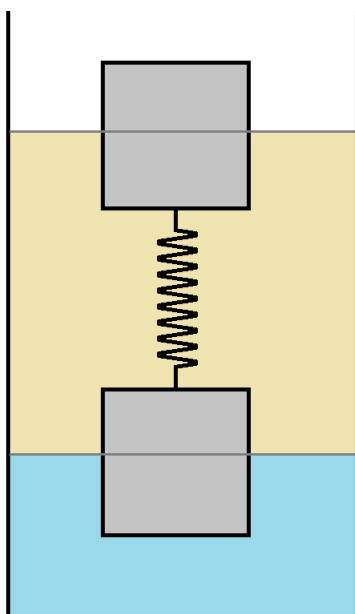
$$L_{\text{в}} = v_1 \cdot t_{\text{в}} = \frac{52}{5} a = 10,4a.$$

Для определения координат точки встречи нужно определить, где находится начало координат у оси ОХ. Проще всего разместить его в точке 1. Тогда координаты будут совпадать с найденными расстояниями.

Задание	Ответ	Балл
8.2.1. Какими могут быть скорости тел?	Первое тело 1) $12a/\Delta t$ или 2) $13a/\Delta t$ Второе тело 1) $9a/\Delta t$ или 2) $8a/\Delta t$	2
8.2.2. В какой момент времени могла произойти встреча тел?	1) $4\Delta t/3$ или 2) $4\Delta t/5$	2
8.2.3. В точке с какой координатой могли тела встретиться?	1) $16a$ или 2) $10,4a$	2

8.3. Кубики в смеси жидкостей (8 баллов)

Имеется конструкция из двух кубиков с длиной ребер $a = 10$ см, соединенных пружиной жесткостью $k = 100$ Н/м. Длина нерастянутой пружины $L_0 = 10$ см. Известно, что верхний кубик в три раза легче нижнего. Конструкцию помещают в сосуд, в который налито некоторое количество воды плотностью $\rho_v = 1000$ кг/м³ и масла плотностью $\rho_m = 900$ кг/м³. Оказывается, что она плавает так, что каждый кубик наполовину погружен в масло.



8.3.1. Определите давление масла на уровне нижней грани верхнего кубика (0,25 балла)

8.3.2. Определите давление масла на границе раздела масло-вода (0,5 баллов)

8.3.3. Определите давление масла на уровне верхней грани нижнего кубика (0,5 баллов)

8.3.4. Определите давление воды на уровне нижней грани нижнего кубика (0,75 баллов)

8.3.5. Определите силу Архимеда, действующую на верхний кубик (0,5 баллов)

8.3.6. Определите силу Архимеда, действующую на нижний кубик (1 балл)

8.3.7. Сжата или растянута пружина? (0,5 баллов)

8.3.8. Чему будет равна деформация ΔL пружины, когда конструкция придёт в равновесие? (1,5 балла)

8.3.9. На каком расстоянии от границы вода-масло будет находиться поверхность масла? (0,5 баллов)

8.3.10. Чему равна плотность материала $\rho_{\text{верх}}$, из которого изготовлен верхний кубик? (1,5 балла)

8.3.11. Чему равна масса нижнего кубика? (0,5 баллов)

Возможное решение:

Введем обозначения для масс кубиков, длину пружины в деформированном состоянии обозначим l (см. рис.) и определим все давления, которые необходимы для решения задачи.

Определим давление масла вблизи нижней грани верхнего кубика

$$p_1 = p_{\text{атм}} + \rho_m g \frac{a}{2}.$$

Давление на уровне верхней грани нижнего кубика равно

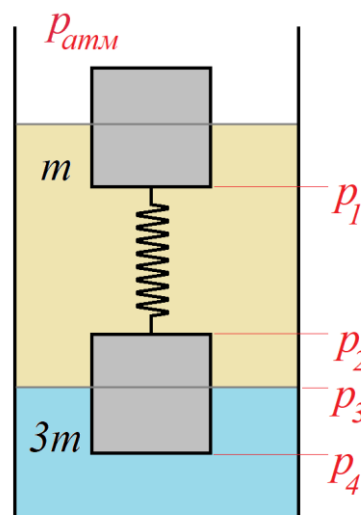
$$p_2 = p_{\text{атм}} + \rho_m g \left(l + \frac{a}{2} \right).$$

