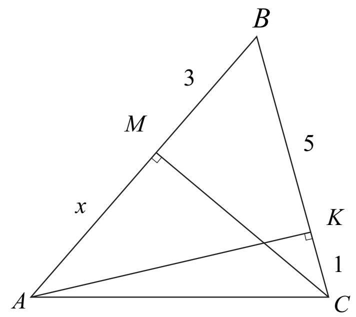
**СУНЦ УрФУ**
**Вступительный экзамен по математике**
**для поступающих в 9 ХБ класс**
**21 марта 2026г.**
**Вариант 1**

**1.** *(2 балла)* Вычислите $\dfrac{3{,}9 \cdot 0,24 : \dfrac{5}{16}}{\left(4{,}06 - 2\dfrac{1}{2}\right) \cdot 0{,}8 \cdot 4\dfrac{4}{5}}$.

**2.** *(2 балла)* Найдите длину отрезка $AM$ в треугольнике на рисунке.




**3.** *(2 балла)* Решите уравнение $\dfrac{8}{x-5} - \dfrac{9}{x-6} + \dfrac{1}{x-8} = 0$.

**4.** *(2 балла)* Найдите наименьшее пятизначное число, все цифры которого различны и которое делится на 2, 5, 9 и 11.

**5.** *(2 балла)* Плиточник должен уложить 175 м$^2$ плитки. Если он будет укладывать на 10 м$^2$ в день больше, чем запланировал, то закончит работу на 2 дня раньше. Сколько квадратных метров плитки в день планирует укладывать плиточник?

**6.** *(3 балла)* Решите уравнение $\dfrac{x^2-6}{x} + 4 = \dfrac{5x}{x^2-6}$.

**7.** *(3 балла)* Оля записала на доске сумму нескольких натуральных чисел, которая оказалась равна 161. “Ого, а если все слагаемые перемножить, то тоже получится 161” – заметила наблюдательная Марина. Сколько слагаемых написала на доске Оля?

**8.** *(3 балла)* Найдите все значения $p$, при каждом из которых уравнение

$$(p-2)x^2 - 3x + p + 2 = 0$$

имеет один корень. В ответ запишите сумму модулей всех найденных значений $p$.

**9.** *(3 балла)* Дана трапеция $ABCD$ основания которой $BC$ и $AD$ и равны 6 и 18 соответственно. Диагонали пересекаются в точке $O$. Площадь треугольника $S_{BCO} = 2$. Найти площадь треугольника $S_{COD}$.

**10.** *(3 балла)* В прямоугольную трапецию вписана окружность. Точка касания делит большую боковую сторону на отрезки длиной 3 см и 12 см. Найти радиус этой окружности, если периметр трапеции равен 54 см.

**11.** *(5 баллов)* Упростите выражение

$$\left(1 + ab + \frac{a\sqrt{b} - b\sqrt{a}}{\sqrt{b} - \sqrt{a}} - \frac{a\sqrt{b} + b\sqrt{a}}{\sqrt{a} + \sqrt{b}}\right) : \frac{\sqrt{ab} - 1}{\sqrt{ab} + 1}.$$

**12.** *(5 баллов)* Решите уравнение

$$\frac{-2x^2 + 3 - 5x}{x+2} \cdot \sqrt{2 - |x|} = 0.$$

**13.** *(5 баллов)* Постройте график параболы, проходящей через точки $K(0;-5)$, $L(3;10)$, $M(-3;-2)$ и найдите координаты ее вершины.

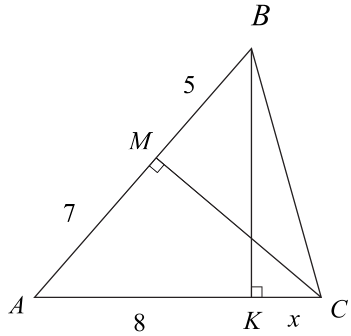
**14.** *(5 баллов)* В квадрате $ABCD$ со стороной 16. Точка $K$ – середина $BC$, $M$ лежит на стороне $CD$, причем $KM = AM$. Найдите длину $MD$.

**15.** *(5 баллов)* Володя и Маша делают украшения в кабинет ко дню учителя. Известно, что за час Маша делает на 3 украшения больше, чем Володя. На изготовление 12 украшений Володя тратит на 4 часа больше, чем Маша на изготовление 10 таких же украшений. Сколько украшений в час делает Володя?

**СУНЦ УрФУ**
**Вступительный экзамен по математике**
**для поступающих в 9 ХБ класс**
**21 марта 2026г.**
**Вариант 2**

**1.** *(2 балла)* Вычислите $\dfrac{\left(0{,}6+\dfrac{1}{4}+\dfrac{1}{15}+0{,}125\right)}{\left(\dfrac{1}{3}+0{,}4+\dfrac{4}{15}\right)}\cdot 24.$

**2.** *(2 балла)* Найдите длину отрезка $CK$ в треугольнике на рисунке.




**3.** *(2 балла)* Решите уравнение $\dfrac{5x-2}{2x-3}-\dfrac{19}{4x-6}=\frac{7}{2}$.

**4.** *(2 балла)* Найдите наибольшее четырёхзначное число, все цифры которого различны и которое делится на 2, 5, 9 и 11.

