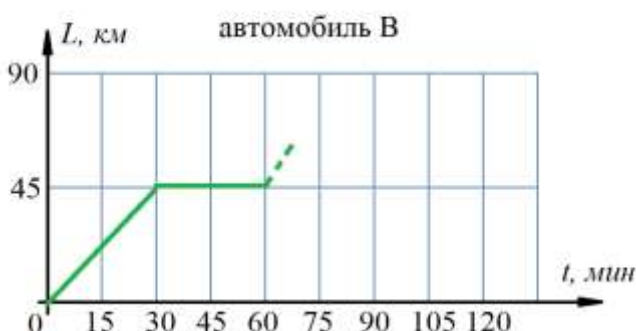


ВОЗМОЖНЫЕ РЕШЕНИЯ И КРИТЕРИИ ПРОВЕРКИ

1. Встреча

Два автомобиля одновременно проходят пункты А и В и далее движутся во



встречном направлении. Для автомобиля, движущегося из А в В (далее будем его называть автомобилем А), представлен график зависимости скорости от времени. Для автомобиля, следующего из В в А (автомобиль В) есть частичный график зависимости пройденного им пути от времени, но точно известно, что автомобиль В либо двигался с постоянной скоростью, либо покоился. Известно, что в пункты В и А автомобили прибыли одновременно через 2 часа. Используя представленные графики движения автомобилей, определите:

- 1.1. расстояние между А и В; (1 балл)
- 1.2. скорость движения автомобиля В

после остановки; (1 балл)

- 1.3. в какой момент времени произойдет встреча автомобилей; (2 балла)
- 1.4. на каком расстоянии от пункта А произойдет встреча. (1 балл)

ВОЗМОЖНОЕ РЕШЕНИЕ:

1.1. Определим расстояние АВ. Для этого рассмотрим движение автомобиля А. Его скорости движения равны: первые полчаса $V_1 = 10 \text{ м/с} = 36 \text{ км/ч}$, следующие полчаса $V_2 = 20 \text{ м/с} = 72 \text{ км/ч}$ и далее $V_3 = 25 \text{ м/с} = 90 \text{ км/ч}$. За 2 часа он пройдет путь

$$AB = 36 \cdot 0,5 + 72 \cdot 0,5 + 90 \cdot 1 = 144 \text{ (км)}.$$

1.2. Рассмотрим движение автомобиля В. За первые 30 мин = 0,5 часа он прошел 45 км, далее 30 мин = 0,5 ч он стоял, поэтому за последний час ему нужно пройти 99 км. Таким образом, его скорость на третьем участке равна 99 км/ч или 27,5 м/с.

1.3. Определим время встречи.

За первые полчаса первый автомобиль проедет, как уже считалось ранее, 18 км, а второй = 45 км. Таким образом через полчаса расстояние между ними станет равным $144 - (18 + 45) = 81$ км. Следующие полчаса второй автомобиль стоит, а первый движется и проедет 36 км. Поэтому через час после выезда из населенных пунктов А и В расстояние между ними станет $144 - (18 + 45) - 36 = 45$ км. Это расстояние они проедут за время

$$t_3 = \frac{45}{90 + 99} = 0,24 \text{ ч} = 14 \text{ мин}$$

Таким образом, встреча произойдет через $30 + 30 + 14 = 74$ мин = 1 час 14 мин после начала движения.

1.4. Расстояние от пункта А до места встречи равно

$$L = 18 + 36 + 0,24 \cdot 90 = 75,6 \text{ км.}$$

Критерии проверки:

	Содержание	Балл
1.1	Расстояние АВ = 144 км	1
1.2	Скорость движения второго автомобиля на третьем участке описано движение на первом (45 км) и втором участках (стоял) найдено 99 км/ч	1 0,5 0,5
1.3	Определение времени встречи определены нужные расстояния (через полчаса, еще через полчаса) найдены 14 минут определено время встречи 1 час 14 минут	2 1 0,5 0,5
1.4	Определено расстояние от А до места встречи 75,6 км	1

2. Скорость звука

В аэродинамике для характеристики скорости летательного аппарата (ЛА) часто используют величину 1 Мах. Мах (М) характеризует движение летательного аппарата (ЛА) в воздушном потоке и равен отношению скорости v ЛА к скорости звука c в воздушной среде, обтекающей ЛА

$$M = \frac{v}{c}$$

Скорость ЛА менее скорости звука считается дозвуковой, от 1 до 5 Махов – сверхзвуковой, более 5 Махов – гиперзвуковой.

