

ВОЗМОЖНЫЕ РЕШЕНИЯ и КРИТЕРИИ ОЦЕНИВАНИЯ

1. Губка (2 балла)

Губка для мытья посуды сделана из полиуретана. Плотность полиуретанового волокна составляет 1250 кг/м^3 . Средняя плотность губки составляет 32 кг/м^3 .

► Определите массу губки, размеры которой составляют $2 \text{ см} \times 10 \text{ см} \times 6 \text{ см}$.
Ответ выразите в кг.

► Чему равен объём воздушных полостей в такой губке? Ответ выразите в м^3 .

ВОЗМОЖНОЕ РЕШЕНИЕ:

Определим массу губки:

$$m = 32 \text{ кг/м}^3 \cdot 2 \cdot 10^{-2} \text{ м} \cdot 10 \cdot 10^{-2} \text{ м} \cdot 6 \cdot 10^{-2} \text{ м} = 3840 \cdot 10^{-6} \text{ кг} \\ = 3,84 \cdot 10^{-3} \text{ кг}.$$

Объём воздушных полостей – это объём губки за вычетом объёма полиуретана, из которого она изготовлена. Объём полиуретана равен

$$V_{\text{п}} = \frac{3,84 \cdot 10^{-3} \text{ кг}}{1250 \text{ кг/м}^3} = 3 \cdot 10^{-6} \text{ м}^3 = 3 \text{ см}^3.$$

Объём воздушных полостей

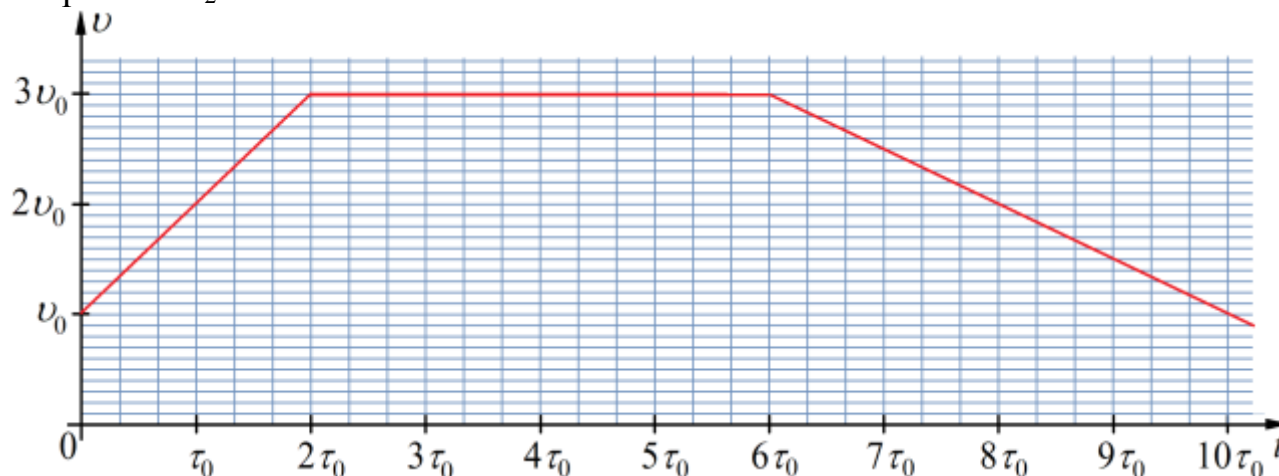
$$V_{\text{возд}} = 2 \cdot 6 \cdot 10 \text{ см}^3 - 3 \text{ см}^3 = 117 \text{ см}^3.$$

Критерии проверки

1.1	Определена масса губки $3,84 \text{ г}$	1	
1.2	Определение объёма воздушных полостей, из них (если он не определен, то ставится частичный балл)	1	
	<i>посчитан объём губки с полостями 120 см^3</i>	<i>0,25</i>	
	<i>определён объём полиуретана 3 см^3</i>	<i>0,25</i>	
	<i>определен объём воздушный полостей 117 см^3</i>	<i>0,5</i>	

2. Двойной обгон (12 баллов)

Две частицы одновременно начинают двигаться из одной точки в одном направлении. График зависимости скорости движения первой частицы от времени представлен на рисунке. Вторая частица движется с постоянной скоростью v_2 .



Определите:

► путь, который прошла первая частица за время $10\tau_0$;

► среднюю скорость первой частицы за время $10\tau_0$;

Известно, что частицы за время наблюдения встретились дважды: в момент времени $10\tau_0$ и в момент времени $\tau_1 < 10\tau_0$. Используя этот факт и ранее найденные значения пути и средней скорости движения первой частицы за время $10\tau_0$ найдите:

► скорость v_2 ;

► момент времени τ_1 ;

► на выданном дополнительном листе постройте график зависимости скорости второй частицы от времени;

► определите моменты времени, когда скорости части одинаковы.