Давление на границе раздела масло-вода равно

$$p_3 = p_{\text{атм}} + \rho_m g (l + a).$$

Давление на уровне нижней грани нижнего кубика

$$p_4 = p_{\text{атм}} + \rho_m g (l + a) + \rho_v g \frac{a}{2}.$$



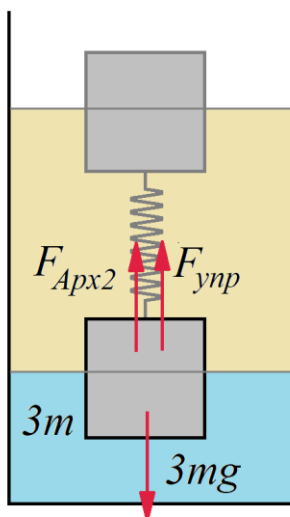
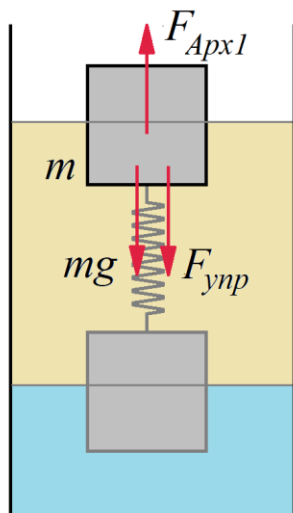
Сила Архимеда, действующая на верхний кубик, равна

$$F_{\text{Арх1}} = (p_1 - p_{\text{атм}})a^2 = \rho_{\text{м}}g \frac{a^3}{2}. \quad (1)$$

Сила Архимеда, действующая на нижний кубик, равна

$$F_{\text{Арх2}} = (p_4 - p_2)a^2 = (\rho_{\text{м}} + \rho_{\text{в}})g \frac{a^3}{2}. \quad (2)$$

Теперь надо записать условие покоя каждого из кубиков, но для этого нужно понимать, как работает сила упругости пружины. Поймем, сжата или растянута пружина. По условию задачи длина пружины в нерастянутом состоянии равна $L_0 = 10$ см, каждый из кубиков с длиной ребра $a = 10$ см погружен в масло наполовину, поэтому длина пружины больше 10 см, то есть она растянута. Тогда силы упругости стремятся сократить её длину.



Сделаем рисунок, расставим силы, действующие на кубики, и запишем условие покоя каждого из кубиков

$$F_{\text{Арх1}} = mg + F_{\text{упр}}; \quad (3)$$

$$F_{\text{Арх2}} + F_{\text{упр}} = 3mg. \quad (4)$$

Из (3) выразим силу упругости и

подставим в (4)

$$F_{\text{упр}} = F_{\text{Арх1}} - mg;$$

$$F_{\text{Арх2}} + F_{\text{Арх1}} - mg = 3mg.$$

Перенесем mg в правую часть и подставим выражения (1) и (2) для сил Архимеда, получим

$$4mg = \rho_{\text{в}}g \frac{a^3}{2} + \rho_{\text{м}}ga^3.$$

Обозначим плотность верхнего кубика ρ , запишем выражение для его массы

$$m = \rho \cdot a^3.$$

Определим плотность верхнего кубика

$$\rho = \frac{\rho_{\text{в}}}{8} + \frac{\rho_{\text{м}}}{4};$$

$$\rho = \frac{1000}{8} + \frac{900}{4} = 350 \text{ (кг/м}^3\text{)}.$$

Определим массу верхнего кубика m

$$m = \rho \cdot a^3; \quad m = 350 \text{ г.}$$

Масса нижнего кубика в три раза больше и равна 1050 г.

Зная массу верхнего (нижнего) кубика, мы можем найти силу упругости и величину растяжения пружины ΔL

$$F_{\text{упр}} = \rho_{\text{м}}g \frac{a^3}{2} - mg; \quad F_{\text{упр}} = 1 \text{ Н.}$$

$$F_{\text{упр}} = k \cdot \Delta L;$$

$$\Delta L = \frac{\rho_m g \frac{a^3}{2} - mg}{k}; \Delta L = 0,01 \text{ м} = 1 \text{ см}.$$

Определим, на каком расстоянии от границы вода-масло будет находиться поверхность масла. Это расстояние равно

$$L_0 + \Delta L + \frac{a}{2} + \frac{a}{2} = 10 + 1 + \frac{10}{2} + \frac{10}{2} = 21 \text{ (см)}.$$