**5.** *(2 балла)* Плиточник должен уложить 240 м$^2$ плитки. Если он будет укладывать на 6 м$^2$ в день больше, чем запланировал, то закончит работу на 9 дней раньше. Сколько квадратных метров плитки в день планирует укладывать плиточник?

**6.** *(3 балла)* Решите уравнение $\dfrac{x^2-8}{x}+5=\dfrac{14x}{x^2-8}$.

**7.** *(3 балла)* Учитель математики задал Пете сложную задачу: представить число 143 в виде суммы натуральных слагаемых так, чтобы и произведение всех этих слагаемых тоже было равно 143. Петя справился с этой задачей. Сколько слагаемых пришлось ему написать?

**8.** *(3 балла)* Найдите все значения $p$, при каждом из которых уравнение

$$(p+6)x^2-5x+p-6=0$$

имеет один корень. В ответ запишите сумму модулей всех найденных значений $p$.

**9.** *(3 балла)* Дана трапеция $ABCD$ основания которой $BC$ и $AD$ и равны 4 и 12 соответственно. Диагонали пересекаются в точке $O$. Площадь треугольника $S_{BCO}=4$. Найти площадь треугольника $S_{AOB}$.

**10.** *(3 балла)* В прямоугольную трапецию вписана окружность. Точка касания делит большую боковую сторону на отрезки длиной 4 см и 9 см. Найти периметр трапеции, если радиус этой окружности равен 6 см.

**11.** *(5 баллов)* Упростите выражение

$$\left(\frac{\sqrt{a}-\sqrt{b}}{a\sqrt{b}+b\sqrt{a}}+\frac{\sqrt{a}+\sqrt{b}}{a\sqrt{b}-b\sqrt{a}}\right)\cdot\frac{\sqrt{a^3b}}{a+b}-\frac{2b}{a-b}.$$

**12.** *(5 баллов)* Решите уравнение

$$\frac{-2x^2+4+7x}{x-3}\cdot\sqrt{3-|x|}=0.$$

**13.** *(5 баллов)* Постройте график параболы, проходящей через точки $A(0;6)$, $B(6;-6)$, $C(1;9)$ и найдите координаты ее вершины.

**14.** *(5 баллов)* В квадрате $KLMN$ со стороной 8. Точка $B$ – середина $MN$, $A$ лежит на стороне $KN$, причем $LA=AB$. Найдите длину $AN$.

**15.** *(5 баллов)* Игорь и Катя делают украшения в кабинет ко дню учителя. Известно, что за час Катя делает на 4 украшения больше, чем Игорь. На изготовление 21 украшения Игорь тратит на 1 час больше, чем Катя на изготовление 42 таких же украшений. Сколько украшений в час делает Игорь?

**Решения и критерии оценивания**
**Вариант №1**

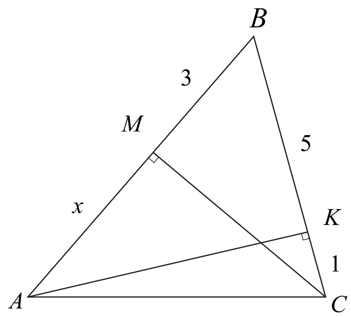
1. Вычислите $\dfrac{3{,}9\cdot 0,24:\dfrac{5}{16}}{\left(4{,}06-2\dfrac{1}{2}\right)\cdot 0{,}8\cdot 4\dfrac{4}{5}}$.

**Решение.** Проведем следующие преобразования

$$\frac{3{,}9\cdot 0,24:\dfrac{5}{16}}{\left(4{,}06-2\dfrac{1}{2}\right)\cdot 0{,}8\cdot 4\dfrac{4}{5}}=\frac{\dfrac{39}{10}\cdot\dfrac{24}{100}\cdot\dfrac{16}{5}}{1{,}56\cdot 0{,}8\cdot\dfrac{24}{5}}=\frac{\dfrac{39}{10}\cdot\dfrac{24}{100}\cdot\dfrac{16}{5}}{\dfrac{156}{100}\cdot\dfrac{8}{10}\cdot\dfrac{24}{5}}.=\frac{39\cdot 16}{156\cdot 8}=\frac{1}{2}.$$

**Ответ:** $\dfrac{1}{2}$.

2. Найдите длину отрезка $AM$ в треугольнике на рисунке.




**Решение.** Треугольник $ABK$ подобен треугольнику $CBK$ по двум углам, тогда $\frac{AB}{BC}=\frac{BK}{MB}$, откуда $AB=\frac{6\cdot 5}{3}=10$. Значит, $AM=AB-MB=7$.

**Ответ:** 7.

3. Решите уравнение $\dfrac{8}{x-5}-\dfrac{9}{x-6}+\dfrac{1}{x-8}=0$.

**Решение.** Приведем левую часть уравнения к общему знаменателю и приведем подобные в числителе:

$$\frac{8(x-6)(x-8)-9(x-5)(x-8)+(x-5)(x-6)}{(x-5)(x-6)(x-8)}=0$$
$$\frac{8x^2-112x+384-9x^2+117x-360+x^2-11x+30}{(x-5)(x-6)(x-8)}=0$$
$$\frac{-6x+54}{(x-5)(x-6)(x-8)}=0$$

откуда $x=9$.

