

**Вступительный экзамен по математике
для поступающих в 11 СГ класс
24 марта 2026г.**

1. (2 балла) Упростите выражение $\frac{y^{0,5}}{\sqrt{y} + 4} + \frac{4y^{1/2}}{y - 16}$ и найдите его значение при $y = 18$.

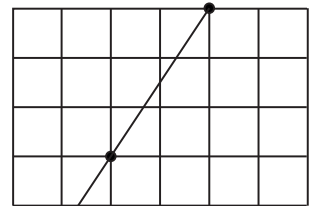
2. (3 балла) Решите уравнение $\left(\frac{27}{125}\right)^3 = 0,6^x \cdot \left(\frac{25}{9}\right)^{x^2-12}$. 3. (2 балла) Упростите выражение $\sqrt{(a-6)^2} + \sqrt{(a-10)^2}$ и найдите его значение при условии, что $6 \leq a \leq 10$.

4. (2 балла) Вычислите $\frac{1}{25} \cdot 9^{0,5+\log_3 \sqrt{14}}$.

5. (2 балла) Упростите выражение $(\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{ctg} \alpha)^2 - (\operatorname{tg} \alpha - \operatorname{ctg} \alpha)^2$.

6. (2 балла) К июню кинотеатр города Дивноморска увеличил цену входного билета на 50% по сравнению с ценой билета в январе. На сколько процентов нужно будет снизить цену билета в сентябре, чтобы после этого она стала на 20% выше, чем была в январе.

7. (3 балла) Плитку шоколада массой 100 г, состоящую из одинаковых квадратных долек, разломали на две неравные части вдоль линии, показанной на рисунке. Вычислите массу большей части. Ответ укажите в граммах, округлив до десятых.



8. (3 балла) Окружность с центром на стороне AC треугольника ABC проходит через вершину C и касается прямой AB в точке B . Найдите диаметр окружности, если $AB = 15$, $AC = 25$.

9. (2 балла) При адиабатическом процессе для идеального газа выполняется закон $pV^k = 1,25 \cdot 10^8 \text{ Па} \cdot \text{м}^4$, где p – давление газа (в Па), V – объём газа (в м^3), $k = \frac{4}{3}$. Найдите, какой объём V (в м^3) будет занимать газ при давлении p , равном $2 \cdot 10^5 \text{ Па}$.

10. (3 балла) Цифры четырёхзначного числа, кратного 5, записали в обратном порядке и получили второе четырёхзначное число. Затем из первого числа вычли второе и получили 2367. Чему могло быть равно первоначальное число? Если таких чисел несколько, в ответе укажите наибольшее из них.

11. (5 баллов) Велосипедист ехал сначала 3 минуты с горы, а затем 5 минут в гору. Обратный путь он проделал за 16 минут, двигаясь с горы и в гору с теми же скоростями, что и прежде. Во сколько раз скорость велосипедиста при движении с горы была больше, чем скорость в гору?

12. (5 баллов) Семья Ивановых ежемесячно вносит плату за коммунальные услуги, телефон и электричество. Если бы коммунальные услуги подорожали на 50%, то общая сумма платежа увеличилась бы на 35%. Если бы электричество подорожало на 50%, то общая сумма платежа увеличилась бы на 10%. Какой процент от общей суммы платежа приходится на телефон?

13. (4 баллов) Решить неравенство:

$$\sqrt{x+3} > x+1.$$

14. (5 баллов) Найти область определения функции

$$y = \sqrt{|x-1|(3x-6)} + \frac{3}{x^2+4x-21}.$$

15. (7 баллов) Основанием пирамиды $SABC$ является равносторонний треугольник ABC , длина стороны которого равна $4\sqrt{2}$. Боковое ребро SC перпендикулярно плоскости основания и имеет длину 2. Точки M и K – середины рёбер BC и AB соответственно. Найдите угол между прямыми SM и CK .

Решения и критерии оценивания

1. Упростите выражение $\frac{y^{0,5}}{\sqrt{y}+4} + \frac{4y^{1/2}}{y-16}$ и найдите его значение при $y = 18$.

Решение. $\frac{y^{0,5}}{\sqrt{y}+4} + \frac{4y^{1/2}}{y-16} = \frac{y^{0,5}}{y^{0,5}+4} + \frac{4y^{0,5}}{(y^{0,5}+4)(y^{0,5}-4)} = \frac{y-4y^{0,5}+4y^{0,5}}{(y^{0,5}+4)(y^{0,5}-4)} = \frac{y}{y-16} = 9.$

Ответ: 9 .

2. Решите уравнение $\left(\frac{27}{125}\right)^3 = 0,6^x \cdot \left(\frac{25}{9}\right)^{x^2-12}$.

Решение. $\left(\frac{3}{5}\right)^9 = \left(\frac{3}{5}\right)^x \cdot \left(\frac{3}{5}\right)^{-2(x^2-12)}$ $9 = x - 2x^2 + 24.$

Ответ: -2, 5; 3.

