1 вариант
Ответы

1	$\frac{7}{2}$
2	1
3	$144°$; $82°$
4	60
5	5
6	28
7	1
8	$y = -\frac{1}{2}x + \frac{5}{2}$
9	$(5; \frac{7}{3})$
10	$25°$
11	$\frac{1}{1+2b}$
12	2
13	4
14	111; 195; 261; 2025
15	$30°$

Решения

1. *(2 балла)* Вычислите: : $\dfrac{14^7}{2^8 \cdot 7^6}$.

Решение. $\dfrac{14^7}{2^8 \cdot 7^6} = \dfrac{2^7 \cdot 7^7}{2^8 \cdot 7^6} = \dfrac{7}{2}$.

Ответ: $\dfrac{7}{2}$.

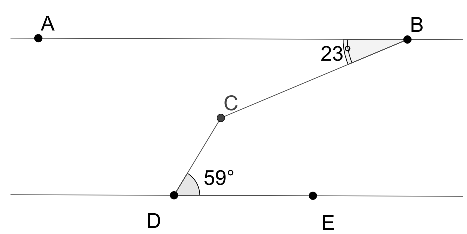
2. *(2 балла)* Решите уравнение: $\dfrac{2x+7}{3} - \dfrac{x-3}{2} = 4x$.

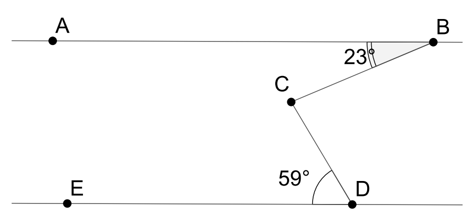
Решение.

$$\frac{2x+7}{3} - \frac{x-3}{2} = 4x \Leftrightarrow 4x + 14 - 3x + 9 = 24x \Leftrightarrow 23x = 23 \Leftrightarrow x = 1.$$

Ответ: 1.

3. *(2 балла)* Прямые AB и DE параллельны. Точка C лежит между этими прямыми так, что $\angle ABC = 23°$ и $\angle CDE = 59°$. Найдите угол BCD.





Решение.

Возможны два случая расположения указанных точек как на рисунках. Продолжим прямую DC до пересечения с прямой AB. Обозначим точку пересечения через M. Тогда искомый $\angle BCD$ в обоих случаях является внешним углом к $\triangle BCM$.

В первом случае $\angle BCD = \angle CBA + \angle BMC$. Заметим, что $\angle CDE$ и $\angle BMC$ являются односторонними при параллельных прямых AB и DE, и секущей DM. Значит, $\angle BMC = 180° - \angle CDE = 180° - 59° = 121°$. Тогда $\angle BCD = 23° + 121° = 144°$.

Во втором случае $\angle BCD = \angle BMC + \angle ABC$. Здесь $\angle CDE$ и $\angle BMC$ являются накрестлежащими при параллельных прямых AB и DE, и секущей DM. Получаем, что $\angle BMC = \angle CDE = 59°$ и $\angle BCD = 23° + 59° = 82°$.

Ответ: $144°$ и $82°$.

4. *(2 балла)* Расстояние между городами A и B машина прошла за 1 час 15 минут. Обратный путь машина прошла за 1 час 30 минут. Найти скорость машины, если известно, что на обратном пути скорость была на 10 км/час меньше.

Решение.

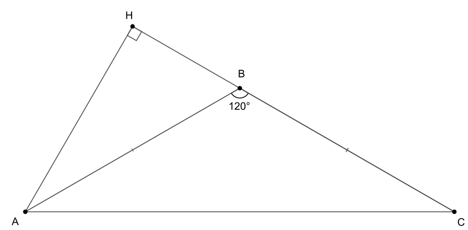
Пусть x км/час – скорость машины, тогда $x \cdot 1\frac{1}{4} = (x-10)\cdot 1\frac{1}{2}$. Откуда получаем $x = 60$ км/час

Ответ: 60км/час

5. *(2 балла)* В равнобедренном треугольнике один из углов равен 120°, а основание равно 10 см. Найдите высоту, проведенную к боковой стороне.