**Ответ:** 9.

4. Найдите наименьшее пятизначное число, все цифры которого различны и которое делится на 2, 5, 9 и 11.

**Решение.** Поскольку числа 2, 5, 9 и 11 взаимно просты, необходимо, чтобы искомое число делилось на их произведение $2\cdot 5\cdot 9\cdot 11=990$. Наибольшее четырехзначное число, делящееся на данные 9900, следующее за ним $9900+990=10890$, но в нем есть повторяющиеся цифры, следующее $10890+990=11880$, также не подходит, а следующее $11880+990=12870$ является искомым.

**Ответ:** 12870.

5. Плиточник должен уложить 175 м$^2$ плитки. Если он будет укладывать на 10 м$^2$ в день больше, чем запланировал, то закончит работу на 2 дня раньше. Сколько квадратных метров плитки в день планирует укладывать плиточник?

**Решение.** Пусть планируемая производительность $x$ м$^2$/день. Тогда планируемое время $\frac{175}{x}$ дней. Реальная производительность $x+10$ м$^2$/день. Тогда реальное время $\frac{175}{x+10}$ дней. По условию реальное время на 2 дня меньше:

$$\frac{175}{x}-\frac{175}{x+10}=2.$$

$$175\left(\frac{1}{x}-\frac{1}{x+10}\right)=2 \Rightarrow 175\cdot\frac{x+10-x}{x(x+10)}=2.$$

$$\frac{175\cdot 10}{x(x+10)}=2 \Rightarrow 1750=2x(x+10).$$

$$x(x+10)=875 \Rightarrow x^2+10x-875=0.$$

$$D=100+4\cdot 875=100+3500=3600.$$

$$x=\frac{-10\pm 60}{2}.$$

Положительный корень: $x=\frac{50}{2}=25$.
**Ответ:** 25.

6. Решите уравнение $\dfrac{x^2-6}{x}+4=\dfrac{5x}{x^2-6}$.
**Решение.** Пусть $t=\frac{x^2-6}{x}$. Тогда уравнение принимает вид:

$$t+4=\frac{5}{t}.$$

Умножаем на $t$ (при $t\neq 0$):

$$t^2+4t=5 \Rightarrow t^2+4t-5=0.$$

Корни: $t=1$ или $t=-5$. Сделаем обратную замену $\frac{x^2-6}{x}=1 \Rightarrow x^2-6=x \Rightarrow x^2-x-6=0$. Откуда $x=3$ или $x=-2$, оба подходят. $\frac{x^2-6}{x}=-5 \Rightarrow x^2-6=-5x \Rightarrow x^2+5x-6=0$. Откуда, $x=1$ или $x=-6$, оба подходят.
**Ответ:** $-6,-2,1,3$.

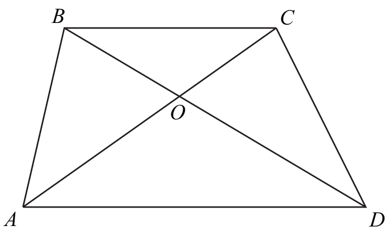
7. Оля записала на доске сумму нескольких натуральных чисел, которая оказалась равна 161. "Ого, а если все слагаемые перемножить, то тоже получится 161" – заметила наблюдательная Марина. Сколько слагаемых написала на доске Оля?
**Решение.** Разложим на простые множители $161=7\cdot 23$. Тогда числа 7 и 23 и $m$ единиц дадут сумму $7+23+m=30+m=161 \Rightarrow m=131$, и произведение $7\cdot 23\cdot 1^m=161$. Всего $2+131=133$ слагаемых.
**Ответ:** 133.

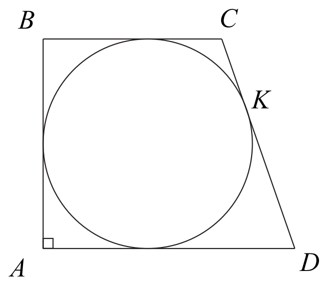
8. Найдите все значения $p$, при каждом из которых уравнение

$$(p-2)x^2-3x+p+2=0$$

имеет один корень. В ответ запишите сумму модулей всех найденных значений $p$.
**Решение.** Рассмотрим случаи.
1) Если $p-2=0$, т.е. $p=2$, то уравнение становится линейным: $-3x+4=0 \Rightarrow x=\frac{4}{3}$ — один корень. Подходит.
2) Если $p\neq 2$, то уравнение квадратное. Один корень (точнее, два равных) будет при дискриминанте, равном нулю. $D=(-3)^2-4(p-2)(p+2)=9-4(p^2-4)=9-4p^2+16=25-4p^2$. Приравниваем к нулю: $25-4p^2=0 \Rightarrow p^2=\frac{25}{4} \Rightarrow p=\pm\frac{5}{2}$. Оба значения не равны 2, значит, подходят. Итак, $p\in\{2,-\frac{5}{2},\frac{5}{2}\}$. Сумма модулей: $|2|+|-\frac{5}{2}|+|\frac{5}{2}|=2+\frac{5}{2}+\frac{5}{2}=2+5=7$.
**Ответ:** 7.