Скорость звука меняется в зависимости от условий среды, в которой распространяется звук. Так, например, в воздухе скорость звука примерно равна 340 м/с, в воде скорость звука меняется от 1440 м/с в пресной воде до 1540 м/с в соленой воде, в стали – примерно 5 км/с.

Поскольку ЛА движутся в воздухе, то определим, от чего зависит скорость звука в нем. Наиболее важными факторами являются: температура (Т), давление (р) и плотность (ρ). Некоторые значения скорости звука в земной атмосфере приведены в таблице.

Высота, м	0	500	1000	5000	10000	15000	20000
Давление, кПа	101,33	95,5	89,9	54,0	26,0	12,0	5,5
Плотность, кг/м ³	1,22	1,17	1,11	0,74	0,41	0,14	0,09

Температура, °С	20	12	8	-18	-50	-56,4	-56
Скорость звука, м/с	340	338	336	320	300	295	295

Мы видим, что скорость звука сильно зависит от высоты.

Ответьте на вопросы:

- 2.1. Каковы единицы измерения у М; (1 балл)
- 2.2. С какой скоростью (км/ч) должен двигаться самолет на высоте 15 км, чтобы преодолеть звуковой барьер? Ответ выразить в км/ч. (1 балл)
- 2.3. Реактивный ЛА летит на высоте 10 км, его скорость равна 2,5 Мах. Какова его скорость в м/с? (1 балл)
- 2.4. Пусть где-то в далеком космосе есть планета, свойства атмосферы которой такие же, как на Земле. В атмосферу этой планеты влетает некоторый летательный аппарат, скорость которого на высоте 20 км оказывается равной 12 Мах и остаётся постоянной при движении по направлению к поверхности планеты. Определить скорость этого ЛА в Мах на высоте 1000 м. (2 балла)

ВОЗМОЖНОЕ РЕШЕНИЕ:

2.1. У Мах нет единиц измерения.

2.2. На высоте 15 км скорость звука равна 295 м/с = 1062 км/ч. Чтобы преодолеть звуковой барьер, скорость движения самолета должна быть не менее 1062 км/ч.

2.3. На высоте 10 км (10 000 м) скорость звука равна 300 м/с. Скорости 2,5 Мах соответствует скорость $2,5 \cdot 300 = 750$ (м/с).

2.4. Если на высоте 20 км скорость аппарата равна 12 Мах, то в м/с скорость равна $12 \cdot 295$ м/с = 3540 м/с. На высоте 1000 м скорость аппарата будет такой же, а скорость звука иной – 336 м/с, поэтому в Мах на этой высоте скорость равна $3540/336 = 10,5$ Мах.

Критерии проверки:

	Содержание	Балл
2.1	Мах – нет единиц измерения	1
2.2	не менее 1062 км/ч	1
2.3	750 м/с	1
2.4	На высоте 20 км скорость равна 3540 м/с	0,5
	На высоте 1000 м скорость также равна 3540 м/с	0,5
	На высоте 1000 м скорость равна 10,5 Мах, так как скорость звука иная	1

3. Сигнальный фонарь

На носу прогулочного катера укреплен сигнальный фонарь, который вспыхивает через равные промежутки времени τ . Семиклассник, которому не спалось, заметил, что за то время, пока катер плыл по течению реки от населённого пункта А до пункта В, фонарь вспыхнул ровно $N_I = 10$ раз. Известно, что скорость течения реки на этом участке постоянна и равна $u = 4$ м/с, собственная скорость катера $v = 28,8$ км/ч.

3.1. Сколько раз N_2 вспыхнет фонарь при обратном движении катера между теми же населёнными пунктами с той же скоростью? В этой части задачи Вам нужно N_2 выразить через N_1 , u и v . (6 баллов)

3.2. Плот проплывает расстояние AB за время $T = 5$ часов. Зная этот факт, определите расстояние AB (1 балл) и промежуток времени между вспышками фонаря τ (2 балла).