Решение.

Заметим, что в тупоугольном равнобедренном треугольнике высота, проведенная к боковой стороне лежит вне треугольника. Обозначим данный треугольник ABC, указанную высоту через AH (см рисунок). Тогда $\angle BAC = \angle BCA = (180° - 120°) : 2 = 30°$. Получаем, что $\triangle AHC$ – прямоугольный с углом 30°. Значит, $AH = AC : 2 = 10 : 2 = 5$ см.



Ответ: 5.

6. *(2 балла)* Даны два куска с различным содержанием олова. Первый, массой 300 грамм содержит 20 % олова. Второй, массой 200 грамм содержит 40 % олова. Сколько процентов олова будет содержать сплав, полученный из этих кусков?

Решение.

Количество олова в первом куске равно $0,2 \cdot 300 = 60$ грамм, во втором куске – $0,4 \cdot 200 = 80$ грамм. Итого, в сплаве двух кусков будет $\frac{60+80}{200+300} \cdot 100 = 28\%$.

Ответ: 28%.

7. *(2 балла)* Какие цифры можно поставить на месте звёздочки в числе 67800215*33, чтобы полученное число делилось на 9?

Решение.

Число делится на 9, если сумма всех цифр делится на 9. $6+7+8+2+1+5+*+3+3 = 35+*$. Значит, на месте звёздочки стоит цифра 1.

Ответ: 1

8. *(2 балла)* Напишите уравнение прямой, параллельной прямой $y = -\frac{1}{2}x + 11$ и проходящей через точку пересечения прямых, заданных уравнениями $y = 2x - 5$ и $y = -x + 4$.

Решение.

Уравнение прямой имеет вид $y = kx+b$. У параллельных прямых угловые коэффициенты равны. Это означает, что $k = -\frac{1}{2}$.

Найдем координаты точки пересечения прямых $y = 2x - 5$ и $y = -x + 4$. Для этого приравняем правые части: $2x - 5 = -x + 4$, получим $x = 3$ и $y = 2 \cdot 3 - 5 = 1$.

Подставим координаты найденной точки в искомое уравнение: $1 = -\frac{1}{2} \cdot 3 + b$. Находим $b = \frac{5}{2}$.

Ответ: $y = -\frac{1}{2}x + \frac{5}{2}$

9. *(2 балла)* Решите систему уравнений: $\begin{cases} 5x - 3y = 18, \\ 7x - 9y = 14. \end{cases}$

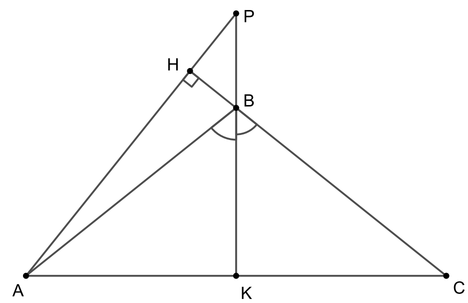
Решение.

$$\begin{cases} 5x - 3y = 18, \\ 7x - 9y = 14 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 15x - 9y = 54, \\ 7x - 9y = 14 \end{cases}$$

Тогда $x = 5, y = \frac{7}{3}$

Ответ: $x = 5, y = \dfrac{7}{3}$.

10. *(2 балла)* В равнобедренном треугольнике ABC известно, что $\angle ABC = 130°$ и AH – высота треугольника, BK – биссектриса треугольника. Найдите угол между высотой и биссектрисой.



Решение.

Обозначим точку пересечения биссектрисы BK и высоты AH через P. Тогда искомый угол – это $\angle HPB$. По условию, BK – биссектриса $\angle ABC$. Тогда $\angle KBC = 130° : 2 = 65°$. Заметим, что $\angle KBC = \angle HBP$ как вертикальные.

Рассмотрим прямоугольный треугольник PBH, в нем $\angle HPB = 90° - \angle HBP = 90° - 65° = 25°$.

Ответ: $25°$.