Задание	Ответ	Балл
8.3.1. Определите давление масла на уровне нижней грани верхнего кубика	$p_1 = p_{\text{атм}} + \rho_m g \frac{a}{2}$	0,25
8.3.2. Определите давление масла на границе раздела масло-вода	$p_2 = p_{\text{атм}} + \rho_m g (l + \frac{a}{2})$	0,5
8.3.3. Определите давление воды на уровне верхней грани нижнего кубика	$p_3 = p_{\text{атм}} + \rho_m g (l + a)$	0,5
8.3.4. Определите давление воды на уровне нижней грани нижнего кубика	$p_4 = p_{\text{атм}} + \rho_m g (l + a) + \rho_v g \frac{a}{2}$	0,75
8.3.5. Определите силу Архимеда, действующую на верхний кубик	$F_{\text{Арх1}} = p_1 a^2 = \rho_m g \frac{a^3}{2} = 4,5 \text{ Н}$	0,5
8.3.6. Определите силу Архимеда, действующую на нижний кубик	$F_{\text{Арх2}} = (p_4 - p_2) a^2 = (\rho_m + \rho_v) g \frac{a^3}{2} = 9,5 \text{ Н}$	1
8.3.7. Сжата или растянута пружина?	растянута	0,5
8.3.8. Чему будет равна деформация ΔL пружины, когда конструкция придёт в равновесие?	$\Delta L = \frac{\rho_m g \frac{a^3}{2} - mg}{k}; \Delta L = 0,01 \text{ м} = 1 \text{ см}$	1,5
8.3.9. На каком расстоянии от границы вода-масло будет находиться поверхность масла?	21 см	0,5
8.3.10. Чему равна плотность материала $\rho_{\text{верх}}$, из которого изготовлен верхний кубик?	350 кг/м ³	1,5
8.3.11. Чему равна масса нижнего кубика?	1050 г = 1,05 кг	0,5

8.4.Измерение плотности (6 баллов)

Масса кубика определена на весах и оказалась равной

$$m = (50 \pm 2) \text{ г.}$$

8.4.1. Объясните, что означает данная запись. (0,5 баллов)

8.4.2. Посчитайте, с какой точностью (в процентах) измеряется масса данными весами. (1 балл)

Для определения объёма кубика воспользовались линейкой с миллиметровыми делениями, длина ребра кубика оказалась равной

$$a = (20 \pm 1) \text{ мм.}$$

8.4.3.Определите относительную погрешность в определении объёма кубика. (1,5 балла)

Данные измерения были проведены для того, чтобы определить плотность материала кубика.

8.4.4. Чему может быть равна плотность кубика? (2 балла)

8.4.5. Укажите, с какой точностью (относительной погрешностью) можно определить плотность в данном опыте. (1 балл)

Возможное решение:

В физике существует отдельный раздел «Теория погрешностей». Есть специальные методы расчета погрешностей измерений. Безусловно, в реальном физическом эксперименте определять погрешности нужно правильно, используя правильные методы их расчёта. Ниже мы приводим простейший способ оценки границ погрешности (минимальное и максимальное возможные значения).

Запись результата измерения массы означает, что масса определена с погрешностью, значение массы может находиться в диапазоне

$$48 \text{ г} \leq m \leq 52 \text{ г.}$$

Абсолютная погрешность измерения массы составляет $\Delta m = 2 \text{ г}$. Относительная погрешность составляет

$$\varepsilon_m = \frac{2}{50} = 0,04 \text{ (4 \%)}.$$

Приведенные измерения ребра кубика означают, что длина ребра может находиться в диапазоне

$$19 \text{ мм} \leq a \leq 21 \text{ мм.}$$

Тогда объем кубика ($V = a^3$) может принимать значения в диапазоне

$$19^3 \text{ мм}^3 = 6859 \text{ мм}^3 \leq V \leq 21^3 \text{ мм}^3 = 9261 \text{ мм}^3.$$

Относительную погрешность в измерении объема можно оценить так:

$$\varepsilon_V = \frac{\frac{9261 - 6859}{2}}{20^3} = 0,15 \text{ (15 \%)}.$$

Минимальное значение плотности определяется так:

$$\rho_{min} = \frac{m_{min}}{V_{max}}; \rho_{min} = \frac{48}{9,261} \text{ г/см}^3 = 5,183 \text{ г/см}^3 = 5183 \text{ кг/м}^3.$$

Максимальное значение плотности определяется так:

$$\rho_{max} = \frac{m_{max}}{V_{min}}; \rho_{max} = \frac{52}{6,859} \text{ г/см}^3 = 7,581 \text{ г/см}^3 = 7581 \text{ кг/м}^3.$$

Значение плотности (без учета погрешностей измерения) равно

$$\rho = \frac{m}{a^3}; \rho = \frac{50}{2^3} \text{ г/см}^3 = 6,250 \text{ г/см}^3 = 6250 \text{ кг/м}^3.$$

Среднее значение плотности, найденное как среднее арифметическое максимального и минимального значений, равно

$$\rho_{\text{ср}} = \frac{7581 + 5183}{2} \text{ г/см}^3 = 6382 \text{ кг/м}^3.$$