ВОЗМОЖНОЕ РЕШЕНИЕ:

3.1. Переведем скорость катера в м/с, получим $v = 8$ м/с.

Время движения на участке AB по течению равно

$$t_1 = \frac{AB}{v + u}.$$

Фонарь за это время вспыхнет

$$N_1 = \frac{t_1}{\tau} = \frac{AB}{(v + u) \cdot \tau}. \quad (1)$$

Время движения из B в A (против течения) равно

$$t_2 = \frac{AB}{v - u}.$$

Фонарь за это время вспыхнет

$$N_2 = \frac{t_2}{\tau} = \frac{AB}{(v - u) \cdot \tau}. \quad (2)$$

Поделим выражение (2) на (1), получим

$$\frac{N_2}{N_1} = \frac{v + u}{v - u}.$$

Выразим N_2

$$N_2 = N_1 \cdot \frac{v + u}{v - u};$$

$$N_2 = 10 \cdot \frac{8 + 4}{8 - 4} = 30.$$

3.2. Зная время движения плота от A к B , определим расстояние AB

$$AB = u \cdot T;$$

$$AB = 14,4 \cdot 5 = 72 \text{ км.}$$

Зная расстояние AB , можем найти промежуток времени между вспышками фонаря τ

$$\tau = \frac{AB}{(v + u) \cdot N_1} = \frac{u \cdot T}{(v + u) \cdot N_1};$$

$$\tau = \frac{72000}{(8 + 4) \cdot 10} = 600 \text{ (с).}$$

Критерии проверки:

	Содержание	Балл
3.1	Определение N_2	До 6
	Записано выражение (1)	1
	Записано выражение (2)	1
	Проделаны математические преобразования, получен ответ в общем виде для N_2	3
	Получен числовой ответ $N_2 = 30$	1

3.2	Найдено $AB = 72$ км	1
	Найдено $\tau = 600$ с	1

4. Фасоль в стакане

Есть пустой стакан, масса которого равна $m = 20$ г, внутренний объём $V = 200$ см³.

а) В первый раз в стакан насыпали мелкую фасоль так, что стакан оказался заполнен не полностью. Масса стакана с фасолью оказалась $m_1 = 256$ г.

б) В стакан налили столько воды, что она воды так, что уровень воды совпал с уровнем фасоли, то масса стакана оказалась $m_2 = 294$ г.

в) Теперь в стакан долили воды так, что он оказался полностью заполнен, то масса стакана стала равна $m_3 = 358$ г. Определить:

- 4.1. объём пустот между зёрнами фасоли в случае а; (2 балла)

- 4.2. суммарный объём воды, налитой в стакан; (2 балла)

- 4.3. плотность зерен фасоли. (2 балла)

Назовем насыпной плотностью среднюю плотность объекта, состоящего из частиц, и из окружающей среды, то есть массу единицы объёма вещества в насыпном состоянии вместе с порами и пустотами. Определить:

- 4.4. насыпную плотность фасоли ρ_A в случае а. (1 балл)

Плотность воды считать известной и равной $\rho = 1000$ кг/м³.

ВОЗМОЖНОЕ РЕШЕНИЕ:

4.1. Определим массу фасоли, насыпанной в стакан

$$m_{\text{ф}} = m_1 - m = 256 - 20 = 236 \text{ (г)}.$$

Определим объём воды, налитой в стакан в случае б). Масса воды, налитой в стакан, равна

$$m_A = m_2 - m_1 = 294 - 256 = 38 \text{ (г)}.$$

Объём этой воды равен

$$V_2 = 38 \text{ см}^3.$$

Вода занимает все пустоты между зёрнами фасоли, следовательно, объём пустот равен 38 см³.

4.2. В случае в) в стакан налили массу воды

$$m_B = m_3 - m_1 = 358 - 256 = 102 \text{ (г)}.$$

Эта вода имеет объём

$$V_3 = 102 \text{ см}^3.$$

Таким образом, в стакан налили всего $64 + 38 = 102$ см³ воды.