3. Упростите выражение $\sqrt{(a-6)^2} + \sqrt{(a-10)^2}$ и найдите его значение при условии, что $6 \leq a \leq 10$.

Решение. $\sqrt{(a-6)^2} + \sqrt{(a-10)^2} = |a-6| + |a-10| = a-6+10-a = 4 .$

Ответ: 4.

4. Вычислите $\frac{1}{25} \cdot 9^{0,5+\log_3 \sqrt{14}}$.

Решение. $\frac{1}{25} \cdot 9^{0,5+\log_3 \sqrt{14}} = \frac{1}{25} \cdot 3 \cdot 3^{2\log_3 \sqrt{14}} = \frac{3}{25} \cdot 3^{\log_3 14} = \frac{42}{25}.$

Ответ: $\frac{42}{25}.$

5. Упростите выражение $(\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{ctg} \alpha)^2 - (\operatorname{tg} \alpha - \operatorname{ctg} \alpha)^2$.

Решение. По формуле разности квадратов $(\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{ctg} \alpha)^2 - (\operatorname{tg} \alpha - \operatorname{ctg} \alpha)^2 = 2 \operatorname{tg} \alpha \cdot 2 \operatorname{ctg} \alpha = 4 .$

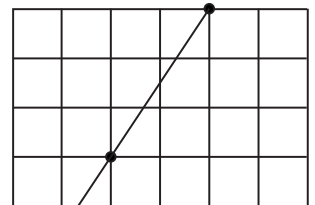
Ответ: 4.

6. К июню кинотеатр города Дивноморска увеличил цену входного билета на 50% по сравнению с ценой билета в январе. На сколько процентов нужно будет снизить цену билета в сентябре, чтобы после этого она стала на 20% выше, чем была в январе.

Решение. Обозначим за x цену билета в январе, тогда в июне она стала равна $1,5x$, в сентябре $1,2x$. То есть в сентябре она стала равна 80% от цены июня $\left(\frac{1,2x}{1,5x} \cdot 100\%\right)$, $100\% - 80\% = 20\%$.

Ответ: на 20%.

7. Плитку шоколада массой 100 г, состоящую из одинаковых квадратных долек, разломали на две неравные части вдоль линии, показанной на рисунке. Вычислите массу большей части. Ответ укажите в граммах, округлив до десятых.



Решение. Масса одной клетки равна $\frac{100}{24} = \frac{25}{6}$ г. Найдем площадь большей части в клетках по

формуле площади трапеции. $S = \frac{2 + 4 \cdot \frac{2}{3}}{2} \cdot 4$ Тогда масса большей части 55,6.

Ответ: 55,6.

8. Окружность с центром на стороне AC треугольника ABC проходит через вершину C и касается прямой AB в точке B . Найдите диаметр окружности, если $AB = 15$, $AC = 25$.

Решение. Если из одной точки к окружности проведены секущая и касательная, то произведение всей секущей на ее внешнюю часть равно квадрату отрезка касательной $15^2 = x \cdot 25$, $x=9$, диаметр $25 - 9 = 16$.

Ответ: 16.

9. При адиабатическом процессе для идеального газа выполняется закон $pV^k = 1,25 \cdot 10^8 \text{ Па} \cdot \text{м}^4$, где p – давление газа (в Па), V – объём газа (в м^3), $k = \frac{4}{3}$. Найдите, какой объём V (в м^3) будет занимать газ при давлении p , равном $2 \cdot 10^5 \text{ Па}$.

Решение. При заданных значениях имеем равенство $2 \cdot 10^5 \cdot V^{4/3} = 1,25 \cdot 10^8 V^{4/3} = 625 V = 125$.

Ответ: 125.

10. Цифры четырёхзначного числа, кратного 5, записали в обратном порядке и получили второе четырёхзначное число. Затем из первого числа вычли второе и получили 2367. Чему могло быть равно первоначальное число? Если таких чисел несколько, в ответе укажите наибольшее из них.

Решение. Представим искомое число в виде $abcd$. По условию задачи, при записи цифр четырёхзначного числа в обратном порядке получилось четырёхзначное число, значит исходное число не могло заканчиваться на 0. Значит $d = 5$. $5 - a = 7$, значит $a = 8$. Запишем первое число в виде $8 \cdot 1000 + b \cdot 100 + c \cdot 10 + 5$, а второе в виде $5 \cdot 1000 + c \cdot 100 + b \cdot 10 + 8$. Вычтем из первого второе и получим уравнение $3000 + 100(b - c) + 10(c - b) - 3 = 2367$; $c - b = 7$, $c = 9$, $b = 2$ (так как необходимо найти наибольшее число).

Ответ: 8295.

11. Велосипедист ехал сначала 3 минуты с горы, а затем 5 минут в гору. Обратный путь он проделал за 16 минут, двигаясь с горы и в гору с теми же скоростями, что и прежде. Во сколько раз скорость велосипедиста при движении с горы была больше, чем скорость в гору?