Оценим абсолютную погрешность определения плотности

$$\Delta\rho = \frac{7581 - 5183}{2} = 1199 \text{ (кг/м}^3\text{)}.$$

Относительная погрешность в определении плотности равна

$$\varepsilon_{\rho} = \frac{1199}{6382} = 0,19 \text{ (19 \%)}.$$

Задание	Ответ	Балл
8.4.1. Объясните, что означает данная запись	значение массы может находиться в диапазоне $48 \text{ г} \leq m \leq 52 \text{ г}$.	0,5
8.4.2. Посчитайте, с какой точностью (в процентах) измеряется масса данными весами	4%	1
8.4.3. Определите относительную погрешность в определении объема кубика.	15 %	1,5
8.4.4. Чему может быть равна плотность кубика?	от 5183 кг/м^3 до 7581 кг/м^3 от $5,2 \text{ г/см}^3$ до $7,6 \text{ г/см}^3$	2
8.4.5. Укажите, с какой точностью (относительной погрешностью) можно определить плотность в данном опыте.	19 %	1

8.5. U – образный сосуд (7 балла)

В U – образном сосуде находится жидкость плотностью ρ . Уровень жидкости в левом и правом коленах равен h_0 , площадь поперечного сечения левого колена равна $2S$, правого S (рис.а).

8.5.1. Определите объём жидкости V_0 в сосуде (0,5 баллов)

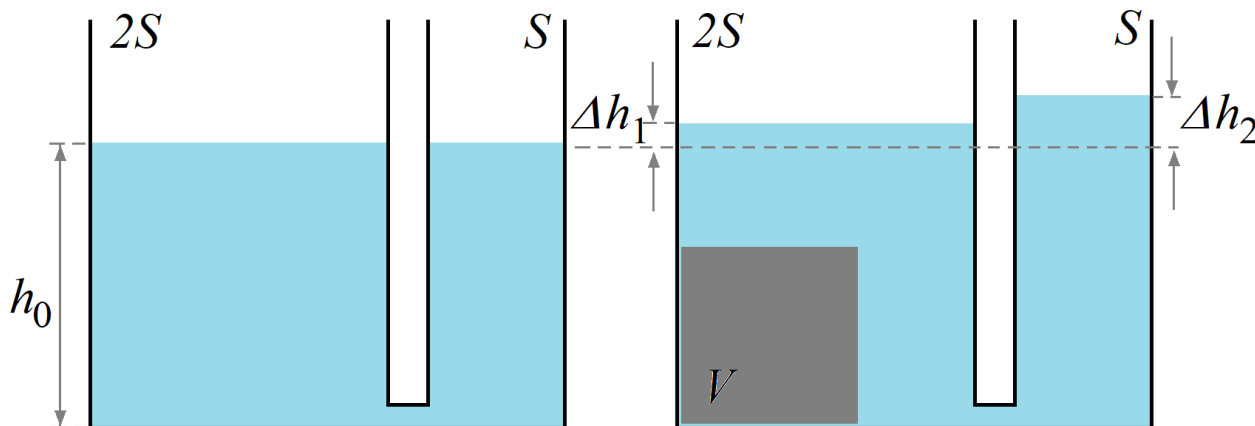


рис. а

рис. б

В левое колено аккуратно опускают тело, которое тонет в жидкости (рис.б). Объём тела равен V . Уровни жидкости в коленах меняются.

8.5.2. Правильно ли сделан рисунок к задаче? Если он содержит ошибку, то укажите на неё и объясните, как должно быть и почему (0,5 баллов)

8.5.3. Определите изменение уровня жидкостей в коленах Δh_1 и Δh_2 (2 балла)

В правое колено доливают объём жидкости с плотностью $0,8\rho$ объёмом V .

8.5.4. На каком расстоянии от дна сосуда будут сейчас размещаться верхние уровни жидкостей, находящихся в левом $h_{\text{лев}}$ и правом $h_{\text{прав}}$ сосудах? (4 балла)

Возможное решение:

Определим начальный объём жидкости V_0

$$V_0 = 2S \cdot h_0 + S \cdot h_0 + V_{\text{тр}} = 3S \cdot h_0 + V_{\text{тр}}.$$

Здесь $V_{\text{тр}}$ – объём трубки, соединяющей колена.

После опускания в левое колено тела объёма V уровень жидкости в обоих коленах увеличится, но при этом должен оставаться одинаковым, так как давление на дно определяется высотой жидкости, а, как известно, в сообщающихся сосудах давление на одном уровне должно быть одинаковым. Поэтому рисунок плохой, он неправильный, так как на нём уровни жидкостей разные.