4.3. Теперь мы можем определить объём насыпанной фасоли с пустотами, он равен

$$V_1 = 200 - 64 = 136 \text{ см}^3.$$

При этом объём самой фасоли равен

$$V_{\text{ф}} = 200 - 64 - 38 = 98 \text{ см}^3.$$

Определим плотность зерен фасоли

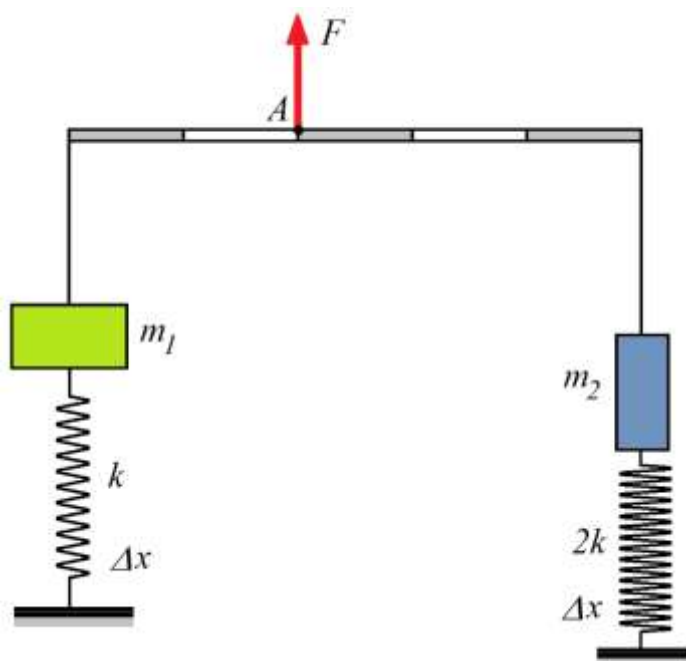
$$\rho_{\text{ф}} = \frac{m_{\text{ф}}}{V_{\text{ф}}}; \quad \rho_{\text{ф}} = \frac{236}{98} = 2,4 \text{ г/см}^3.$$

4.4. Определим насыпную плотность фасоли в случае а)

$$\rho_{\phi} = \frac{m_{\phi}}{V_{\phi} + V_2}; \quad \rho_{\phi} = \frac{236}{98 + 38} = 1,74 \text{ г/см}^3.$$

Критерии проверки:

	Содержание	Балл
4.1	Определена масса фасоли 236 г Определены масса и объем воды 38 г (см ³)	1 1
4.2	Определена масса (объем) воды 64 г (см ³) Определён суммарный объем воды, налитой в стакан 102 см ³	1 1
4.3	Найден объем фасоли 98 см ³ Найдена плотность зёрен фасоли 2,4 г/см ³	1 1
4.4	Определена насыпная плотность фасоли 1,74 г/см ³	1



5. Рычаг, пружинки, грузы, нити

Для того, чтобы очень легкий рычаг удерживать в горизонтальном положении, необходимо в точке *A* приложить силу *F*, направленную вертикально вверх. При этом левая пружина с коэффициентом упругости *k* оказалась растянутой на величину Δx , а правая с коэффициентом упругости $2k$ оказалась сжатой на Δx .

5.1. Определить массы грузов m_1 и m_2 . (6 баллов)

5.2. При каком значении коэффициента упругости k равновесие будет невозможным? (2 балла)

Рычаг цветными метками разделен на равные части.

ВОЗМОЖНОЕ РЕШЕНИЕ:

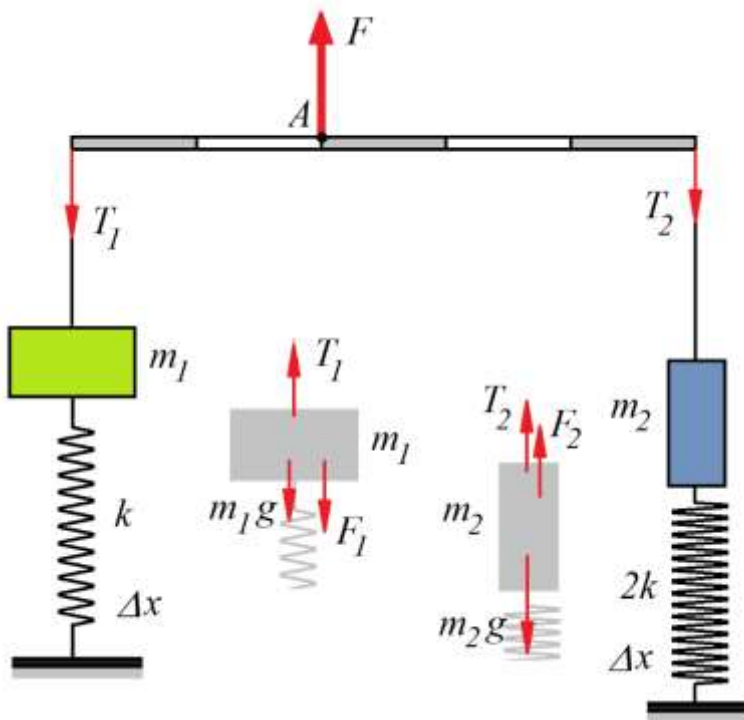
Расставим силы, действующие на рычаг и тела (рис.). Обозначим силы натяжения нитей T_1 (левая нить) и T_2 (правая нить), упругости пружин F_1 (левая пружина) и F_2 (правая пружина), силы тяжести m_1g и m_2g , длину рычага $5a$. Для того, чтобы не загромождать рисунок, тела m_1 и m_2 и силы, действующие на них, изображены отдельно в центре рисунка.

Запишем правило моментов для рычага

$$2aT_1 = 3aT_2.$$

Условие покоя рычага

$$F = T_1 + T_2.$$



Запишем условия покоя грузов

$$T_1 = m_1 g + k \cdot \Delta x;$$

$$T_2 + 2k \cdot \Delta x = m_2 g.$$

Из записанных уравнений находим массы грузов

$$m_1 = \frac{3F}{5g} - \frac{k \cdot \Delta x}{g};$$

$$m_2 = \frac{2F}{5g} + \frac{2k \cdot \Delta x}{g}.$$

Равновесие возможно, если

$$\frac{3F}{5g} - \frac{k \cdot \Delta x}{g} > 0.$$

Отсюда коэффициент упругости k должен быть

$$k < \frac{3F}{5 \cdot \Delta x}.$$

Критерии проверки:

	Содержание	Балл
5.1	Сделан рисунок, расставлены силы	2,5
	Записано правило моментов для рычага	0,5
	Записано условие покоя рычага, либо правило моментов относительно другой точки	0,5
	Записаны законы Гука для пружин	0,5
	Записано условие покоя груза m_1	0,5
	Записано условие покоя груза m_2	0,5
	Найдена масса m_1	0,5
	Найдена масса m_2	0,5
5.2	Определен коэффициент упругости	
	Неравенство равенство	2 1

6. Незнакомое в известном

Всем известна задача: два груза, подвижный и неподвижный блоки, выигрыш в силе, проигрыш в расстоянии... Вот эту знакомую ситуацию и будем рассматривать.

6.1. На рисунке 1 система, находящаяся в равновесии, состоит из двух нерастяжимых нитей пренебрежимо малой массы, двух очень легких блоков и двух грузов. Масса одного из них m известна. Трение отсутствует. Найти M . (1 балл)

6.2. На рисунке 2 система, находящаяся в равновесии, состоит из двух нерастяжимых нитей пренебрежимо малой массы, двух блоков, масса одного из которых указана на рисунке и двух грузов. Масса одного из грузов m известна.

Трение отсутствует.

Найти M . (2 балла)

6.3. На рисунке 3 система, находящаяся в равновесии, состоит из двух нерастяжимых нитей пренебрежимо малой массы, двух блоков, масса одного из которых указана на рисунке и двух грузов. Массы