Не забудьте этот лист сдать вместе с работой.

ВОЗМОЖНОЕ РЕШЕНИЕ:

По графику видим, что первая частица движется с переменной скоростью. Чтобы найти ее путь за время $10\tau_0$, нужно найти площадь под графиком зависимости скорости частицы от времени:

$$S = 24v_0 \cdot \tau_0.$$

Средняя скорость этой частицы за время $10\tau_0$ по определению равна

$$v_{cp1} = \frac{S}{10\tau_0} = \frac{24v_0 \cdot \tau_0}{10\tau_0} = 2,4v_0.$$

Так как по условию задачи частицы встретились (то есть прошли одинаковый путь) спустя время $10\tau_0$ после начала движения, то скорость движения второй частицы равна средней скорости первой частицы за этот промежуток времени

$$v_2 = v_{cp1} = 2,4v_0.$$

Определим еще один момент времени $\tau_1 < 10\tau_0$, когда частицы встретились. За время $2\tau_0$ первая частица пройдет путь

$$\frac{v_0 + 3v_0}{2} \cdot 2\tau_0 = 4v_0\tau_0,$$

а вторая частица за это время пройдет путь

$$2,4v_0 \cdot 2\tau_0 = 4,8v_0 \cdot \tau_0.$$

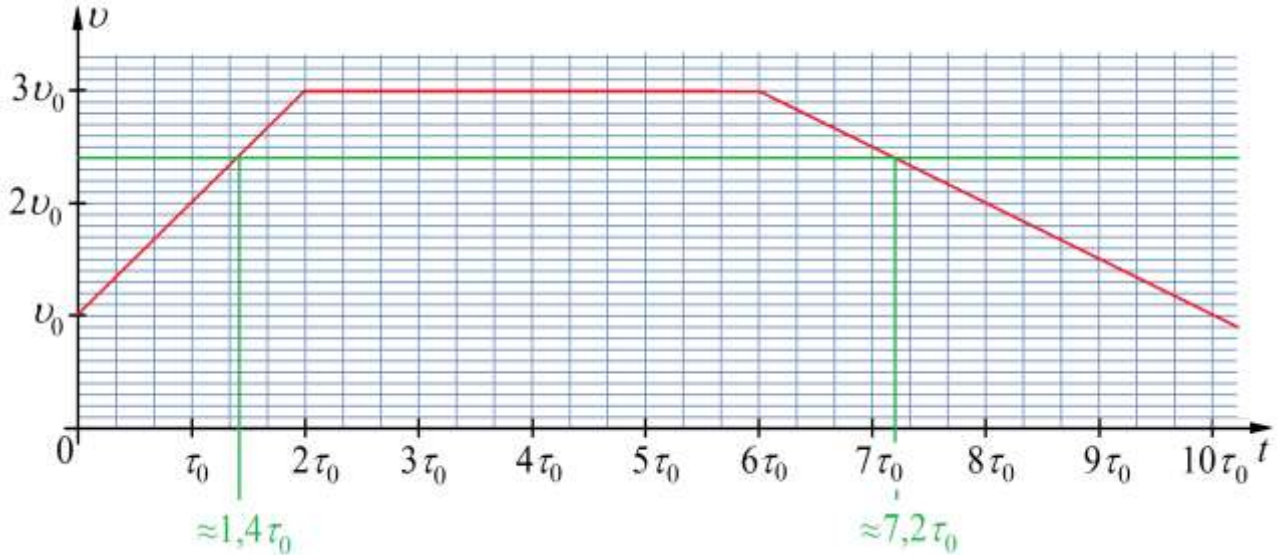
При этом вторая частица движется быстрее первой. Первая частица догонит вторую в момент времени τ_1 , причем $2\tau_0 < \tau_1 < 10\tau_0$. За время τ_1 пути, пройденные частицами одинаковы, поэтому

$$2,4v_0 \cdot \tau_1 = \frac{v_0 + 3v_0}{2} \cdot 2\tau_0 + 3v_0(\tau_1 - 2\tau_0). \quad (1)$$

Из записанного уравнения определим τ_1

$$\tau_1 = \frac{10}{3}\tau_0.$$

На том же рисунке, на котором представлен график зависимости скорости первой частицы от времени, построим график скорости второй частицы и определим моменты времени, когда скорости частиц одинаковы (см.рис.)



Эти моменты времени равны примерно $1,4\tau_0$ и $7,2\tau_0$.