11. *(5 баллов)* Упростите: $\left(\dfrac{1}{2-4b} + \dfrac{b+1}{8b^3-1} \cdot \dfrac{4b^2+2b+1}{1+2b}\right) : \dfrac{1}{4b-2}$.

Решение.

$$\left(\frac{1}{2-4b} + \frac{b+1}{8b^3-1} \cdot \frac{4b^2+2b+1}{1+2b}\right) : \frac{1}{4b-2} =$$

$$= \left(\frac{1}{2(1-2b)} + \frac{b+1}{(2b-1)(4b^2+2b+1)} \cdot \frac{4b^2+2b+1}{1+2b}\right) : \frac{1}{4b-2} = \frac{-1-2b+2b+2}{2(2b-1)(1+2b)} \cdot \frac{4b-2}{1} = \frac{1}{1+2b}.$$

Ответ: $\dfrac{1}{1+2b}$.

12. *(5 баллов)* Решите уравнение: $\left(\dfrac{1-7x}{4}\right)^2 - 2\left(\dfrac{1-7x}{4}\right)\left(\dfrac{2x-17}{4}\right) + \left(\dfrac{2x-17}{4}\right)^2 = 0$.

Решение.

$$\left(\frac{1-7x}{4}\right)^2 - 2\left(\frac{1-7x}{4}\right)\left(\frac{2x-17}{4}\right) + \left(\frac{2x-17}{4}\right)^2 = 0 \Leftrightarrow \left(\frac{1-7x}{4} - \frac{2x-17}{4}\right)^2 = 0 \Leftrightarrow$$

$\dfrac{1-7x}{4} - \dfrac{2x-17}{4} = 0$. Получаем $9x = 18, x = 2$.

Ответ: 2.

13. *(6 баллов)* Найдите значения параметра a, при которых графики функций $y = \dfrac{x^3 - x^2 - x + 1}{1 - x^2}$ и $y = a$ не имеют общих точек.

Решение.

Рассмотрим выражение $\dfrac{x^3 - x^2 - x + 1}{1 - x^2} = \dfrac{x^2(x-1) - (x-1)}{1-x^2} = \dfrac{(x-1)(x^2-1)}{1-x^2} = -x+1$. Таким образом, мы должны рассмотреть функцию $y = -x + 1$ при условии $x \neq 1, x \neq -1$.

Найдем значения параметра a, при которых графики функций $y = -x + 1$ при $x \neq 1, x \neq -1$ и $y = a$ не имеют общих точек. Абсциссы всех возможных точек пересечения графиков данных функций удовлетворяют равенству $-x + 1 = a \Leftrightarrow x = 1 - a$. Так как в точках с абсциссами $x \neq 1, x \neq -1$ график функции $y = \dfrac{x^3 - x^2 - x + 1}{1 - x^2}$ не существует , то при $1 - a = 1$ и $1 - a = -1$ нет точек пересечения. Тогда графики не имеют общих точек при $a = 0$ и $a = 2$.

Ответ: 0; 2

14. *(7 баллов)* Произведение двух натуральных чисел равно 2024, а сумма этих двух чисел – нечетна. Чему равна эта сумма?

Решение.

Сумма двух чисел – нечетна, если ровно одно из слагаемых нечетно (сумма двух нечетных и сумма двух четных всегда четное число).

Расммотрим разложение на множители:

$2024 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 23 \cdot 11$. Представим число 2024 в виде произведения четного и нечетного числа. Возможны только четыре таких представления: $2024 = 1 \cdot 2024$, $2024 = 8 \cdot 253$, $2024 = 88 \cdot 23$, $2024 = 184 \cdot 11$. Значит, искомая сумма может быть равна $1+2024 = 2025$, $8+253 = 261$, $88+23 = 111$, $184 + 11 = 195$.

Ответ: $111, 195, 261, 2025$.