9. Дана трапеция $ABCD$ основания которой $BC$ и $AD$ и равны 6 и 18 соответственно. Диагонали пересекаются в точке $O$. Площадь треугольника $S_{BCO}=2$. Найти площадь треугольника $S_{COD}$.
**Решение.** Треугольники $AOD$ и $COB$ подобны по двум углам, тогда $\frac{BO}{DO}=\frac{BC}{AD}=\frac{6}{18}=\frac{1}{3}$. Площади треугольников $COD$ и $BOC$ относятся как их основания, т.е. $\frac{S_{COD}}{S_{BOC}}=\frac{CO}{OB}=\frac{1}{3}$. Значит, $S_{COD}=6$.
**Ответ:** 6.



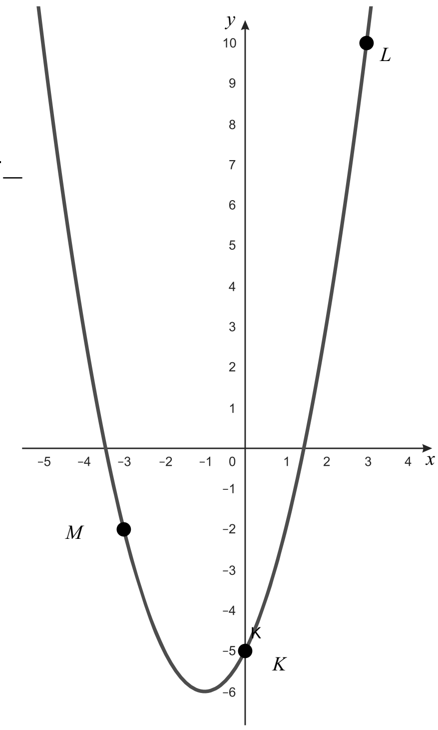




10. В прямоугольную трапецию вписана окружность. Точка касания делит большую боковую сторону на отрезки длиной 3 см и 12 см. Найти радиус этой окружности, если периметр трапеции равен 54 см.
**Решение.** Поскольку трапеция описана, то $AD + BC = AB + CD = 27$, $CD = CK + KD = 15$, откуда $AB = 12$, а радиус окружности равен 6.
**Ответ:** 6.

**11.** Упростите выражение

$$\left(1 + ab + \frac{a\sqrt{b} - b\sqrt{a}}{\sqrt{b} - \sqrt{a}} - \frac{a\sqrt{b} + b\sqrt{a}}{\sqrt{a} + \sqrt{b}}\right) : \frac{\sqrt{ab} - 1}{\sqrt{ab} + 1}.$$

**Решение.** Преобразуем выражение, учитывая, что $a\sqrt{b} - b\sqrt{a} = \sqrt{ab}(\sqrt{a} - \sqrt{b})$, а $a\sqrt{b} + b\sqrt{a} = \sqrt{ab}(\sqrt{a} + \sqrt{b})$.




$$\left(1 + ab + \frac{a\sqrt{b} - b\sqrt{a}}{\sqrt{b} - \sqrt{a}} - \frac{a\sqrt{b} + b\sqrt{a}}{\sqrt{a} + \sqrt{b}}\right) : \frac{\sqrt{ab} - 1}{\sqrt{ab} + 1} =$$

$$= \left(1 + ab + \frac{\sqrt{ab}(\sqrt{a} - \sqrt{b})}{\sqrt{b} - \sqrt{a}} - \frac{\sqrt{ab}(\sqrt{a} + \sqrt{b})}{\sqrt{a} + \sqrt{b}}\right) \cdot \frac{\sqrt{ab} + 1}{\sqrt{ab} - 1} =$$

$$= \left(1 + ab - \sqrt{ab} - \sqrt{ab}\right) \cdot \frac{\sqrt{ab} + 1}{\sqrt{ab} - 1} = \left(1 - \sqrt{ab}\right)^2 \cdot \frac{\sqrt{ab} + 1}{\sqrt{ab} - 1} =$$

$$= \left(\sqrt{ab} - 1\right) \cdot \left(1 + \sqrt{ab}\right) = ab - 1.$$

**Ответ:** $ab - 1$.

**12.** Решите уравнение

$$\frac{-2x^2 + 3 - 5x}{x + 2} \cdot \sqrt{2 - |x|} = 0.$$

**Решение.** Уравнение равносильно системе

$$\begin{cases} -2x^2 + 3 - 5x = 0, \\ 2 - |x| = 0, \\ x + 2 \neq 0, \\ 2 - |x| \geq 0. \end{cases}$$

Первое уравнение равносильно уравнению $2x^2 + 5x - 3$ и имеет корни $x_1 = 1/2$, $x_2 = -3$, второй из которых не удовлетворяет четвертому неравенству системы. Второе уравнение имеет корни $x_1 = -2$, $x_2 = 2$, первый из которых не удовлетворяет третьему неравенству. Значит
**Ответ:** $1/2$; $2$.