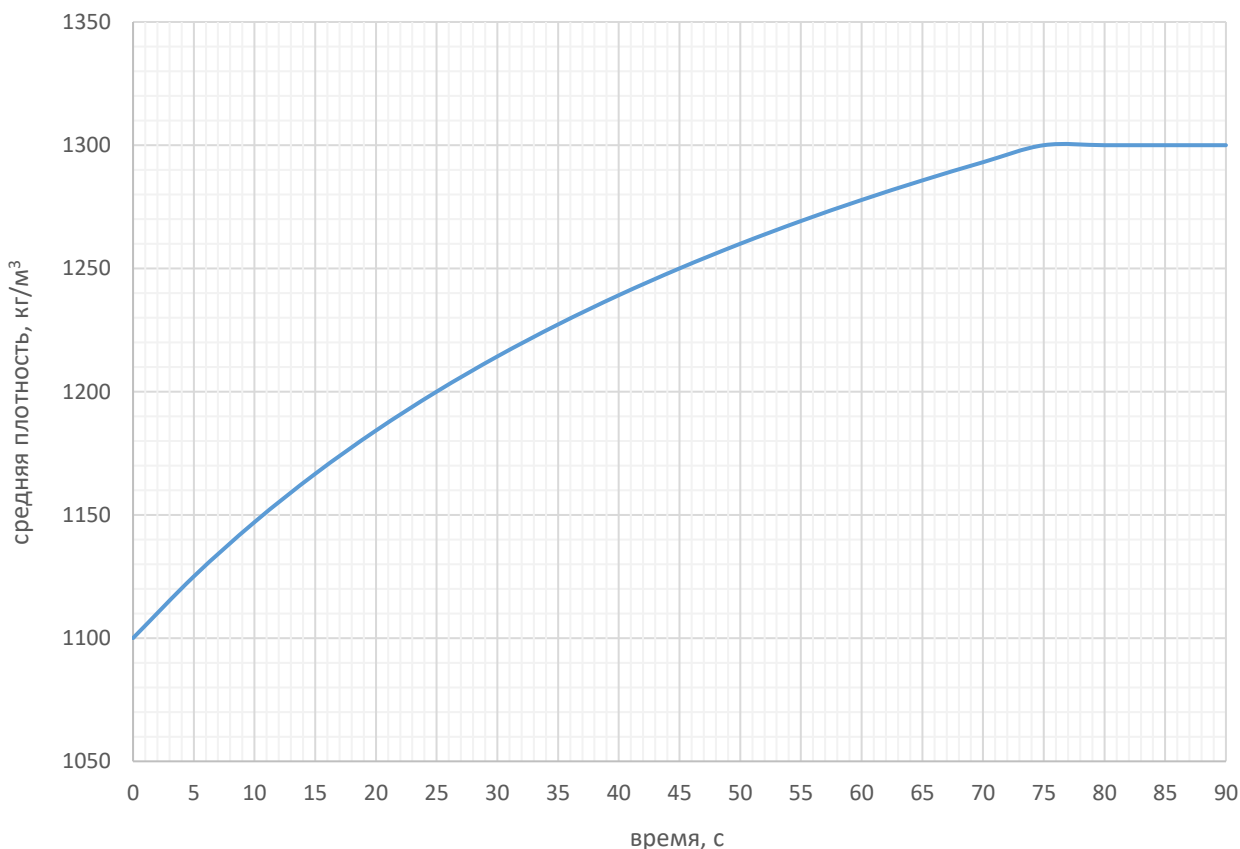
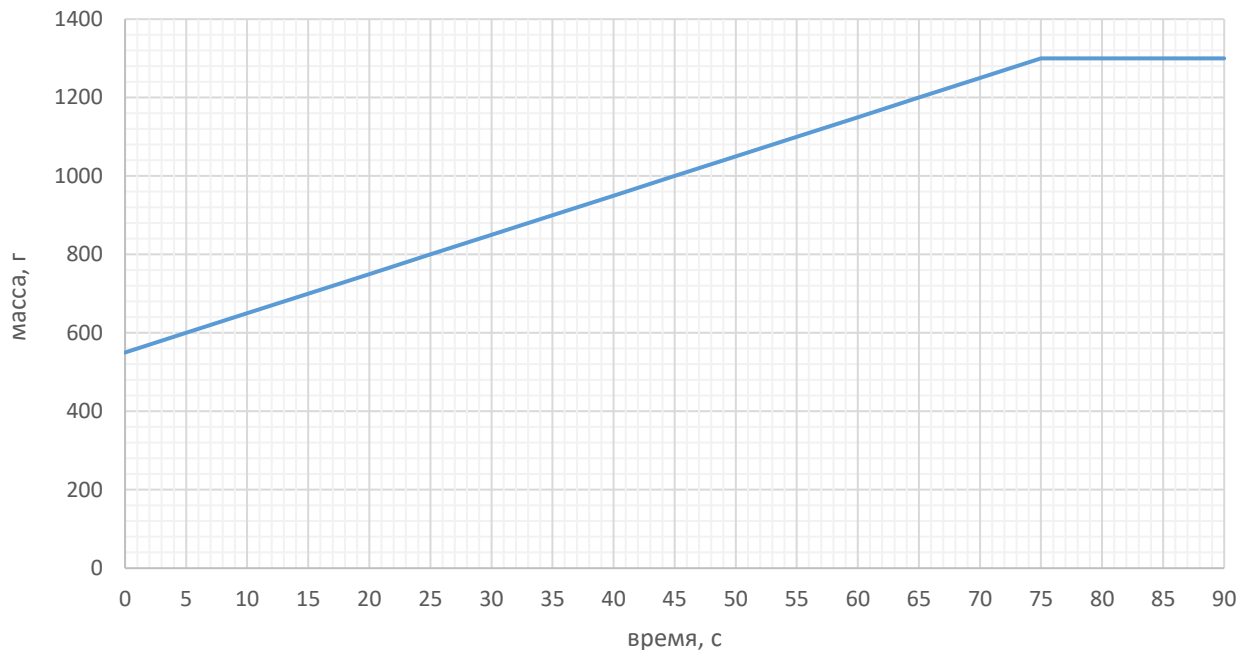
Критерии проверки:

2.1	Путь первой частицы численно равен площади под графиком (без обоснования и промежуточных расчетов балл не выставляется) Найдено верное числовое значение $S = 24v_0 \cdot \tau_0$	1	
2.2	Определена средняя скорость первой частицы $2,4v_0$	1	
2.3	Скорость второй частицы равна средней скорости первой частицы за время $10\tau_0$	1	
2.4	Определение времени τ_1 (всего), Из них: Проанализировано движение, сделан вывод о том, что $2\tau_0 < \tau_1 < 10\tau_0$ Записано уравнение (1) или аналогичное Найдено правильное значение τ_1	5 2 3 1	

2.5	На дополнительном листе построен правильный график зависимости скорости второй частицы от времени	1	
2.6	В те моменты времени, когда графики пересекаются, скорости части одинаковы, Найдены точки пересечения, определены два момента времени (примерно $1,4\tau_0$ и $7,2\tau_0$) – по 0,5 балла за каждый	1 1	

3. Перемешивание жидкостей (6 баллов)

Для приготовления однородной смеси двух различных по плотности жидкостей в пустой сосуд с мешалкой наливают объём V_1 массой m_1 . Затем включают мешалку и начинают наливать вторую жидкость с постоянный массовым расходом, одновременно с этим включаются два датчика, первым из которых показывает массу содержимого сосуда, второй – среднюю плотность содержимого сосуда. Спустя время T подача второй жидкости прекращается. Используя данные графики, определите:



- ▶ массу m_1 первой жидкости;
- ▶ плотность ρ_1 первой жидкости;
- ▶ объём первой жидкости V_1 ;
- ▶ время T ;
- ▶ массу второй жидкости m_2 , поступившей в сосуд за время T ;
- ▶ массу второй жидкости μ , которая подается в сосуд за 1 секунду;
- ▶ плотность второй жидкости ρ_2 .

ВОЗМОЖНОЕ РЕШЕНИЕ:

По графикам определим, что в момент времени $t = 0$, когда по условию задачи в сосуд находилась только первая жидкость плотность содержимого сосуда равна

$$\rho_1 = 1100 \text{ кг/м}^3,$$

а масса равна

$$m_1 = 540 \leftrightarrow 560 \text{ г} = 0,54\text{—}0,56 \text{ кг}.$$

0,54 – 0,56 кг означает, что верными признаются все значения в этом диапазоне (по графику величина определяется с погрешностью).

Следовательно, объём первой жидкости равен

$$V_1 = \frac{m_1}{\rho_1}; V_1 = 4,9 \cdot 10^{-4} \text{—} 5,1 \cdot 10^{-4} \text{ м}^3.$$

По графикам видим, что масса содержимого сосуда и средняя плотность перестают меняться после 75 с. Тогда время $T = 75$ с, причём за это время в сосуд поступило

$$m_2 = 1300 \text{ г} - 540(560) \text{ г} = 740(760) \text{ г}$$

второй жидкости.

Масса второй жидкости, которая поступает в сосуд в единицу времени равна

$$\mu = \frac{m_2}{T}; \mu = \frac{740(760)}{75} = 9,9\text{—}10,1 \text{ (г/с)}.$$

Так как в момент времени средняя плотность равна 1300 кг/м^3 , то объём содержимого сосуда в момент времени $T = 75$ с равен

$$V = \frac{1,3 \text{ кг}}{1300 \text{ кг/м}^3} = 0,001 \text{ м}^3.$$

Объём второй жидкости равен

$$V_2 = V - V_1; V_2 = 0,0005 \text{ м}^3.$$

Посчитаем плотность второй жидкости

$$\rho_2 = \frac{m_2}{V_2}; \rho_2 = \frac{0,749(0,76) \text{ кг}}{0,0005 \text{ м}^3} = 1480\text{—}1520 \text{ кг/м}^3.$$

Критерии проверки:

3.1	По графику зависимости массы от времени найдена масса первой жидкости от 540 г до 560 г	0,25	
3.2	По графику средней плотности найдена плотность первой жидкости 1100 кг/м^3	0,25	
3.3	Определен объём первой жидкости 0,49 — 0,51 л	0,5	
3.4	По графикам найдено время $T = 75$ с	0,25	

3.5	По графику зависимости массы от времени найдена масса второй жидкости 740 г — 760 г	0,75	
3.6	Определен массовый расход 9,9 — 10,1 г/с	0,5	
3.7	Определение плотности второй жидкости (всего) <i>Из них:</i> <i>По средней плотности содержимого сосуда найден суммарный объём жидкостей</i> <i>Найден объём второй жидкости</i> <i>Посчитана ее плотность</i>	3,5 2 1 0,5	

4.Блоки и грузы (7 баллов)

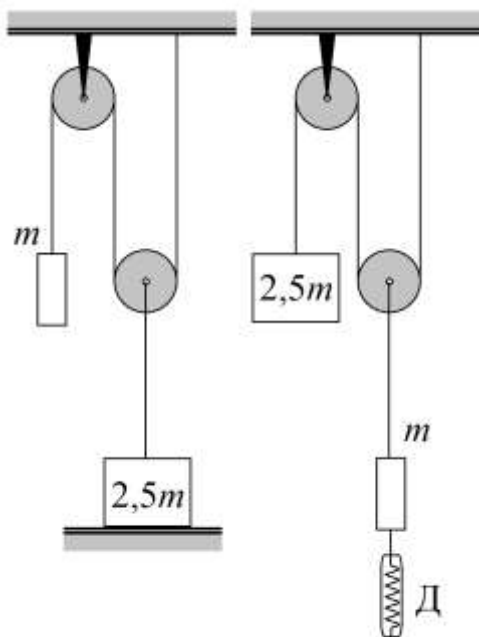


рис. а

рис. б

Через подвижный и неподвижный блоки перекинута легкая нерастяжимая нить, к одному концу которой прикреплён груз массой m . К оси подвижного блока с помощью второй легкой и нерастяжимой нити прикреплён груз массой $2,5m$ (рис.а), который стоит на горизонтальном столе.

► С какой силой груз массой $2,5m$ давит на стол?

Грузы поменяли местами, к грузу массой m прикрепили динамометр Д (рис.б).

► Чему равны показания динамометра, когда динамометр удерживается руками так, чтобы система грузов находилась в состоянии покоя?

► Как должен экспериментатор держать динамометр в руках для удержания груза – ему надо тянуть динамометр вниз или вверх?

Ускорение свободного падения равно g . Трения

в блоке нет. Свободные участки нити вертикальны.

ВОЗМОЖНОЕ РЕШЕНИЕ:

Рассмотрим случай а. Сила натяжения нити, перекинутой через подвижный и неподвижный блоки равна

$$T = mg.$$

Сила натяжения второй нити равна $2T$. Так как груз $2,5m$ находится в покое, то

$$2,5mg = 2T + N.$$

Здесь N – сила, с которой стол действует на груз, по третьему закону Ньютона с такой же силой стол действует на груз. Определим N

$$N = 2,5mg - 2T = 0,5mg.$$

Рассмотрим случай б. Сила натяжения нити, перекинутой через подвижный и неподвижный блоки равна

$$T' = 2,5mg.$$

Так как груз m удерживается в покое, то

$$2T' = mg + F.$$

Здесь F – показания динамометра. Определим F

$$F = 2T' - mg = 5mg - mg = 4mg.$$

Так как сила натяжения нити больше силы тяжести, действующей на груз, то динамометр надо тянуть вниз.

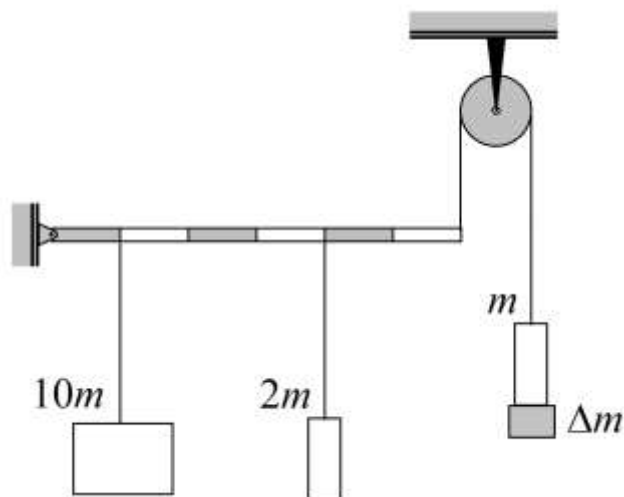
Критерии проверки:

4.1	Случай а) (всего) Из них: Сила натяжения нити, перекинутой через блоки, равна $T = mg$ Сила натяжения второй нити равна $2T$ Записано уравнение покоя груза $2,5m$	3 0,5 0,5 1	
-----	--	--------------------------	--