Определим уровень жидкости h' после опускания тела в левое колено. Объём жидкости в левом колене сейчас равен $2Sh' - V$, в правом Sh' , поэтому объём жидкости равен

$$2S \cdot h' - V + S \cdot h' + V_{\text{тр}} = 3S \cdot h' - V + V_{\text{тр}}.$$

Так как объём жидкости не изменился, то

$$V_0 = 3S \cdot h + V_{\text{тр}} = 3S \cdot h' - V + V_{\text{тр}}.$$

Выразим новую высоту уровня жидкости h'

$$h' = h_0 + \frac{V}{3S}.$$

Таким образом

$$\Delta h_1 = \Delta h_2 = \frac{V}{3S}.$$

Рассмотрим, как изменятся уровни жидкости в левом и правом коленах, при добавлении в правое жидкости плотностью $0,8\rho$. Пусть в левом колене уровень жидкости увеличился на $\Delta h_{\text{лев}}$, в правом уровень жидкости плотности ρ уменьшится на $\Delta h_{\text{прав}}$. Так как площадь левого колена равна $2S$, а правого S , то

$$2S \cdot \Delta h_{\text{лев}} = S \cdot \Delta h_{\text{прав}}.$$

Определим давление на дно в левом и правом коленах и приравняем их

$$\rho g(h' + \Delta h_{\text{лев}}) + p_{\text{атм}} = \rho g(h' - \Delta h_{\text{прав}}) + 0,8\rho g \frac{V}{S} + p_{\text{атм}}.$$

Преобразуем полученное выражение, получим

$$\Delta h_{\text{лев}} = -\Delta h_{\text{прав}} + 0,8 \frac{V}{S}.$$

Так как

$$2\Delta h_{\text{лев}} = \Delta h_{\text{прав}},$$

то

$$\Delta h_{\text{лев}} = \frac{4}{15} \cdot \frac{V}{S};$$

$$\Delta h_{\text{прав}} = \frac{8}{15} \cdot \frac{V}{S}.$$

Определим уровни жидкостей в сосудах

$$h_{\text{лев}} = h' + \Delta h_{\text{лев}} = h_0 + \frac{V}{3S} + \frac{4}{15} \cdot \frac{V}{S} = h_0 + \frac{3V}{5S};$$

$$h_{\text{прав}} = h' - \Delta h_{\text{прав}} + \frac{V}{S} = h_0 + \frac{V}{3S} - \frac{8}{15} \cdot \frac{V}{S} + \frac{V}{S} = h_0 + \frac{4V}{5S}.$$

Задание	Ответ	Балл
8.5.1. Определите объём жидкости V_0 в сосуде	$V_0 = 3S \cdot h_0 + V_{\text{тр}}$. За отсутствие объема трубки балл не снимается	0,5
8.5.2. Правильно ли сделан рисунок к задаче? Если он содержит ошибку, то укажите на неё и объясните, как должно быть и почему	рисунок плохой, он неправильный, так как на нём уровни жидкостей разные	0,5
8.5.3. Определите изменение уровня жидкостей в коленах Δh_1 и Δh_2	$\Delta h_1 = \Delta h_2 = \frac{V}{3S}$	2
8.5.4. На каком расстоянии от дна сосуда будут сейчас размещаться верхние уровни жидкостей, находящихся в левом $h_{\text{лев}}$ и правом $h_{\text{прав}}$ сосудах?	$h_{\text{лев}} = h_0 + \frac{3V}{5S}$ $h_{\text{прав}} = h_0 + \frac{4V}{5S}$	4

По пункту 8.5.4 (более подробно)		
За правильное уравнения для $h_{\text{прав}}$	$h_{\text{прав}} = h_0 + \Delta h_1 + \frac{V}{S} - \Delta h_{\text{прав}}$	1
За правильное уравнения для $h_{\text{лев}}$	$h_{\text{лев}} = h_0 + \Delta h_2 + \Delta h_{\text{лев}}$	1
За соотношение	$2\Delta h_{\text{лев}} = \Delta h_{\text{прав}}$	1
За получение правильного ответа	$h_{\text{лев}} = h_0 + \frac{3V}{5S}$ $h_{\text{прав}} = h_0 + \frac{4V}{5S}$	1
За частично верные уравнения для $h_{\text{прав}}$ и $h_{\text{лев}}$, где в первом уравнении $\Delta h_{\text{лев}}=0,8V/S$, а $\Delta h_{\text{прав}}=0$ за каждое уравнение ставится 0,5 балла		

8.6. Подпружиненный рычаг (8 баллов)

Однородный рычаг массой M находится в горизонтальном положении, если на левый край подвешен груз массой m_1 , при этом к правому краю рычага прикреплена легкая пружина с коэффициентом жесткости k (рис.а).