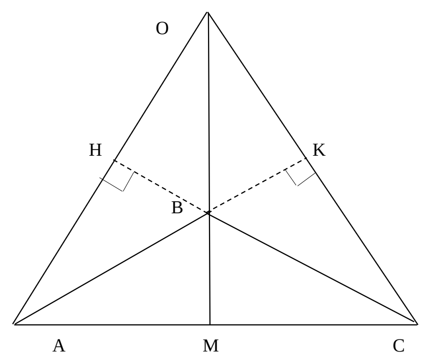
15. *(7 баллов)* В треугольника ABC угол B – тупой. Продолжения высот треугольника пересекаются в точке O так, что $\angle BOC = \angle BCO$ и $\angle BOA = \angle BAO$.

a) Докажите, что треугольник ABC – равнобедренный.

b) Найдите угол BCA.

Решение.

а)Обозначим через AH и CK высоты треугольника ABC. Так как $\angle BOC = \angle BCO$, то треугольник BOC равнобедренный и $BO = BC$. Аналогично, из условия $\angle BOA = \angle BAO$, получаем равнобедренный треугольник BOA и $BO = BA$. Тогда $BC = BO = BA$, то есть треугольник ABC – равнобедренный.



б) 1. Заметим, что $\angle ABC$ – внешний для треугольника BCK и для треугольника AHB. Тогда $\angle ABC = 90° + \angle OCA = 90° + \angle OAB$. Получаем равенство углов $\angle OCA = \angle OAB = \angle BOC = \angle BOA$.

2. Рассмотрим $\triangle OAB$ и $\triangle OBC$. Это равнобедренные треугольники с общей стороной и равными углами. Значит, $\triangle OAB = \triangle OBC$ и $OA = OC$.

3. Пусть OB пересекает AC в точке M. В равнобедренном треугольнике OAC отрезок OM – биссектриса и медиана. Тогда BM – биссектриса и медиана в треугольнике ABC.

4. В прямоугольном $\triangle OBK$ выразим $\angle OBK = 90° - \angle OBC$, также $\angle OBK = \angle ABM$ как вертикальные. Тогда в прямоугольном $\triangle ABM$ выразим $\angle ABM = 90° - \angle BAM = 90° - \angle OBC$. Получим, что $\angle BAM = \angle OBC$.

5. Теперь рассмотрим $\triangle OCA$, в нем $180° = \angle BAO + \angle BAC + \angle ACB + \angle BCO + \angle COB + \angle BOA = 6 \cdot \angle ACB$. Откуда $\angle ACB = 180° : 6 = 30°$.

Ответ: $30°$.

Критерии оценивания

1. *2 балла.*
2. *2 балла.*
3. *2 балла.* Хотя бы один верный ответ
4. *2 балла.*
5. *2 балла.*
6. *2 балла.*
7. *2 балла.*
8. *2 балла.* За каждый коэффициент по 1 баллу.
9. *2 балла.* За каждую неизвестную по 1 баллу.
10. *2 балла.* За смежный угол – 1 балл
11. *5 баллов.*
1 балл – формула кубов;
1 балл – верное сокращение;
1 балл – верное приведение к общему знаменателю ;
1 балл – верное деление;
1 балл – верное сокращение.
12. *5 баллов.*
2 балла – верно примененная формула;
2 балла – верное вычитание;
1 балл – верно решенное линейное уравнение.
13. *6 баллов.*
1 балл – верное сокращение дроби;
2 балла – за каждое верно найденное значение параметра;
Если учтено ОДЗ, но значение параметра не найдено или найдено неверно – *1 балл.*
14. *7 баллов.*
2 балла – за свойство слагаемых нечетной суммы (или за доказательство того, что нет других решений, кроме указанных);
1 балл – за каждое верное представление в виде произведения двух множителей;
1 балл – верный ответ.
Только за разложение на простые множители –1 балл.
15. *7 баллов.*
2 балла – верно доказанный пункт a) (за каждый замеченный равнобедренный треугольник, с указанием равных сторон – *1 балл*);
5 баллов – обоснованное и верное решение пункта b) (*2 балла* – доказательство равнобедренности данного треугольника, *3 балла* – найден угол);

2 вариант
Ответы

1	$\frac{5}{3}$
2	1
3	155°; 61°
4	60
5	$\frac{17}{2}$
6	34
7	1; 4; 7
8	$y=-\frac{1}{3}x+2$
9	$(\frac{7}{3};5)$
10	20°
11	- $\dfrac{1}{a}$.
12	3
13	2
14	111, 195, 261, 2025
15	30°

Решения

1. *(2 балла)* Вычислите: $\dfrac{15^6}{3^7\cdot 5^5}$.