	<i>Найдена сила N</i>	<i>1</i>	
4.2	Случай б) (всего) Из них <i>Сила натяжения нити, перекинутой через блоки, равна $T' = 2,5 mg$</i> <i>Сила натяжения второй нити равна $2T$</i> <i>Записано уравнение покоя груза m</i> <i>Найдены показания динамометра</i>	<i>3</i> <i>0,5</i> <i>0,5</i> <i>1</i> <i>1</i>	
4.3	Динамометр нужно тянуть вниз (направление силы может быть указано на рисунке (сила должна быть приложена к динамометру), либо словесная формулировка в решении или ответе)	<i>1</i>	

5. Рычаг на шарнире (5 баллов)

Жёсткий однородный рычаг массой M левым концом шарнирно укреплен на вертикальной стене. К рычагу на очень легких нитях подвешены грузы массами $10m$ и $2m$. К правому концу рычага прикреплена нерастяжимая нить пренебрежимо малой массы, перекинутая через лёгкий блок, к свободному концу которой прикреплен груз массой m . Для того, чтобы рычаг был горизонтальным к грузу m , нужно прикрепить дополнительный груз Δm . Определите:



► силу натяжения нити T , перекинутой через блок;

► массу дополнительного груза Δm .

Ускорение свободного падения равно g . Трения в блоке нет. Свободные участки нити вертикальны. Рычаг цветными метками поделён на равные части.

ВОЗМОЖНОЕ РЕШЕНИЕ:

Запишем правило моментов для системы «рычаг + груз $10m$ + груз $2m$ » относительно оси, проходящей через левый край рычага перпендикулярно плоскости чертежа:

$$10mga + Mg \cdot 3a + 2mg \cdot 4a = T \cdot 6a. \quad (2)$$

Определим силу натяжения нити, перекинутой через блок, T

$$T = 3mg + \frac{1}{2}Mg.$$

Чтобы сила натяжения нити была равна T , необходимо к грузу m добавить дополнительный груз Δm , который определяется из условия

$$T = (m + \Delta m)g;$$

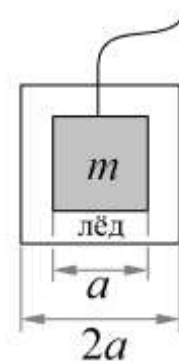
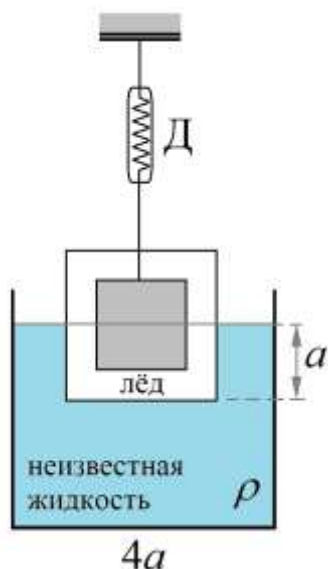
$$\Delta m = 2m + \frac{M}{2}.$$

Критерии проверки:

5.1	Записано уравнение (2) или аналогичное(ые), описывающие горизонтальность рычага <i>Выражения для моментов сил, в которые не включен множитель «плечо силы», признаются неверными</i>	3	
5.2	Определена сила натяжения нити $T = 3mg + \frac{1}{2}Mg$	1	
5.3	Определена Δm $\Delta m = 2m + \frac{M}{2}$	1	

6.Обледеневший кубик (12 баллов)

Кубик массой m с ребром a нитью вморожен в ледяной кубик так, что получился кубик с ребром $2a$. К кубику прикреплена легкая нить.



Нить прикрепили к динамометру, и систему погрузили в жидкость с неизвестной плотностью ρ , которая находится в сосуде поперечным сечением в форме квадрата со стороной $4a$. При этом в неизвестной жидкости оказывается половина ледяного кубика.

Когда лёд полностью растаял, то показания динамометра оказываются такими же, как в первом случае, если верхняя грань кубика совпадает с верхней поверхностью жидкости, находящейся в сосуде.

Жидкость с водой не смешивается, в химическую реакцию не вступает, плотность жидкости больше

плотности воды.

Определите:

- ▶ объём льда;
- ▶ объём воды, получившейся после таяния льда;
- ▶ какая жидкость (вода или неизвестная жидкость) находится в верхней части сосуда после полного таяния льда;
- ▶ чему равна толщина слоя воды в сосуде после таяния льда;
- ▶ плотность неизвестной жидкости, если плотность воды равна $\rho_{\text{в}} = 1000 \text{ кг/м}^3$, плотность льда равна $\rho_{\text{л}} = 900 \text{ кг/м}^3$.