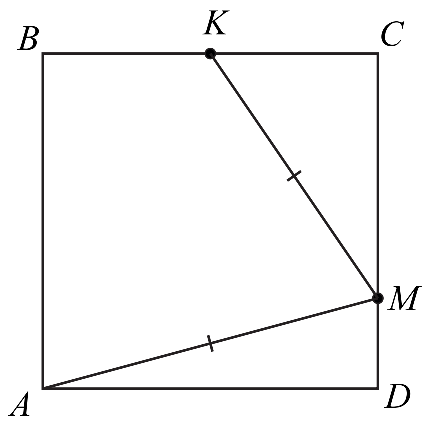
**13.** Постройте график параболы, проходящей через точки $K(0;-5)$, $L(3;10)$, $M(-3;-2)$ и найдите координаты ее вершины.

**Решение.** Пусть уравнение параболы $y = ax^2 + bx + c$, тогда

$$\begin{cases} c = -5, \\ 9a + 3b + c = 10, \\ 9a - 3b + c = -2; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c = -5, \\ 9a + 3b = 15, \\ 9a - 3b = 3; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c = -5, \\ 18a = 18, \\ 9a - 3b = 3; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c = -5, \\ a = 1, \\ b = 2; \end{cases}$$

Искомое уравнение $y = x^2 + 2x - 5$. Вершина данной параболы $x_0 = -\frac{2}{2} = -1$, $y_0 = -6$, а график изображен на рисунке.
**Ответ:** $(-1; -6)$.

**14.** В квадрате $ABCD$ со стороной 16. Точка $K$ – середина $BC$, $M$ лежит на стороне $CD$, причем $KM = AM$. Найдите длину $MD$.




**Решение.** Пусть $MD = x$, тогда $CM = 16 - x$. По теореме Пифагора для треугольника $CKM$: $KM^2 = CK^2 + CM^2 = 64 + (16 - x)^2$. По теореме Пифагора для треугольника $AMD$: $AM^2 = AD^2 + MD^2 = 256 + x^2$. Поскольку $KM = AM$, получаем уравнение $64 + (16 - x)^2 = 256 + x^2$, откуда $x = 2$.
**Ответ:** 2.

**15.** *(5 баллов)* Володя и Маша делают украшения в кабинет ко дню учителя. Известно, что за час Маша делает на 3 украшения больше, чем Володя. На изготовление 12 украшений Володя тратит на 4 часа больше, чем Маша на изготовление 10 таких же украшений. Сколько украшений в час делает Володя?
**Решение.** Пусть Володя в час делает $x$ украшений, тогда Маша делает $x + 3$ украшений. Володя на изготовление 12 украшений тратит $\frac{12}{x}$ часов, Маша на изготовление 10 украшений тратит $\frac{10}{x+3}$ часов. Так как первое время на 4 часа больше второго, составим уравнение: $\frac{12}{x} = \frac{10}{x+3} + 4$, решаем уравнение и получаем $x = 2$ и $x = -\frac{9}{2}$. Отрицательный корень не подходит по смыслу задачи.
**Ответ:** 2.

**Критерии:**
1. 2 балла за верный ответ.
2. 2 балла за верный ответ.
3. 2 балла за верный ответ.
4. 2 балла за верный ответ.
5. 2 балла за верный ответ.
6. 3 балла за верный ответ, 1 балл, если найдены не все корни.
7. 3 балла за верный ответ.
8. 3 балла за верный ответ, 2 балла если найдены все значения $p$, 1 балл за $p = 2$.
9. 3 балла за верный ответ.
10. 3 балла за верный ответ.
11. *+1 балл* – верно выполненное упрощение выражения в скобках;
*+2 балла* – полный квадрат и сокращение дроби;
*+1 балл* – верное применение формулы разности квадратов, которое приводит к ответу.
12. *-1 балл* – за каждый посторонний корень в ответе.
13. *+3 балла* – составлено уравнение параболы;
*+1 балла* – верно найдена вершина параболы;
*+1 балл* – верно построен график параболы.
14. *+1 балл* – за каждое применение теоремы Пифагора, которое продвигает в решении задачи;
*+1 балла* – составлено уравнение;
*+2 балла* – верно решенное уравнение.
15. *+2 балла* – верно составлено уравнение;
*+3 балла* – верно решено составленное уравнение;
*1 балл* – за угаданный ответ с проверкой.

**Решения и критерии оценивания**
**Вариант №2**

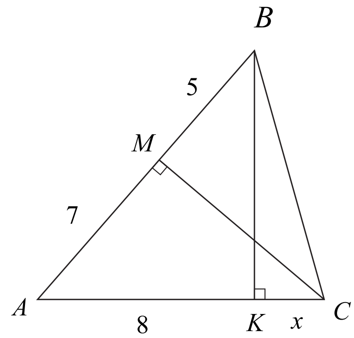
1. Вычислите $\dfrac{\left(0{,}6+\dfrac{1}{4}+\dfrac{1}{15}+0{,}125\right)}{\left(\dfrac{1}{3}+0{,}4+\dfrac{4}{15}\right)}\cdot 24.$

**Решение.** Проведем следующие преобразования

$$\frac{\left(0{,}6+\frac{1}{4}+\frac{1}{15}+0{,}125\right)}{\left(\frac{1}{3}+0{,}4+\frac{4}{15}\right)}\cdot 24=\frac{\left(\frac{3}{5}+\frac{1}{4}+\frac{1}{15}+\frac{1}{8}\right)}{\left(\frac{1}{3}+\frac{2}{5}+\frac{4}{15}\right)}\cdot 24=\frac{\frac{72+30+8+15}{120}}{\frac{5+6+4}{15}}\cdot 24=\frac{125}{120}\cdot 24=25.$$

**Ответ:** 25.

2. Найдите длину отрезка $CK$ в треугольнике на рисунке.