Решение. Обозначим x км/мин – скорость движения с горы, y км/мин – скорость движения в гору. Тогда с горы велосипедист проехал $3x$ км, в гору $5y$ км. На обратном пути на движение с горы

велосипедист затратил $\frac{5y}{x}$ мин., на движение в гору велосипедист затратил $\frac{3x}{y}$. Составим и решим

уравнение. $\frac{5y}{x} + \frac{3x}{y} = 16$. Сделаем замену $t = \frac{x}{y}$. Решим уравнение $3t + 5/t = 16$. $t = 5$, $t = 1/3$.

Ответ: В 5 раз скорость велосипедиста при движении с горы была больше, чем скорость движения в гору.

3 балла - вычислительная ошибка

2 балла - верно составлена модель (система или уравнение)

1 балл - верно подобран ответ

12. Семья Ивановых ежемесячно вносит плату за коммунальные услуги, телефон и электричество. Если бы коммунальные услуги подорожали на 50%, то общая сумма платежа увеличилась бы на 35%. Если бы электричество подорожало на 50%, то общая сумма платежа увеличилась бы на 10%. Какой процент от общей суммы платежа приходится на телефон?

Решение. Примем общую сумму платежа за 1. Обозначим x - доля платежа за коммунальные услуги, y - доля платежа за телефон, z - доля платежа за электричество. Составим систему линейных уравнений

$$\begin{cases} x + y + z = 1 \\ 1,5x + y + z = 1,35 \\ x + y + 1,5z = 1,1 \end{cases}$$

$y = 0,1$; $0,1 * 100\% = 10\%$

Ответ: 10%.

3 балла - вычислительная ошибка

2 балла - верно составлена модель (система или уравнение)

1 балл - верно подобран ответ

13. Решить неравенство:

$$\sqrt{x+3} > x+1.$$

Решение. Неравенство равносильно совокупности систем:

$$\begin{cases} x+1 < 0 \\ x+3 \geq 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x + 1 \geq 0 \\ x + 3 > (x + 1)^2 \end{cases}$$

Решением первой системы является промежуток $[-3; -1)$. Решением второй системы является промежуток $[-1; 1)$. Объединим эти два промежутка.

Ответ: $[-3; 1)$.

3 балла - в ответе допущена ошибка включение/исключение граничных точек (1 шт.)

2 балла - в ответе допущена ошибка включение/исключение граничных точек (2 шт.)

1 балл - неравенство верно сведено рациональному неравенству или системе неравенств, при решении любым методом допущена ошибка

14. Найти область определения функции

$$y = \sqrt{|x - 1|(3x - 6)} + \frac{3}{x^2 + 4x - 21}$$

Решение. Область определения функции:

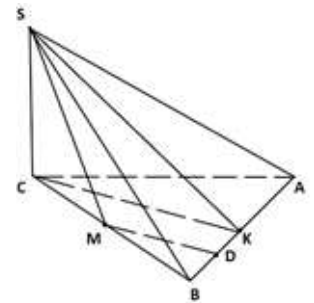
$$\begin{cases} \left[\begin{array}{l} 3x - 6 \geq 0 \\ x = 1 \\ x^2 + 4x - 21 \neq 0 \end{array} \right. \end{cases}$$

Ответ: $\{1\} \cup [2; 3) \cup (3; +\infty)$.

3 балла - в ответе допущена ошибка включение/исключение граничных точек

2 балла - верно составлена модель (система)

15. Основанием пирамиды $SABC$ является равносторонний треугольник ABC , длина стороны которого равна $4\sqrt{2}$. Боковое ребро SC перпендикулярно плоскости основания и имеет длину 2. Точки M и K — середины рёбер BC и AB соответственно. Найдите угол между прямыми SM и CK .



Решение. Через точку M проведем прямую, параллельную прямой CK . Пусть D — точка ее пересечения с ребром AB . Тогда угол между прямыми SM и CK равен углу между прямыми SM и MD . Найдём длины сторон в треугольнике SMD .

$$SM^2 = SC^2 + CM^2 = 4 + 8 = 12; SM = \sqrt{12}$$

$$MD^2 = MB^2 - BD^2 = 8 - 2 = 5; MD = \sqrt{5}$$

$$SD^2 = SC^2 + CD^2 = 4 + 26 = 30 (CD^2 = CK^2 + KD^2 = 26); SD = \sqrt{30}$$

Запишем теорему косинусов для треугольника SMD : $SD^2 = SM^2 + MD^2 - 2 \cdot SM \cdot MD \cdot \cos \angle SMD$;

$\cos \angle SMD = -\frac{\sqrt{2}}{2}$ Таким образом, $\angle SMD = 135^\circ$, следовательно, угол между прямыми SM и CK равен 45° .

Ответ: 45° .

6 баллов - вычислительная ошибка

4 балла - верное решение, но в ответе тупой угол

2 балла - верно выполнен чертеж, определено что надо найти