ВОЗМОЖНОЕ РЕШЕНИЕ:

Посчитаем объём кубика $V_{\text{к}}$

$$V_{\text{к}} = a^3.$$

Объём льда, намороженного на кубик равен

$$V_{\text{л}} = (2a)^3 - a^3 = 7a^3.$$

При погружении ледяного кубика на половину объёма в неизвестную жидкость на него действует сила Архимеда, равная

$$F_{\text{Арх1}} = \rho g \cdot 4a^3.$$

Показания динамометра F в этом случае можно определить из уравнения

$$F + F_{\text{Арх1}} = (m + m_{\text{л}})g,$$

где $m_{\text{л}}$ – масса льда, намороженного на кубик и равная

$$m_{\text{л}} = 7\rho_{\text{л}}a^3.$$

Из записанных выражений определим показания динамометра

$$F = mg + 7\rho_{\text{л}}ga^3 - \rho g \cdot 4a^3.$$

После таяния льда из него получилась такая же масса воды, но имеющая другой объём (плотность воды больше плотности льда), поэтому объём получившейся воды определяется из условия

$$\rho_{\text{в}}V_{\text{в}} = 7\rho_{\text{л}}a^3;$$

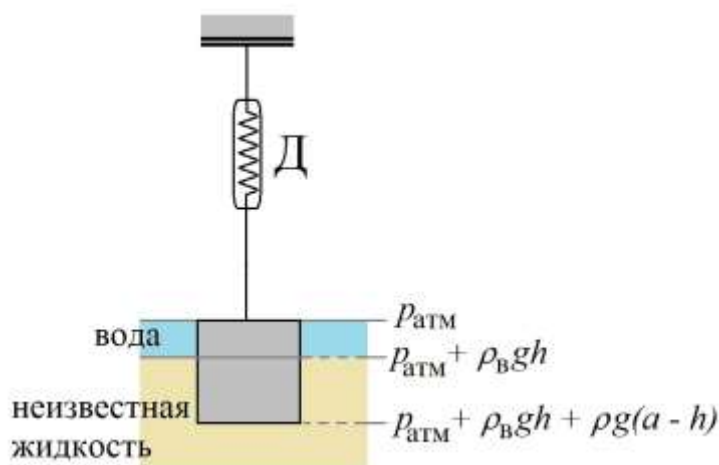
$$V_B = \frac{\rho_L}{\rho_B} \cdot 7a^3.$$

Так как по условию задачи плотность воды меньше плотности неизвестной жидкости, поэтому слой воды будет располагаться выше нее. Определим толщину слоя воды h

$$h = \frac{V_B}{(4a)^2 - a^2} = \frac{7}{15} \cdot \frac{\rho_L}{\rho_B} \cdot a;$$

$$h = \frac{21}{50} a.$$

Определим силу Архимеда, действующую на кубик после таяния воды (верхняя грань кубика совпадает с границей раздела вода – воздух). Для этого определим давления сразу под поверхностью жидкости, на глубине h и на глубине a (см.рис.)



Тогда выталкивающая сила равна

$$F_{\text{Арх2}} = (p_{\text{атм}} + \rho_B g h + \rho g (a - h)) \cdot a^2 - p_{\text{атм}} \cdot a^2.$$

После подстановки h получим

$$F_{\text{Арх2}} = \frac{(21\rho_B - 29\rho)a^3 g}{50}.$$

Запишем условие покоя кубика в этом случае, учитывая, что показания динамометра такие же, как в первом случае,

$$F_{\text{Арх2}} + F = mg.$$

Подставим найденную силу Архимеда и выразим F

$$F = mg - \frac{(21\rho_B - 29\rho)a^3 g}{50}.$$

Приравняем показания динамометра в первом и во втором случаях

$$mg + 7\rho_L g a^3 - \rho g \cdot 4a^3 = mg - \frac{(21\rho_B - 29\rho)a^3 g}{50}.$$

Выразим из полученного уравнения плотность неизвестной жидкости ρ

$$\rho = \frac{336}{171} \cdot \rho_B = \frac{1120}{513} \rho_L; \quad \rho = 1965 \text{ кг/м}^3.$$

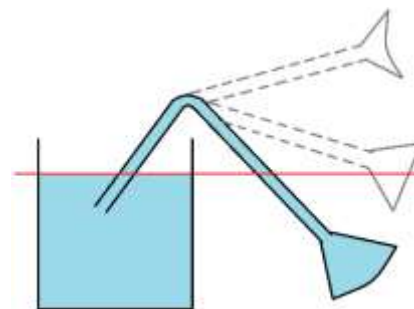
Критерии проверки:

6.1	Найден объём льда	0,25	
6.2	Определен объём воды, получившейся после таяния льда	1	
6.3	Есть явное указание (словами, рисунок), что вода располагается выше неизвестной жидкости	0,25	
6.4	Определена толщина слоя воды	2	
6.5	Записано условие покоя обледеневшего кубика, погруженного наполовину в неизвестную жидкость (в выражении – плотности льда (воды))		