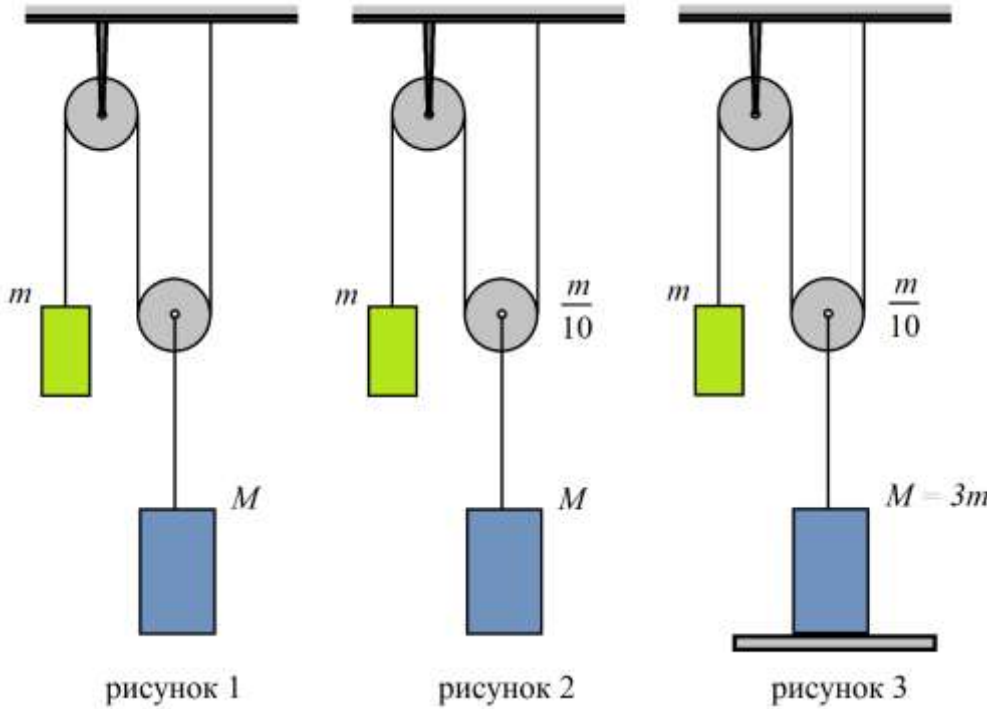


рисунок 1

рисунок 2

рисунок 3

грузов m и $M = 3m$ известны. Трение отсутствует. Найти силу, с которой груз M действует на опору. (3 балла)

ВОЗМОЖНОЕ РЕШЕНИЕ:

Обозначим силы натяжения нитей T_1 и T_2 .

6.1. Расставим силы, запишем условия равновесия тел.

$$T_1 = mg;$$

$$T_2 = Mg.$$

Так как подвижный блок невесом, то

$$2T_1 = T_2.$$

Из записанных уравнений получим связь между массами

$$2m = M; \quad m = \frac{M}{2}.$$

6.2. Расставим силы, запишем условия равновесия тел.

$$T_1 = mg;$$

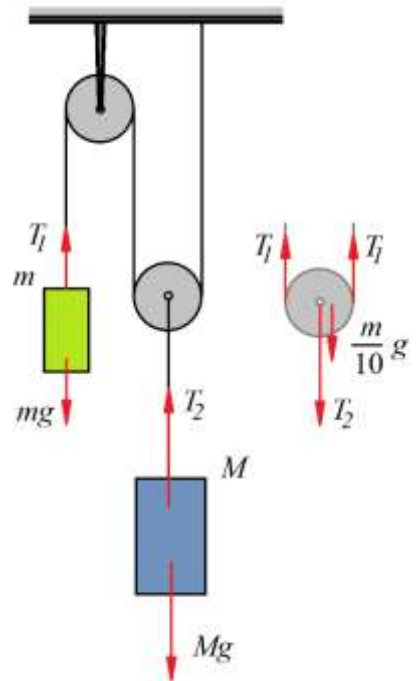
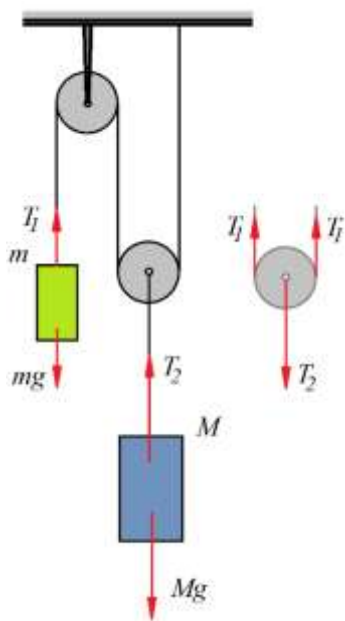
$$T_2 = Mg.$$