**Решение.** Треугольник $ABK$ подобен треугольнику $AMC$ по двум углам, тогда $\frac{AB}{AC}=\frac{AK}{AM}$, откуда $AC=\frac{12\cdot 7}{8}=10{,}5$. Значит, $KC=AC-AK=2{,}5$.

**Ответ:** 2,5.

3. Решите уравнение $\dfrac{5x-2}{2x-3}-\dfrac{19}{4x-6}=\dfrac{7}{2}$.

**Решение.** Приведем левую часть уравнения к общему знаменателю и приведем подобные в числителе:

$$\frac{5x-2}{2x-3}-\frac{19}{2(2x-3)}=\frac{7}{2}$$
$$\frac{10x-4-19}{2(2x-3)}=\frac{7}{2}$$
$$10x-23=14x-21$$
$$4x=-2$$

откуда $x=-1/2$.

**Ответ:** $-1/2$.

4. Найдите наибольшее четырёхзначное число, все цифры которого различны и которое делится на 2, 5, 9 и 11.

**Решение.** Поскольку числа 2, 5, 9 и 11 взаимно просты, необходимо, чтобы искомое число делилось на их произведение $2\cdot 5\cdot 9\cdot 11=990$. Наибольшее четырехзначное число, делящееся на данные 9900, предыдущее $9900-990=8910$ является искомым.

**Ответ:** 8910.

5. Плиточник должен уложить 240 м$^2$ плитки. Если он будет укладывать на 6 м$^2$ в день больше, чем запланировал, то закончит работу на 9 дней раньше. Сколько квадратных метров плитки в день планирует укладывать плиточник?

**Решение.** Пусть планируемая производительность $x$ м$^2$ плитки в день. Тогда планируемое время $\frac{240}{x}$ дней. Реальная производительность $x+6$ м$^2$ плитки в день. Тогда реальное время $\frac{240}{x+6}$ дней. По условию реальное время на 9 дней меньше:

$$\frac{240}{x}-\frac{240}{x+6}=9.$$

$$240\left(\frac{1}{x}-\frac{1}{x+6}\right)=9 \Rightarrow 240\cdot\frac{x+6-x}{x(x+6)}=9.$$

$$\frac{240\cdot 6}{x(x+6)}=9 \Rightarrow 1440=9x(x+6).$$

$$x(x+6)=160 \Rightarrow x^2+6x-160=0.$$

$$D=36+4\cdot 160=36+640=676.$$

$$x=\frac{-6\pm 26}{2}.$$

Положительный корень: $x=\frac{20}{2}=10$.
**Ответ:** 10.

6. Решите уравнение $\dfrac{x^2-8}{x}+5=\dfrac{14x}{x^2-8}$.

**Решение.** Пусть $t=\frac{x^2-8}{x}$. Тогда уравнение принимает вид:

$$t+5=\frac{14}{t}.$$

Умножаем на $t$ (при $t\neq 0$):

$$t^2+5t=14 \Rightarrow t^2+5t-14=0.$$

Корни: $t=2$ или $t=-7$. Сделаем обратную замену $\frac{x^2-8}{x}=2 \Rightarrow x^2-8=2x \Rightarrow x^2-2x-8=0$. Откуда $x=4$ или $x=-2$, оба подходят. $\frac{x^2-8}{x}=-7 \Rightarrow x^2-8=-7x \Rightarrow x^2+7x-8=0$. Откуда, $x=1$ или $x=-8$, оба подходят.
**Ответ:** $-8,-2,1,4$.

7. Учитель математики задал Пете сложную задачу: представить число 143 в виде суммы натуральных слагаемых так, чтобы и произведение всех этих слагаемых тоже было равно 143. Петя справился с этой задачей. Сколько слагаемых пришлось ему написать?

**Решение.** Разложение на простые множители: $143=11\cdot 13$. Тогда числа 11 и 13 и $m$ единиц дадут сумму $11+13+m=24+m=143 \Rightarrow m=119$, и произведение $11\cdot 13\cdot 1^m=143$. Всего $2+119=121$ слагаемое.
**Ответ:** 121.

8. Найдите все значения $p$, при каждом из которых уравнение

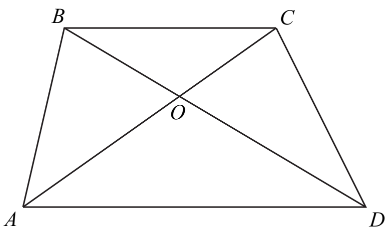
$$(p+6)x^2-5x+p-6=0$$

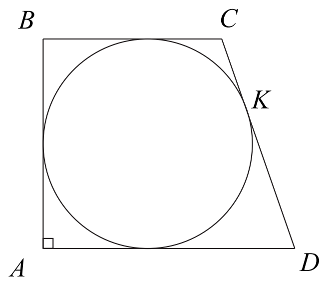
имеет один корень. В ответ запишите сумму модулей всех найденных значений $p$.