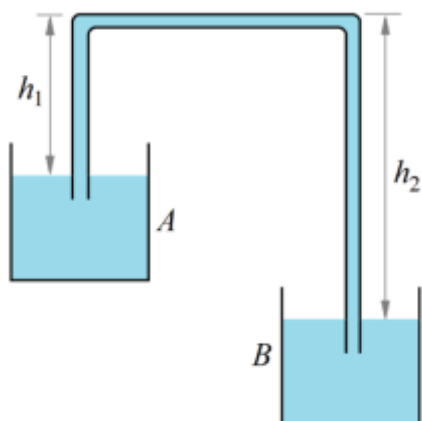
	и жидкости, масса кубика, длина ребра кубика), (всего) Из них <i>Правильно записано выражение для силы Архимеда</i> <i>Учтены и масса кубика и масса льда, замороженного на него</i> <i>Записано равенство сил по вертикали</i>	3 1 1 1	
6.6	Правильное определение силы Архимеда в смеси жидкостей	2	
6.7	Записано условие покоя кубика после таяния льда (всего). В выражении – масса кубика, длина ребра, плотность воды и льда (либо только льда (воды)), плотность жидкости	2	
6.8	Записано равенство показаний динамометра в первом и втором случае, Определена плотность неизвестной жидкости $\rho = \frac{336}{171} \cdot \rho_{\text{в}}; \rho = 1965 \text{ кг/м}^3$	0,5 1	

7. Сифоны (6 баллов)

7.1. В сосуд с жидкостью вставлена резиновая трубка, расширяющаяся к одному концу, который герметично закрыт резиновой пленкой. На рисунке показано различное поведение резиновой пленки при разных изгибах трубки.



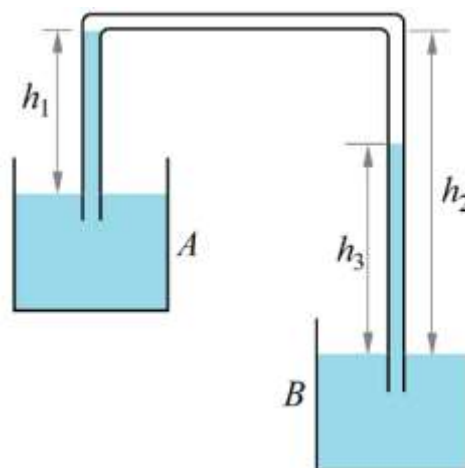
► Объясните, почему так происходит.



7.2. Существует простой способ переливания жидкости из A сосуда в другой сосуд B , который расположен ниже первого, с помощью шланга (см. рис. слева).

► Объясните, почему вода перетекает через шланг из сосуда A в сосуд B .

► Опишите, что надо сделать, чтобы перетекание жидкости из сосуда A в сосуд B началось.



7.3. Внутри шланга образовался воздушный пузырь (см.рис. справа).

► Будет ли жидкость по-прежнему перетекать из сосуда A в сосуд B ?

► Определите давление внутри воздушного пузыря, высоту столба жидкости h_3 в правом колене трубки.

ВОЗМОЖНОЕ РЕШЕНИЕ:

7.1. В случае самого нижнего расположения трубки давление жидкости в ней превышает атмосферное, поэтому пленка выпуклая поверхность плёнки обращена к атмосферному воздуху. В среднем состоянии давление жидкости в трубке близко к атмосферному, пленка не деформирована. В самом верхнем состоянии давление жидкости меньше атмосферного.

7.2. Обратим внимание на то, что жидкость полностью заполняет горизонтальную трубку. Давление в обоих сосудах сразу под поверхностью жидкости равно атмосферному p_0 . Давление в левой части горизонтальной трубки равно

$$p_0 - \rho g h_1.$$

Давление в правой части горизонтальной трубки равно

$$p_0 - \rho g h_2.$$

По условию $h_1 > h_2$, поэтому жидкость по трубке будет перетекать слева направо, что вызовет её перетекание из левого сосуда в правый.

7.3. Когда в трубке образовался воздушный пузырь, то давление воздуха внутри пузыря равно

$$p_0 - \rho g h_1.$$

Так как давление в пузыре одинаково по его объёму, то $h_3 = h_1$. Жидкость перетекать не будет.

Критерии проверки

7.1	Объяснение различного характера изгиба пленки	2	
7.2	Записано выражение $p_0 - \rho gh_1$	0,5	
	Записано выражение $p_0 - \rho gh_2$	0,5	
	Объяснено, почему жидкость перетекает из А в В	0,5	
7.3	Определено давление внутри воздушного пузыря		
	$p_0 - \rho gh_1$	0,5	
	Давление по всему объёму пузыря одинаково	1	
	$h_3 = h_1$	0,5	
	Жидкость не перетекает	0,5	