Решение. $\dfrac{15^6}{3^7\cdot 5^5}=\dfrac{3^6\cdot 5^6}{3^7\cdot 5^5}=\dfrac{5}{3}$.

Ответ: $\dfrac{5}{3}$.

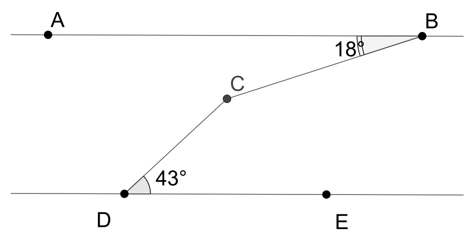
2. *(2 балла)* Решите уравнение: $\dfrac{3x+11}{2}-\dfrac{2x+7}{3}=4x$.

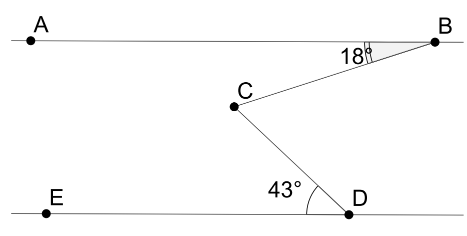
Решение.

$$\frac{3x+11}{2}-\frac{2x+7}{3}=4x \Leftrightarrow 9x+33-4x-14=24x \Leftrightarrow 19x=19 \Leftrightarrow x=1.$$

Ответ: 1.

3. *(2 балла)* Прямые AB и DE параллельны. Точка C лежит между этими прямыми так, что $\angle ABC=18°$ и $\angle CDE=43°$. Найдите угол BCD.





Решение.

Возможны два случая расположения указанных точек как на рисунках. Продолжим прямую DC до пересечения с прямой AB. Обозначим точку пересечения через M. Тогда искомый $\angle BCD$ в обоих случаях является внешним углом к $\triangle BCM$.

В первом случае $\angle BCD=\angle CBA+\angle BMC$. Заметим, что $\angle CDE$ и $\angle BMC$ являются односторонними при параллельных прямых AB и DE, и секущей DM. Значит, $\angle BMC=180°-\angle CDE=180°-43°=137°$. Тогда $\angle BCD=18°+137°=155°$.

Во втором случае $\angle BCD=\angle BMC+\angle ABC$. Здесь $\angle CDE$ и $\angle BMC$ являются накрестлежащими при параллельных прямых AB и DE, и секущей DM. Получаем, что $\angle BMC=\angle CDE=43°$ и $\angle BCD=18°+43°=61°$.

Ответ: $155°$ и $61°$.

4. *(2 балла)* Расстояние между городами А и В машина прошла за 1 час 45 минут. Обратный путь машина прошла за 1 час 30 минут. Найти скорость машины, если известно, что на обратном пути скорость была на 10 км/час больше.

Решение.

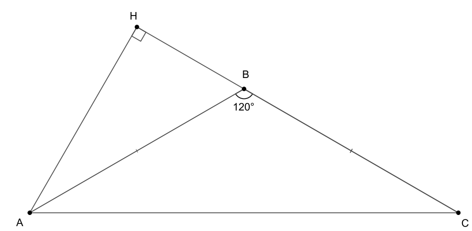
Пусть x км/час – скорость машины, тогда $x \cdot 1\frac{3}{4} = (x+10) \cdot 1\frac{1}{2}$. Откуда получаем $x = 60$ км/час

Ответ: 60км/час

5. *(2 балла)* В равнобедренном треугольнике один из углов равен $120°$, а основание равно 17 см. Найдите высоту, проведенную к боковой стороне.

Решение.