**Решение.** Рассмотрим случаи.
1) Если $p+6=0$, т.е. $p=-6$, то уравнение становится линейным: $-5x-12=0 \Rightarrow x=-\frac{12}{5}$ — один корень. Подходит.
2) Если $p\neq -6$, то уравнение квадратное. Один корень (точнее, два равных) будет при дискриминанте, равном нулю. $D=(-5)^2-4(p-6)(p+6)=25-4(p^2-36)=25-4p^2+144=169-4p^2$. Приравниваем к нулю: $169-4p^2=0 \Rightarrow p^2=\frac{169}{4} \Rightarrow p=\pm\frac{13}{2}$. Оба значения не равны -6, значит, подходят. Итак, $p\in\{-6,-\frac{13}{2},\frac{13}{2}\}$. Сумма модулей: $|-6|+|-\frac{13}{2}|+|\frac{13}{2}|=6+\frac{13}{2}+\frac{13}{2}=6+13=19$.
**Ответ:** 19.

9. Дана трапеция $ABCD$ основания которой $BC$ и $AD$ и равны 4 и 12 соответственно. Диагонали пересекаются в точке $O$. Площадь треугольника $S_{BCO}=4$. Найти площадь треугольника $S_{AOB}$.

**Решение.** Треугольники $AOD$ и $COB$ подобны по двум углам, тогда $\frac{CO}{AO}=\frac{BC}{AD}=\frac{4}{12}=\frac{1}{3}$. Площади треугольников $AOB$ и $BOC$ относятся как их основания, т.е. $\frac{S_{AOB}}{S_{BOC}}=\frac{CO}{OA}=\frac{1}{3}$. Значит, $S_{AOB}=12$.
**Ответ:** 12.

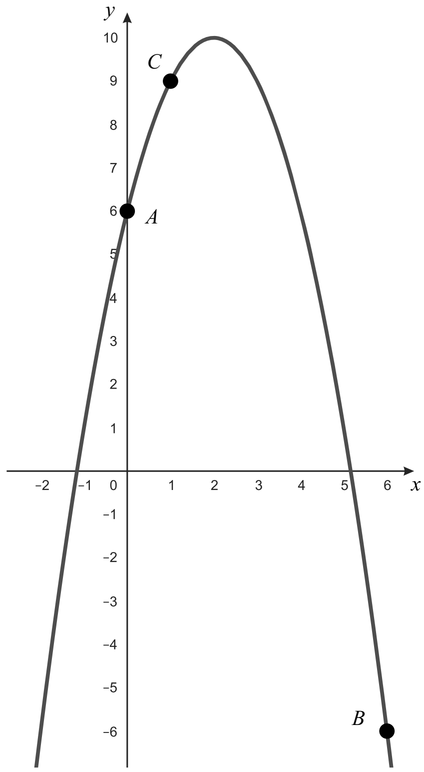



10. В прямоугольную трапецию вписана окружность. Точка касания делит большую боковую сторону на отрезки длиной 4 см и 9 см. Найти периметр трапеции, если радиус этой окружности равен 6 см.
**Решение.** Поскольку трапеция описана, то $AD + BC = AB + CD = 2 \cdot 6 + 4 + 9 = 25$, откуда $P_{ABCD} = 50$.
**Ответ:** 50.

**11.** Упростите выражение

$$\left(\frac{\sqrt{a}-\sqrt{b}}{a\sqrt{b}+b\sqrt{a}}+\frac{\sqrt{a}+\sqrt{b}}{a\sqrt{b}-b\sqrt{a}}\right)\cdot\frac{\sqrt{a^3b}}{a+b}-\frac{2b}{a-b}.$$




**Решение.** Преобразуем выражение, учитывая, что
$a\sqrt{b} - b\sqrt{a} = \sqrt{ab}(\sqrt{a} - \sqrt{b})$, а $a\sqrt{b} + b\sqrt{a} = \sqrt{ab}(\sqrt{a} + \sqrt{b})$.

$$\left(\frac{\sqrt{a}-\sqrt{b}}{a\sqrt{b}+b\sqrt{a}}+\frac{\sqrt{a}+\sqrt{b}}{a\sqrt{b}-b\sqrt{a}}\right)\cdot\frac{\sqrt{a^3b}}{a+b}-\frac{2b}{a-b}=$$

$$=\left(\frac{\sqrt{a}-\sqrt{b}}{\sqrt{ab}(\sqrt{a}+\sqrt{b})}+\frac{\sqrt{a}+\sqrt{b}}{\sqrt{ab}(\sqrt{a}-\sqrt{b})}\right)\cdot\frac{\sqrt{a^3b}}{a+b}-\frac{2b}{a-b}=$$

$$=\frac{a-2\sqrt{ab}+b+a+2\sqrt{ab}+b}{\sqrt{ab}(a-b)}\cdot\frac{\sqrt{a^3b}}{a+b}-\frac{2b}{a-b}=$$

$$=\frac{2(a+b)}{\sqrt{ab}(a-b)}\cdot\frac{a\sqrt{ab}}{a+b}-\frac{2b}{a-b}=\frac{2a}{a-b}-\frac{2b}{a-b}=2.$$

