

### 1. Погоняем (7 баллов)

На трекке замкнутой формы проводятся соревнования радиоуправляемых машинок. В ходе первого этапа соревнований синяя машинка совершала полный круг за время  $t_1 = 150$  с, а красная машинка обгоняла её каждые  $\tau_1 = 600$  с. Во сколько раз скорость красной машины превышает скорость синей?

На втором этапе соревнований у синей машинки поменяли двигатель, в результате чего ее скорость увеличилась в  $k$  раз, и теперь она стала обгонять красную каждые  $\tau_2 = 300$  с. Определить  $k$ .

#### **ВОЗМОЖНОЕ РЕШЕНИЕ:**

Обозначим длину круга трека  $L$ , скорости машинок в ходе первого этапа  $V_1$  (синяя) и  $V_2$  (красная). Синяя машинка совершает полный круг за время  $t_1 = 150$  с, поэтому

$$L = V_1 \cdot t_1. \quad (1)$$

Красная машинка обгоняет синюю каждые  $\tau_1 = 600$  с, поэтому

$$L = (V_2 - V_1) \cdot \tau_1. \quad (2)$$

Из записанных выражений получим

$$V_1 \cdot t_1 = (V_2 - V_1) \cdot \tau_1.$$

Проделав преобразования, найдём отношение скоростей машинок в ходе первого этапа соревнований

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{t_1 + \tau_1}{\tau_1};$$
$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{150 + 600}{600} = \frac{5}{4} = 1,25.$$

Скорость синей машины на втором этапе равна  $kV_1$ . По условию задачи она обгоняет красную каждые  $\tau_2 = 300$  с, поэтому можно записать

$$L = (kV_1 - V_2) \cdot \tau_2. \quad (3)$$

Тогда

$$V_1 \cdot t_1 = (kV_1 - V_2) \cdot \tau_2.$$

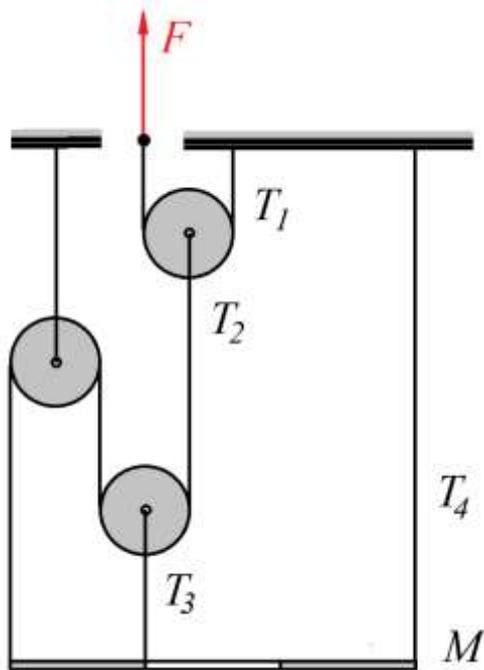
Из записанного выражения определим  $k$

$$k = \frac{t_1}{\tau_2} + \frac{V_2}{V_1};$$
$$k = \frac{150}{300} + \frac{5}{4} = \frac{7}{4} = 1,75.$$

**Критерии оценивания:**

1	Определение отношения скоростей машинок в первом этапе соревнований	3 балла
2	Определение $k$ для второго этапа соревнований <i>Записано выражение (3)</i> <i>Проделаны математические преобразования, найдено <math>k</math></i>	До 4 баллов 2 балла 2 балла

## 2. Система (7 баллов)



Из трёх невесомых блоков, четырех нитей и стержня массой  $M$  собрана система, представленная на рисунке. Верхние концы крайних нитей прикреплены к потолку. Для того, чтобы стержень удерживать в покое в горизонтальном положении, к концу одной из нитей (см. рисунок) нужно приложить некоторую силу  $F$ .

Определить:

- силы натяжения нитей (обозначения указаны на рисунке);

- значение силы  $F$ .

Стержень штрихами разделен на три равные части. Нити невесомы и нерастяжимы. Трение в блоках отсутствует. **ОБЯЗАТЕЛЬНО** сделайте рисунок и расставьте силы, действующие на те объекты, которые важны

для решения задачи.