Заметим, что в тупоугольном равнобедренном треугольнике высота, проведенная к боковой стороне лежит вне треугольника. Обозначим данный треугольник ABC, указанную высоту через AH (см рисунок). Тогда $\angle BAC = \angle BCA = (180° - 120°) : 2 = 30°$. Получаем, что $\triangle AHC$ – прямоугольный с углом $30°$. Значит, $AH = AC : 2 = 17 : 2 = 8,5$ см.



Ответ: 8,5.

6. *(2 балла)* Даны два куска с различным содержанием серебра. Первый, массой 150 грамм содержит 20 % серебра. Второй, массой 350 грамм содержит 40 % серебра. Сколько процентов серебра будет содержать сплав, полученный из этих кусков?

Решение.

Количество серебра в первом куске равно $0,2 \cdot 150 = 30$ грамм, во втором куске – $0,4 \cdot 350 = 140$ грамм. Итого, в сплаве двух кусков будет $\frac{30+140}{150+350} \cdot 100 = 34\%$.

Ответ: 34%.

7. *(2 балла)* Какие цифры можно поставить на месте звёздочки в числе 67800215*33, чтобы полученное число делилось на 3?

Число делится на 3, если сумма всех цифр делится на 3. $6+7+8+2+1+5+*+3+3 = 35+*$. Значит, на месте звёздочки может стоять цифра 1, 4, 7.

Ответ: 1, 4, 7.

8. *(2 балла)* Напишите уравнение прямой, параллельной прямой $y = -\frac{1}{3}x - 21$ и проходящей через точку пересечения прямых, заданных уравнениями $y = -2x + 4$ и $y = \frac{1}{2}x + 1$.

Решение.

Уравнение прямой имеет вид $y = kx+b$. У параллельных прямых угловые коэффициенты равны. Это означает, что $k = -\frac{1}{3}$.

Найдем координаты точки пересечения прямых $y = -2x+4$ и $y = \frac{1}{2}x+1$. Для этого приравняем правые части: $-2x + 4 = \frac{1}{2}x + 1$, получим $x = \frac{6}{5}$ и $y = -2 \cdot \frac{6}{5} + 4 = \frac{8}{5}$.

Подставим координаты найденной точки в искомое уравнение: $\frac{8}{5} = -\frac{1}{3} \cdot \frac{6}{5} + b$. Находим $b = \frac{10}{5} = 2$.

Ответ: $y = -\frac{1}{3}x + 2$

9. *(2 балла)* Решите систему уравнений: $\begin{cases} 5y - 3x = 18, \\ 7y - 9x = 14. \end{cases}$

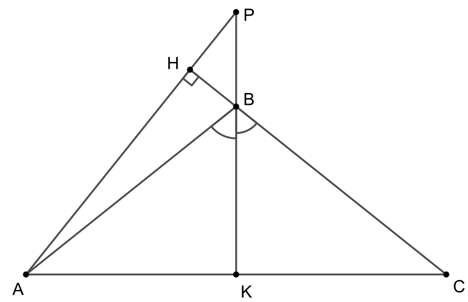
Решение.

$$\begin{cases} 5y - 3x = 18, \\ 7y - 9x = 14 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 15y - 9x = 54, \\ 7y - 9x = 14 \end{cases}$$

Тогда $y = 5, x = \dfrac{7}{3}$

Ответ: $x = \dfrac{7}{3}, y = 5$.

10. *(2 балла)* В равнобедренном треугольнике ABC известно, что $\angle ABC = 140°$ и AH – высота треугольника, BK – биссектриса треугольника. Найдите угол между высотой и биссектрисой.



Решение.

Обозначим точку пересечения биссектрисы BK и высоты AH через P. Тогда искомый угол – это $\angle HPB$. По условию, BK – биссектриса $\angle ABC$. Тогда $\angle KBC = 140° : 2 = 70°$. Заметим, что $\angle KBC = \angle HBP$ как вертикальные.

Рассмотрим прямоугольный треугольник PBH, в нем $\angle HPB = 90° - \angle HBP = 90° - 70° = 20°$.

Ответ: $20°$.