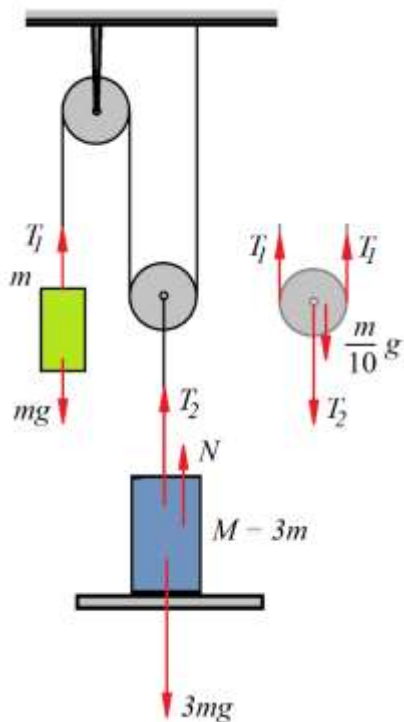
Для подвижного блока условие покоя имеет вид

$$2T_1 = T_2 + \frac{m}{10}g.$$

Из записанных уравнений получим связь между массами

$$M = 2m - \frac{m}{10} = \frac{19}{10}m.$$





6.3. Расставим силы, запишем условия равновесия тел.

$$T_1 = mg;$$

$$T_2 + N = 3mg.$$

Для подвижного блока условие покоя имеет вид

$$2T_1 = T_2 + \frac{m}{10}g.$$

Определим силу реакции опоры N

$$N = 3mg - T_2 = \frac{11}{10}mg.$$

Критерии проверки:

	Содержание	Балл
6.1	Найдена масса M с обоснованием Записан ответ для массы M	1 0,5
6.2	Записаны условия покоя грузов Записано условие покоя блока Найдена масса M	0,5 1 0,5
6.3	Записаны условия покоя груза m и блока с учетом его массы Записано условие покоя M (только при наличии N) Найдена N	1 1 1

7. Деталь Т

Из некоторого материала изготовлена Т - образная деталь, размеры которой указаны на рисунке 1. Эту деталь аккуратно «шляпкой» вниз размещают в прямоугольном аквариуме, поперечное сечение которого представляет из себя прямоугольник с размерами $3a * 5a$ (рисунок 2). Когда в аквариум очень медленно и аккуратно налили жидкость с плотностью ρ , то оказалось, что при уровне жидкости $2a$, деталь начала всплывать (рисунок 3). В этот момент прекращают наливать жидкость в сосуд, деталь аккуратно достают из жидкости, переворачивают и снова помещают в аквариум, но уже «ножкой» вниз (рисунок 4). Определите:

- 7.1.массу детали m ; (3 балла)
- 7.2.объём жидкости, налитой в сосуд; (1 балл)
- 7.3.силу Архимеда, действующую на деталь во втором случае (3 балла); всплывёт ли деталь? (1 балл);
- 7.4.силу, с которой деталь давит на дно во втором случае; (2 балла).