### ВОЗМОЖНОЕ РЕШЕНИЕ:

Так как все нити невесомы, то сила натяжения первой нити равна

$$T_1 = F.$$

Тогда сила натяжения второй нити равна

$$T_2 = 2T_1 = 2F.$$

Сила натяжения третьей нити равна

$$T_3 = 2T_2 = 4F.$$

Запишем условие покоя стержня

$$\begin{aligned} T_2 + T_3 + T_4 &= Mg; \\ 2F + 4F + T_4 &= Mg; \\ 6F + T_4 &= Mg. \end{aligned}$$

Запишем правило моментов для стержня относительно его правого конца:

$$T_2 \cdot 3a + T_3 \cdot 2a = Mg \cdot \frac{3}{2}a.$$

Подставив значения  $T_3$  и  $T_2$  и поделив на  $a$ , получим

$$6F + 8F = \frac{3}{2}Mg.$$

Из последнего выражения определим значение  $F$

$$F = \frac{3}{28}Mg.$$

Так как

$$T_4 = Mg - 6F,$$

То

$$T_4 = Mg - \frac{6 \cdot 3}{28}Mg = \frac{28 - 18}{28}Mg = \frac{10}{28}Mg = \frac{5}{14}Mg.$$

**Критерии оценивания:**

1	Сделан рисунок, указаны силы, действующие на: <i>стержень (1 балл), верхний блок (0,5 балла), нижний блок (0,5 балла)</i>	2 балл
2	Определены силы натяжения $T_1$ (0,25 балла), $T_2$ (0,25 балла), $T_3$ (0,25 балла)	0,75 балла
3	Записано условие покоя стержня	0,25 балл
4	Записано правило моментов <i>в правиле моментов отсутствуют плечи</i>	2 балла 1 балл
5	Правильно проделаны математические преобразования, найлены ответы для $F$ и $T_4$ через $Mg$	2 балла

### 3. Жидкие дела (10 баллов)

3.1. В сосуд с водой налита вода массой  $m_0$ . Площадь поперечного сечения сосуда равна  $S$ . Чему равны:

- давление вблизи дна сосуда;
- сила давления на дно сосуда?

В сосуд с водой на нити полностью погружают тело массой  $m$ .

Изменилось ли, и если изменилось, то укажите основную причину, давление на дно сосуда. Чему сейчас равна сила давления на дно сосуда?

Используйте обозначения:  $m_0g$  – сила тяжести, действующая на воду,  $mg$  – сила тяжести, действующая на тело,  $F_{Арх}$  – сила Архимеда.

Атмосферное давление учитывать не надо.

**ВОЗМОЖНОЕ РЕШЕНИЕ:**

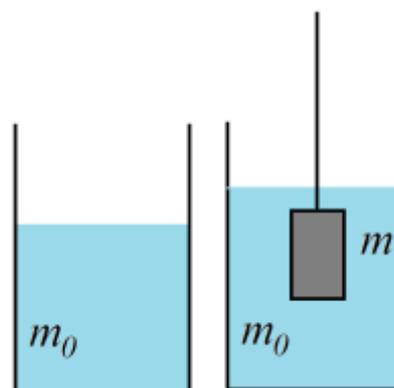
Давление вблизи дна сосуда равно

$$p = \frac{m_0g}{S} = \frac{\rho gh_0 S}{S} = \rho gh_0.$$

Здесь  $h_0$  – высота столба жидкости в сосуде,  $S$  – площадь поперечного сечения сосуда.

Сила давления на дно равна

$$F = m_0g.$$



Когда в воду полностью погружают тело массой  $m$ , то на него со стороны жидкости действует выталкивающая сила  $F_{\text{Арх}}$ , по третьему закону Ньютона тело точно с такой же силой действует на жидкость, обеспечивая внешнее давление на жидкость, поэтому давление на дно увеличивается и становится равным

$$p' = \frac{m_0 g + F_{\text{Арх}}}{S}.$$

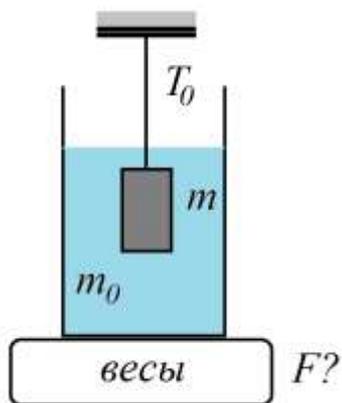
Ещё один вариант объяснения. При полном погружении тела в жидкость, её уровень увеличивается и становится равным

$$h = h_0 + \frac{V}{S}.$$

Тогда давление на дно увеличивается и становится равным

$$p' = \rho g h = \rho g h_0 + \rho g \frac{V}{S}.$$

Здесь  $\rho g V$  – выталкивающая сила, действующая на тело объёмом  $V$ .