11. *(5 баллов)* Упростите: $\left(\dfrac{1}{2-6a} + \dfrac{1}{27a^3-1} : \dfrac{1+3a}{1+3a+9a^2}\right) \cdot \dfrac{2+6a}{a}$.

Решение.

$$\left(\frac{1}{2-6a} + \frac{1}{27a^3-1} : \frac{1+3a}{1+3a+9a^2}\right) \cdot \frac{2+6a}{a} = \left(\frac{1}{2(1-3a)} + \frac{1+3a+9a^2}{(3a-1)(1+3a+9a^2}(1+3a)\right) \cdot \frac{2(1+3a)}{a} =$$
$$= \frac{-1-3a+2}{2(3a-1)(1+3a)} \cdot \frac{2(3a+1)}{a} = -\frac{1}{a}.$$

Ответ: $-\dfrac{1}{a}$.

12. *(5 баллов)* Решите уравнение: $\left(\dfrac{19-5x}{5}\right)^2 - 2\left(\dfrac{19-5x}{5}\right)\left(\dfrac{3x-5}{5}\right) + \left(\dfrac{3x-5}{5}\right)^2 = 0$.

Решение. $\left(\dfrac{19-5x}{5}\right)^2 - 2\left(\dfrac{19-5x}{5}\right)\left(\dfrac{3x-5}{5}\right) + \left(\dfrac{3x-5}{5}\right)^2 = 0 \Leftrightarrow \left(\dfrac{19-5x}{5} - \dfrac{3x-5}{5}\right)^2 = 0 \Leftrightarrow$
$\dfrac{19-5x}{5} - \dfrac{3x-5}{5} = 0$. Получаем $8x = 24, x = 3$.

Ответ: 3.

13. *(6 баллов)* Найдите значения параметра a, при которых графики функций $y = \dfrac{2x^3+x^2-2x-1}{1-x^2}$ и $y = a$ не имеют общих точек.

Решение.

Рассмотрим выражение $\dfrac{2x^3+x^2-2x-1}{1-x^2} = \dfrac{x^2(2x+1)-(2x+1)}{1-x^2} = \dfrac{(2x+1)(x^2-1)}{1-x^2} = -2x-1$.
Таким образом, мы должны рассмотреть функцию $y = -2x-1$ при условии $x \neq 1, x \neq -1$.

Найдем значения параметра a, при которых графики функций $y = -2x-1$ при $x \neq 1, x \neq -1$ и $y = a$ не имеют общих точек. Абсциссы всех возможных точек пересечения графиков данных функций удовлетворяют равенству $-2x-1 = a \Leftrightarrow x = \dfrac{-1-a}{2}$. Так как в точках с абсциссами $x \neq 1, x \neq -1$ график функции $y = \dfrac{x^3-x^2-x+1}{1-x^2}$ не существует , то при $\dfrac{-1-a}{2} = 1$ и $\dfrac{-1-a}{2} = -1$ нет точек пересечения. Тогда графики не имеют общих точек при $a = -3$ и $a = 1$.

Ответ: $-3; 1$.

14. *(7 баллов)* Произведение двух натуральных чисел равно 2024, а сумма этих двух чисел – нечетна. Чему равна эта сумма?

Решение.

Сумма двух чисел – нечетна, если ровно одно из слагаемых нечетно (сумма двух нечетных и сумма двух четных всегда четное число).

Расммотрим разложение на множители:

$2024 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 23 \cdot 11$. Представим число 2024 в виде произведения четного и нечетного числа. Возможны только четыре таких представления: $2024 = 1 \cdot 2024$, $2024 = 8 \cdot 253$, $2024 = 88 \cdot 23$, $2024 = 184 \cdot 11$. Значит, искомая сумма может быть равна $1+2024 = 2025$, $8+253 = 261$, $88+23 = 111$, $184 + 11 = 195$.

Ответ: $111, 195, 261, 2025$.