8.6.1. Укажите направление силы, с которой пружина действует на правый край рычага (вверх, вниз, не действует). Сжата или растянута пружина? (0,5 баллов)

8.6.2. Определите силу упругости пружины $F_{\text{упр}}$. (2 балла)

8.6.3. Определите величину деформации пружины ΔL . (0,5 балла)

8.6.4. Определите силу N_1 , с которой рычаг давит на опору. (1 балл)

Опору передвигают в новое положение (рис.б). Для того чтобы рычаг оставался

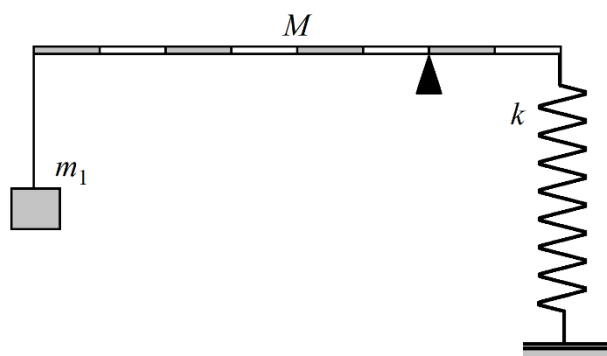


рис. а)

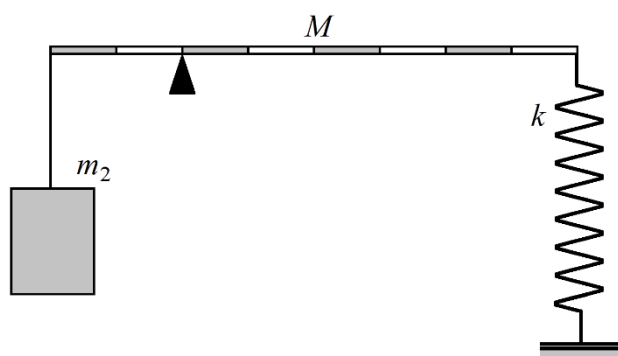


рис. б)

по-прежнему в горизонтальном положении, а пружина имела прежнюю длину, массу левого груза нужно изменить и сделать её равной m_2 .

8.6.5. Выразите массу m_2 через известные M и m_1 . (2 балла)

8.6.6. Определите силу N_2 , с которой рычаг давит на опору. (2 балла)

Рычаг цветными метками поделен на отрезки, имеющие равную длину.

Возможное решение:

Обозначим длину отрезка, на которые поделен рычаг a .

Рассмотрим случай а). Расставим силы, действующие на рычаг и запишем правило моментов относительно точки опоры

$$F_{\text{упр}} \cdot 2a = Mg \cdot 2a + m_1 g \cdot 6a. \quad (1)$$

Заметим, что две силы тяжести Mg и $m_1 g$ вращают рычаг против часовой стрелки, следовательно, момент силы упругости должен обеспечивать вращение в обратном направлении, то есть сила упругости должна быть направлена вниз, то есть пружина растянута.

Поделим выражение (1) на $2a$ и найдем силу упругости

$$F_{\text{упр}} = Mg + 3m_1 g. \quad (2)$$

Величина деформации пружины равна

$$\Delta L = \frac{F_{\text{упр}}}{k} = \frac{Mg + 3m_1 g}{k}.$$

Для определения силы реакции опоры можно записать правило моментов относительно другой точки (например, центра масс рычага) или же, как это сделаем мы, записать условие покоя рычага

$$N_1 = m_1 g + Mg + F_{\text{упр}}.$$

Подставив выражение для силы упругости, получим

$$N_1 = 4m_1g + 2Mg.$$

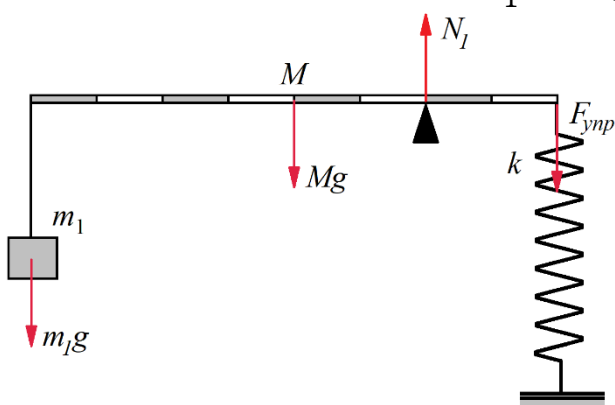


рис. а)