3.2. В лёгкий сосуд, стоящий на весах, налита вода массой  $m_0$ . В воду полностью погружено тело массой  $m$ , прикрепленное к нити. Сила натяжения нити равна  $T_0$ . Определить показания весов.

**ВОЗМОЖНОЕ РЕШЕНИЕ:**

Запишем условие покоя тела

$$T_0 + F_{\text{Арх}} = mg.$$

Определим выталкивающую силу

$$F_{\text{Арх}} = mg - T_0.$$

Показания весов определяются силой давления на дно

$$F = m_0 g + F_{\text{Арх}} = (m_0 + m)g - T_0.$$

3.3. Пусть этот сосуд находится на однородной доске массой  $M$ . Доска с помощью нити, прикрепленной к правому концу, и опоры находится в горизонтальном положении. Определить силу реакции опоры и силу натяжения правой нити.

Известными

считать массу воды  $m_0$ , массу тела  $m$  и силу натяжения нити, с

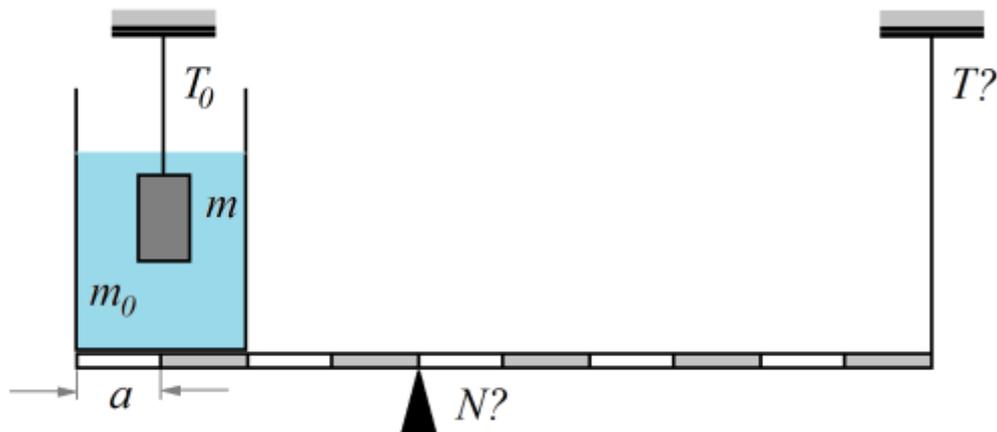
помощью которой тело

удерживается в покое  $T_0$ . Доска метками

разделена на

равные части. Середина дна сосуда находится на крайней левой метке (т.е. на расстоянии  $a$  от левого края доски).

**ВОЗМОЖНОЕ РЕШЕНИЕ:**



Расставим силы, действующие на доску (см.рисунок). Запишем условие покоя доски

$$N + T = F + Mg.$$

Запишем правило моментов относительно оси, проходящей через точку опоры,

$$F \cdot 3a = Mg \cdot a - T \cdot 6a.$$

Из записанных соотношений определяем силу натяжения нити  $T$

$$T = \frac{1}{6}Mg - \frac{1}{2}(m_0 + m)g + \frac{1}{2}T_0.$$

И силу реакции опоры  $N$

$$N = \frac{5}{6}Mg + \frac{3}{2}(m_0 + m)g - \frac{3}{2}T_0.$$

### Критерии оценивания:

3.1	<p>Полное и правильное решение</p> <p><i>Определено давление на дно</i></p> <p><i>Определена сила давления на дно</i></p> <p><i>Дан правильный и полный ответ на вопрос «как меняется давление на дно при погружении в жидкость тела». При этом</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li><i>- указано, что уровень жидкости увеличивается (тело давит на жидкость) и приведены формулы (расчёты);</i></li> <li><i>- указано, что уровень жидкости поднимается (тело давит на жидкость);</i></li> <li><i>- разумные мысли (попытки) объяснения</i></li> <li><i>- складываются силы тяжести жидкости и тела</i></li> </ul>	<p>До 3 баллов</p> <p><i>0,25 балла</i></p> <p><i>0,25 балла</i></p> <p><i>2,5 балла</i></p> <p><i>2,5 балла</i></p> <p><i>1,5 балла</i></p> <p><i>0,5 балла</i></p> <p><i>0 баллов</i></p>
3.2	<p>Полное и правильное решение</p> <p><i>Записано условие покоя тела</i></p> <p><i>Выталкивающая сила выражена через силу тяжести и силу натяжения нити</i></p> <p><i>Определены показания весов</i></p>	<p>До 3 баллов</p> <p><i>1 балл</i></p> <p><i>0,5 баллов</i></p> <p><i>1,5 балла</i></p>
3.3	<p>Полное и правильное решение</p> <p><i>Записано условие покоя доски</i></p> <p><i>Правильно записано правило моментов для доски (если нет плеч, то ставим – 0,5)</i></p> <p><i>Определены обе силы</i></p>	<p>До 4 баллов</p> <p><i>1 балл</i></p> <p><i>1 балл</i></p> <p><i>2 балла</i></p>