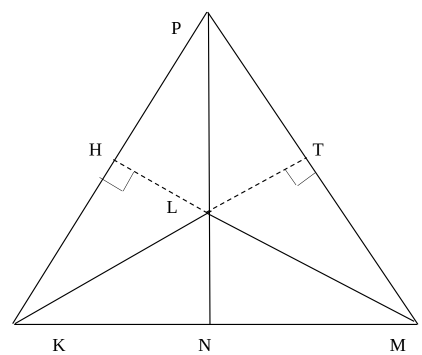
15. *(7 баллов)* В треугольника KLM угол L – тупой. Продолжения высот треугольника пересекаются в точке P так, что $\angle LPM = \angle LMP$ и $\angle LPK = \angle LKP$.

a) Докажите, что треугольник KLM – равнобедренный.

b) Найдите угол LMK.

Решение.

а)Обозначим через KH и CT высоты треугольника KLM. Так как $\angle LPM = \angle LMP$, то треугольник LPM равнобедренный и $LP = LM$. Аналогично, из условия $\angle LPK = \angle LKP$, получаем равнобедренный треугольник LPK и $LP = LK$. Тогда $LM = LP = LK$, то есть треугольник KLM – равнобедренный.



б) 1. Заметим, что $\angle KLM$ – внешний для треугольника LMT и для треугольника KHL. Тогда $\angle KLM = 90^\circ + \angle PMK = 90^\circ + \angle PKL$. Получаем равенство углов $\angle PMK = \angle PKL = \angle LPM = \angle LPK$.

2. Рассмотрим $\triangle PKL$ и $\triangle PLM$. Это равнобедренные треугольники с общей стороной и равными углами. Значит, $\triangle PKL = \triangle PLM$ и $PK = PM$.

3. Пусть PL пересекает KM в точке N. В равнобедренном треугольнике PKM отрезок PN – биссектриса и медиана. Тогда LN – биссектриса и медиана в треугольнике KLM.

4. В прямоугольном $\triangle PLT$ выразим $\angle PLT = 90^\circ - \angle PLM$, также $\angle PLT = \angle KLN$ как вертикальные. Тогда в прямоугольном $\triangle KLN$ выразим $\angle KLN = 90^\circ - \angle LKN = 90^\circ - \angle PLM$. Получим, что $\angle LKN = \angle PLM$.

5. Теперь рассмотрим $\triangle PMK$, в нем $180^\circ = \angle LKP + \angle LKM + \angle KML + \angle LMP + \angle MPL + \angle LPK = 6 \cdot \angle KML$. Откуда $\angle KML = 180^\circ : 6 = 30^\circ$.

Ответ: 30°.

Критерии оценивания

1. *2 балла.*
2. *2 балла.*
3. *2 балла.* Хотя бы один верный ответ
4. *2 балла.*
5. *2 балла.*
6. *2 балла.*
7. *2 балла.*
8. *2 балла.* За каждый коэффициент по 1 баллу.
9. *2 балла.* За каждую неизвестную по 1 баллу.
10. *2 балла.* За смежный угол – 1 балл
11. *5 баллов.*
1 балл – формула кубов;
1 балл – верное сокращение;
1 балл – верное приведение к общему знаменателю ;
1 балл – верное деление;
1 балл – верное сокращение.
12. *5 баллов.*
2 балла – верно примененная формула;
2 балла – верное вычитание;
1 балл – верно решенное линейное уравнение.
13. *6 баллов.*
1 балл – верное сокращение дроби;
2 балла – за каждое верно найденное значение параметра;
Если учтено ОДЗ, но значение параметра не найдено или найдено неверно – *1 балл.*
14. *7 баллов.*
2 балла – за свойство слагаемых нечетной суммы (или за доказательство того, что нет других решений, кроме указанных);
1 балл – за каждое верное представление в виде произведения двух множителей;
1 балл – верный ответ.
Только за разложение на простые множители –1 балл.
15. *7 баллов.*
2 балла – верно доказанный пункт a) (за каждый замеченный равнобедренный треугольник, с указанием равных сторон – *1 балл*);
5 баллов – обоснованное и верное решение пункта b) (*2 балла* – доказательство равнобедренности данного треугольника, *3 балла* – найден угол);