**Ответ:** 2.

**12.** Решите уравнение

$$\frac{-2x^2+4+7x}{x-3}\cdot\sqrt{3-|x|}=0.$$

**Решение.** Уравнение равносильно системе

$$\begin{cases} -2x^2+4+7x=0,\\ 3-|x|=0,\\ x-3\neq 0,\\ 3-|x|\geq 0. \end{cases}$$

Первое уравнение равносильно уравнению $2x^2 - 7x - 4$ и имеет корни $x_1 = -1/2$, $x_2 = 4$, второй из которых не удовлетворяет четвертому неравенству системы. Второе уравнение имеет корни $x_1 = 3$, $x_2 = -3$, первый из которых не удовлетворяет третьему неравенству. Значит
**Ответ:** $-1/2$; $-3$.

**13.** Постройте график параболы, проходящей через точки $A(0;6)$, $B(6;-6)$, $C(1;9)$ и найдите координаты ее вершины.

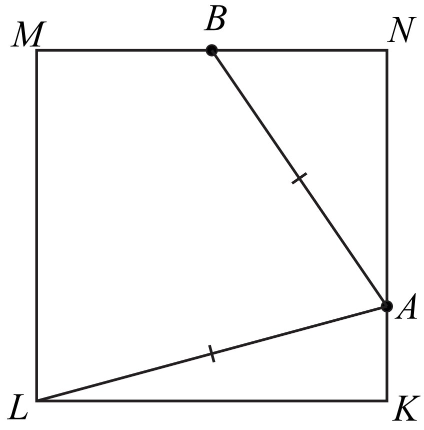
**Решение.** Пусть уравнение параболы $y=ax^2+bx+c$, тогда

$$\begin{cases} c=6, \\ 36a+6b+c=-6, \\ a+b+c=9; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c=6, \\ 36a+6b=-12, \\ a+b=3; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c=6, \\ 30a=-30, \\ a+b=3; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c=6, \\ a=-1, \\ b=4; \end{cases}$$

Искомое уравнение $y=-x^2+4x+6$. Вершина данной параболы $x_0=-\frac{-4}{-2}=2$, $y_0=10$, а график изображен на рисунке.

**Ответ:** $(2;10)$.

**14.** В квадрате $KLMN$ со стороной 8. Точка $B$ – середина $MN$, $A$ лежит на стороне $KN$, причем $LA=AB$. Найдите длину $AN$.




**Решение.** Пусть $AN=x$, тогда $AK=8-x$. По теореме Пифагора для треугольника $LAK$: $LA^2=LK^2+AK^2=64+(8-x)^2$. По теореме Пифагора для треугольника $ABN$: $AB^2=BN^2+AN^2=16+x^2$. Поскольку $LA=AB$, получаем уравнение $64+(8-x)^2=16+x^2$, откуда $x=7$.

**Ответ:** 7.

**15.** Игорь и Катя делают украшения в кабинет ко дню учителя. Известно, что за час Катя делает на 4 украшения больше, чем Игорь. На изготовление 21 украшения Игорь тратит на 1 час больше, чем Катя на изготовление 42 таких же украшений. Сколько украшений в час делает Игорь?

**Решение.** Пусть Игорь в час делает $x$ украшений, тогда Катя делает $x+4$ украшений. Игорь на изготовление 21 украшений тратит $\frac{21}{x}$ часов, Катя на изготовление 42 украшений тратит $\frac{42}{x+4}$ часов. Так как первое время на час больше второго, составим уравнение: $\frac{21}{x}=\frac{42}{x+4}+1$, решаем уравнение и получаем $x=3$ и $x=-28$. Отрицательный корень не подходит по смыслу задачи.

**Ответ:** 3.

**Критерии:**
1. 2 балла за верный ответ.
2. 2 балла за верный ответ.
3. 2 балла за верный ответ.
4. 2 балла за верный ответ.
5. 2 балла за верный ответ.
6. 3 балла за верный ответ, 1 балл, если найдены не все корни.
7. 3 балла за верный ответ.
8. 3 балла за верный ответ, 2 балла если найдены все значения $p$, 1 балл за $p = -6$.
9. 3 балла за верный ответ.
10. 3 балла за верный ответ.
11. *+1 балл* – верно выполненное упрощение выражения в скобках;
*+1 балла* – за каждое верно выполненное сокращение в произведении;
*+2 балл* – обоснованно получен верный ответ.
12. *-1 балл* – за каждый посторонний корень в ответе.
13. *+3 балла* – составлено уравнение параболы;
*+1 балла* – верно найдена вершина параболы;
*+1 балл* – верно построен график параболы.
14. *+1 балла* – за каждое применение теоремы Пифагора, которое продвигает в решении задачи;
*+1 балла* – составлено уравнение;
*+2 балл* – верно решенное уравнение.
15. *+2 балла* – верно составлено уравнение;
*+3 балла* – верно решено составленное уравнение;
*1 балл* – за угаданный ответ с проверкой.