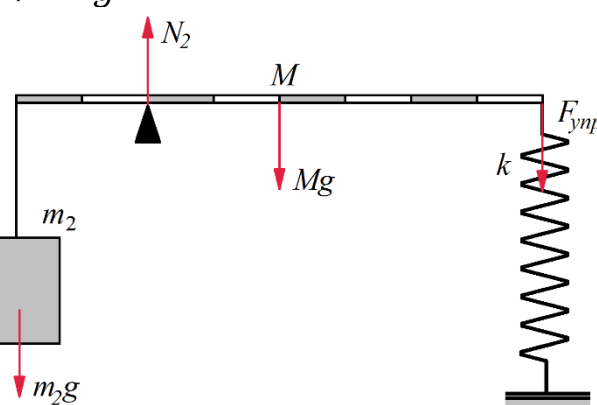


рис. б)

Рассмотрим случай б). Расставим силы, запишем правило моментов с учетом того, что сила упругости имеет прежнее значение

$$m_2g \cdot 2a = Mg \cdot 2a + F_{\text{упр}} \cdot 6a. \quad (3)$$

Подставим (2) и найдем m_2

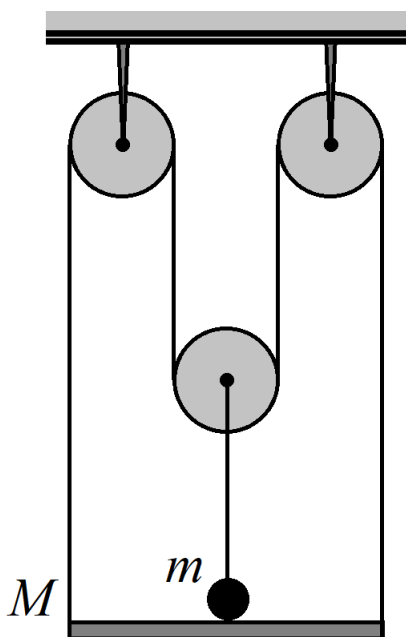
$$m_2 = 4M + 9m_1.$$

Сила реакции опоры в этом случае равна

$$N_2 = m_2g + Mg + F_{\text{упр}} = 6Mg + 12m_1g.$$

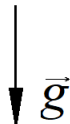
Задание	Ответ	Балл
8.6.1. Укажите направление силы, с которой пружина действует на правый край рычага (вверх, вниз, не действует). Сжата или растянута пружина?	Сила упругости направлена вниз, пружина растянута	0,5
8.6.2. Определите силу упругости пружины $F_{\text{упр}}$	$F_{\text{упр}} = Mg + 3m_1g$	2
8.6.3. Определите величину деформации пружины ΔL	$\Delta L = \frac{F_{\text{упр}}}{k} = \frac{Mg + 3m_1g}{k}$	0,5
8.6.4. Определите силу N_1 , с которой рычаг давит на опору	$N_1 = 4m_1g + 2Mg$	1
В случае отсутствия правильных ответов по п. 8.6.1 – 8.6.4. ставятся частичные баллы: - сделан рисунок, верно расставлены все силы – 1 балл; - правильно записано правило моментов – 0,5 балла; - либо второй раз записано правило моментов, либо условие покоя рычага – 0,5 балла; - есть закон Гука – 0,25 баллов		
8.6.5. Выразите массу m_2 через известные M и m_1	$m_2 = 4M + 9m_1$	2

8.6.6. Определите силу N_2 , с которой рычаг давит на опору	$N_2 = m_2g + Mg + F_{\text{упр}} = 6Mg + 12m_1g$	2
В случае отсутствия правильных ответов по п 8.6.5. и 8.6.6. ставятся частичные баллы: - сделан рисунок, верно расставлены все силы – 1 балл; - правильно записано правило моментов – 0,5 балла; - либо второй раз записано правило моментов, либо условие покоя рычага – 0,5 балла; - явно записано, что силы упругости пружин в случае а) и б) одинаковы – 0,5 балла.		



8.7. Равновесие возможно? (8 баллов)

Однородная балка массой M удерживается в покое с помощью системы невесомых веревок и невесомых блоков. На балке находится шарик массой m . Известно, что средняя веревка, к которой прикреплен шарик, натянута. Балка горизонтальна.



8.7.1. Определите силу F , с которой шарик давит на балку. (3 балла)

8.7.2. Чему равна сила натяжения T нити, которая прикреплена к краям балки. (3 балла)

8.7.3. При каком соотношении масс балки и шарика равновесие в данной системе невозможно? (2 балла)

Свободные участки нитей вертикальны.

Трение в блоках отсутствует.

Возможное решение:

Рассмотрим силы, действующие в системе, и запишем условия покоя балки и блока. Силы, действующие на балку, представлены на рис.а, на рис.б изображены силы, действующие на шарик и подвижный блок.