### 4. Теплоперенос (14 баллов)

Есть два теплоизолированных сосуда. В первом находится смесь воды и льда при температуре  $t_0 = 0$  °С. Масса льда равна  $m_0 = 300$  г. Во втором сосуде находится горячая вода при температуре  $T_0$ , имеющая массу  $m_g = 500$  г. Теплоёмкость воды равна  $c_g = 4200$  Дж/кг · градус.

В первом сосуде находится кубик на нити.

Массу кубика обозначим  $m_k$ , теплоёмкость  $c_k$ , причём  $\frac{m_{в}c_{в}}{m_k c_k} = A$ , причём  $A$  – целое число. Удельная теплота плавления льда равна  $L = 335000$  Дж/кг.

**Часть первая. Расчётная. В этой части нужно все решать в общем виде («в буквах», ответы на каждый пункт – формулы).**

Кубик вытаскивают из первого сосуда и быстро погружают во второй, ждут установления теплового равновесия, затем быстро переносят в первый сосуд, ждут установления теплового равновесия. Определить:

- 4.1. температуру  $T_1$  во втором сосуде после первого погружения в него кубика;  
 4.2. массу льда  $\Delta m_1$ , растаявшего в первом сосуде после того, как кубик в первый раз вернули в него после погружения во второй сосуд.

Кубик снова вытаскивают из первого сосуда и быстро погружают во второй, ждут установления теплового равновесия, затем быстро переносят в первый сосуд, ждут установления теплового равновесия, и т.д. Определить:

- 4.3. определите те же величины (температуру во втором сосуде  $T_2$  и массу растаявшего льда в первом сосуде  $\Delta m_2$ ) после того, как эту последовательность действий проделали второй раз.

Теперь представьте, что эту процедуру проделали  $N$  раз. Покажите, что после  $N$ -ого шага:

- 4.4. температура во втором сосуде будет равна

$$T_N = \left( \frac{A}{A+1} \right)^N T_0,$$

- 4.5. а масса льда, растаявшего на этом шаге после переноса в первый сосуд кубика, будет равна

$$\Delta m_N = \frac{c_B m_B}{AL} T_N;$$

- 4.6. определите отношение температуры во втором сосуде на  $N$ -ом шаге к температуре на предыдущем ( $N-1$ ) шаге

$$\frac{T_N}{T_{N-1}}.$$

### ВОЗМОЖНОЕ РЕШЕНИЕ:

Рассмотрим первый перенос кубика из сосуда с температурой  $0^\circ\text{C}$  в горячую воду. Запишем уравнение теплового баланса

$$m_B c_B (T_1 - T_0) + m_K c_K (T_1 - t_0) = 0.$$

Здесь  $T_1$  – температура во втором сосуде после первого погружения кубика и установления теплового равновесия, выразим её из записанного соотношения, при этом учтём, что  $t_0 = 0^\circ\text{C}$

$$T_1 = \frac{m_B c_B}{m_B c_B + m_K c_K} T_0.$$

Немного преобразуем уравнение, вынесем в знаменателе за скобку  $m_K c_K$

$$T_1 = \frac{m_B c_B}{m_K c_K \left( \frac{m_B c_B}{m_K c_K} + 1 \right)} T_0.$$

Учтем то, что отношение  $\frac{m_B c_B}{m_K c_K} = A$ , получим

$$T_1 = \frac{m_B c_B}{m_K c_K \left( \frac{m_B c_B}{m_K c_K} + 1 \right)} T_0 = \frac{A}{A+1} T_0.$$