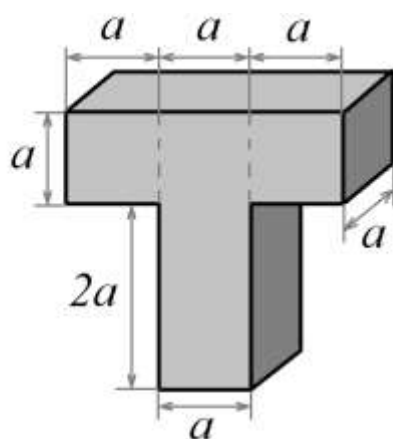


рис.1

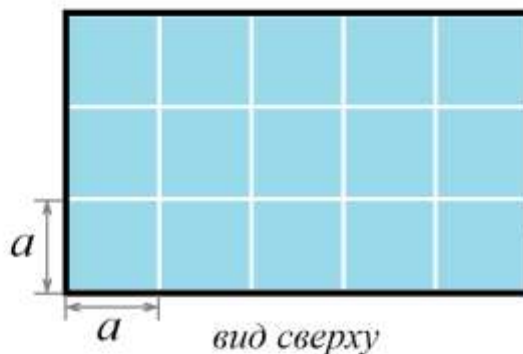


рис.2

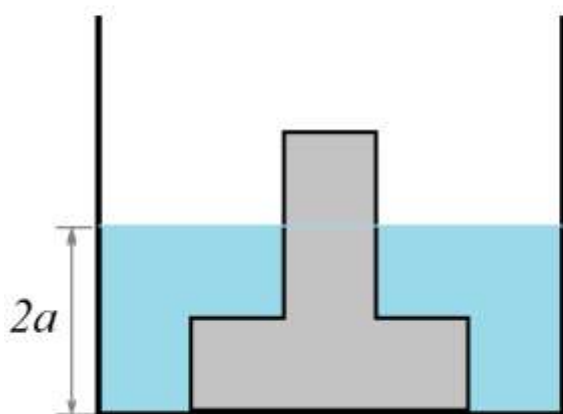


рис.3

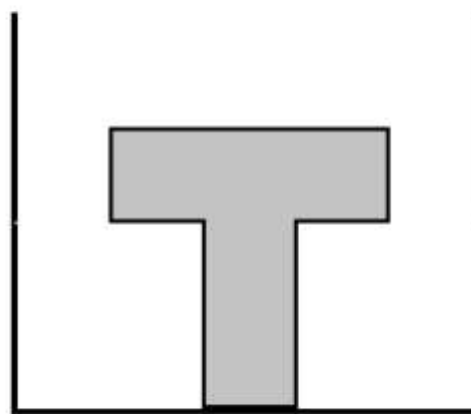


рис.4

ВОЗМОЖНОЕ РЕШЕНИЕ:

7.1. Рассмотрим тот момент, когда жидкости в сосуд налито столько, что тело начинает всплывать (оно еще стоит на дне, но уже на него не давит). В этот момент времени сила тяжести равна силе Архимеда

$$mg = \rho g(3a^3 + a^3) = 4\rho ga^3.$$

Из записанного соотношения определим массу тела

$$m = 4\rho a^3.$$

7.2. Определим объем жидкости, налитой в сосуд. Объем нижнего слоя воды высоты a равен $12a^3$, второго слоя – $14a^3$, итог - $26a^3$.

7.3. Для того, чтобы найти силу Архимеда, действующую на деталь после перевертывания, нужно знать новый уровень жидкости. Рассмотрев жидкость по слоям высоты a (аналогично первому опыту), получим, что объём жидкости в нижнем слое равен $14a^3$, значит во втором слое будет содержаться объём $12a^3$, значит уровень жидкости будет меньше $2a$. Чтобы полностью заполнить жидкостью второй слой, её надо $14a^3$, а есть $12a^3$, таким образом, второй слой будет заполнен на

$$\frac{12a^3}{14a^3} = \frac{6}{7}.$$

Новый уровень жидкости будет равен

$$a + \frac{6}{7}a = \frac{13}{7}a.$$

Тогда сила Архимеда будет равна

$$F_{\text{Арх}} = \rho g \frac{13}{7} a^3.$$

Видим, что полученного значение меньше

$$mg = 4\rho g a^3,$$

что означает, что перевернутая деталь не всплывет в налитом ранее количестве жидкости.

7.4. Деталь давит на дно с силой F , равной

$$F = mg - F_{\text{Арх}};$$

$$F = 4\rho g a^3 - \rho g \frac{13}{7} a^3 = \frac{15}{7} \rho g a^3.$$

Критерии проверки:

	Содержание	Балл
7.1	Найдена сила Архимеда	1
	Записано условие равенства силы тяжести и выталкивающей силы	1
	Найдена масса детали	1
7.2	Определен объем жидкости, налитой в сосуд	1
7.3	С учётом неизменности объёма жидкости найден новый уровень воды	2
	Найдена новая сила Архимеда	1
	Сделан вывод, что тело не всплывёт	1
7.4	Записано условие покоя тела	1
	Найдена сила, с которой деталь давит на дно (сила реакции дна)	1