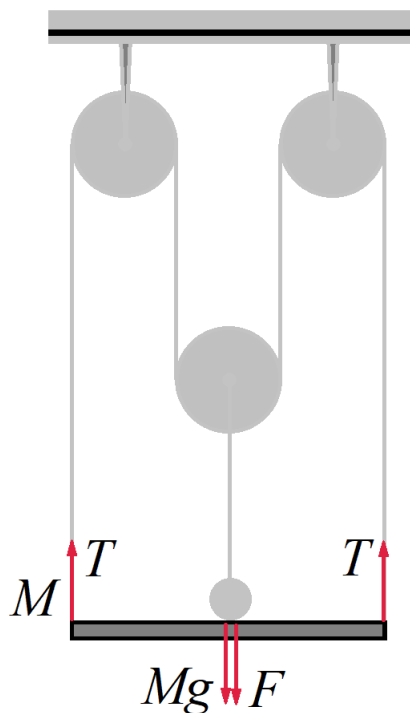


рис. а

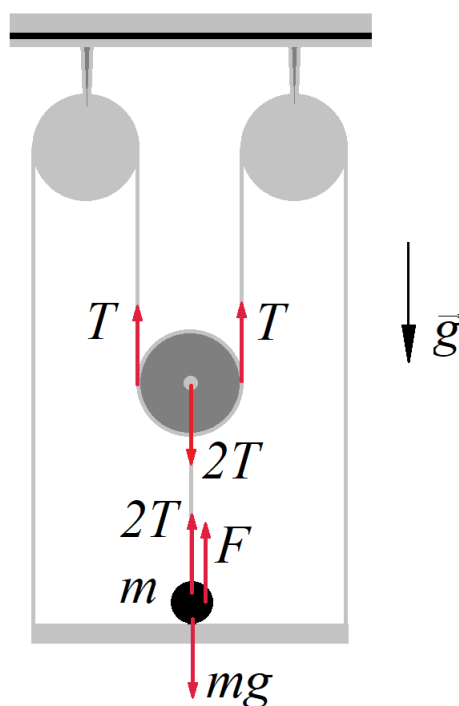


рис. б

Условие покоя тел:

$$Mg + T = 2T;$$

$$F + 2T = mg.$$

Из записанных выражений находим силу F , с которой шарик давит на балку,

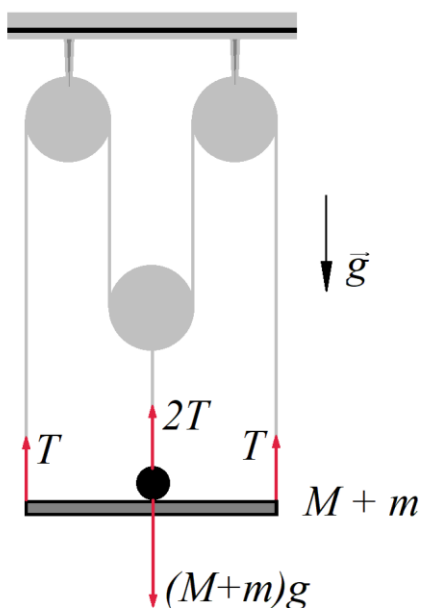


рис. в

$$F = \frac{M - m}{2} g$$

и силу натяжения T нити, которая прикреплена к краям балки,

$$T = \frac{M + m}{4} g.$$

Равновесие в системе невозможно, когда шарик перестанет давить на балку (балка очень тяжелая и падает вниз), то есть при выполнении условия $M < m$.

Заметим, что силу натяжения нити, прикреплённой к балке, мы можем легко определить, рассмотрев систему (шарик + балка) и записав условие покоя системы (рис. в)

$$4T = (M + m)g;$$

$$T = \frac{M + m}{4} g.$$

Задание	Ответ	Балл
8.7.1. Определите силу F , с которой шарик давит на балку	$F = \frac{M - m}{2} g$	3
8.7.2. Чему равна сила натяжения T нити, которая прикреплена к краям балки	$T = \frac{M + m}{4} g$	3
В случае отсутствия правильных ответов по п 8.7.1 и 8.7.2. могут быть выставлены частичные баллы: - сделан рисунок, на котором расставлены все силы, действующие на балку – 1 балл; - сделан рисунок, на котором расставлены все силы, действующие на шарик – 1 балл; - верно записано условие покоя подвижного блока – 0,5 балла - верно записано условие покоя балки – 1 балл; - верно записано условие покоя шарика – 1 балл		
8.7.3. При каком соотношении масс балки и шарика равновесие в данной системе невозможно?	$M < m$ (шарик не давит на балку) <i>*Балл ставится, только в случае правильного и обоснованного ответа через формулу для F. За угаданные (записанные без обоснования ответы) балл не выставляется</i>	2