Перенесём кубик с температурой  $T_1$  в первый сосуд и определим массу растаявшего льда  $\Delta m_1$ , для этого запишем уравнение теплового баланса

$$\Delta m_1 L + m_K c_K (t_0 - T_1) = 0.$$

Выразим массу растаявшего льда, не забудем, что  $t_0 = 0^\circ\text{C}$ , получим

$$\Delta m_1 = \frac{c_K m_K}{L} T_1 = \frac{c_B m_B}{AL} T_1.$$

Проделаем те же процедуры второй раз. При переносе кубика с температурой  $t_0 = 0$  °С во второй (горячий) сосуд установится температура  $T_2$ , которую определим из уравнения теплового баланса

$$m_B c_B (T_2 - T_1) + m_K c_K (T_2 - t_0) = 0;$$

$$T_2 = \frac{m_B c_B}{m_B c_B + m_K c_K} T_1 = \frac{A}{A + 1} T_1.$$

Выразим  $T_1$  через  $T_0$ , получим

$$T_2 = \frac{A}{A + 1} T_1 = \left( \frac{A}{A + 1} \right)^2 T_0.$$

Перенесем кубик в первый сосуд и определим массу растаявшего в этот раз льда  $\Delta m_2$

$$\Delta m_2 L + m_K c_K (t_0 - T_2) = 0;$$

$$\Delta m_2 = \frac{c_K m_K}{L} T_2 = \frac{c_B m_B}{AL} T_2.$$

Записав аналогичные уравнения для третьего шага, получим

$$m_B c_B (T_3 - T_2) + m_K c_K (T_3 - t_0) = 0;$$

$$T_3 = \frac{m_B c_B}{m_B c_B + m_K c_K} T_2 = \frac{A}{A + 1} T_2 = \left( \frac{A}{A + 1} \right)^3 T_0;$$

$$\Delta m_3 L + m_K c_K (t_0 - T_3) = 0;$$

$$\Delta m_3 = \frac{c_K m_K}{L} T_3 = \frac{c_B m_B}{AL} T_3.$$

Можно записать аналогичные уравнения еще несколько раз. Таким образом, можно получить, что температура во втором сосуде после  $N$  погружения кубика будет равна

$$T_N = \frac{m_B c_B}{m_B c_B + m_K c_K} T_{N-1} = \frac{A}{A + 1} T_{N-1} = \left( \frac{A}{A + 1} \right)^N T_0,$$

а масса растаявшего в первом сосуде льда на  $N$  – ом шаге равна

$$\Delta m_N = \frac{c_K m_K}{L} T_N = \frac{c_B m_B}{AL} T_N.$$

Определим отношение

$$\frac{T_{N-1}}{T_N} = \frac{\left( \frac{A}{A + 1} \right)^{N-1} T_0}{\left( \frac{A}{A + 1} \right)^N T_0} = \frac{A}{A + 1}$$

### ***Часть вторая. Практическая.***

Экспериментатор Криворучкин провел серию опытов с этим кубиком и сосудами. Он изучал зависимость температуры во втором сосуде от номера  $N$ . Результаты его экспериментов приведены в таблице. Экспериментатору удалось перенести кубик из первого сосуда во второй и обратно только 12 раз, после чего весь лёд в первом сосуде полностью растаял.

Используя экспериментальные результаты и результаты расчётной части, определите:

4.7. начальную температуру во втором сосуде  $T_0$ ;

4.8. значение  $A$ ;

4.9. таблицу с экспериментальными данными перенесите к себе в работу, добавьте (справа) в неё ещё один столбик, в который нужно занести посчитанные значения растаявшего льда на  $N$  – ом шаге  $\Delta m_N$  (пункт 4.5);

4.10. массу льда  $m_0$ , который первоначально находился в первом сосуде.

### ВОЗМОЖНОЕ РЕШЕНИЕ:

номер шага $N$	Температура во втором сосуде $T$ , °C
	70,0
1	63,6
2	57,9
3	52,6
4	47,8
5	43,5
6	39,5
7	35,9
8	32,7
9	29,7
10	27,0
11	24,5
12	22,3

Начальную температуру во втором сосуде определяем из таблицы экспериментальный результатов

$$T_0 = 70^{\circ}\text{C}.$$

Теперь вернемся к результатам расчётов и проанализируем их. Мы установили, что отношение температуры во втором сосуде на  $N$  - ом шаге к температуре на предыдущем ( $N - 1$ ) шаге равно

$$\frac{T_{N-1}}{T_N} = \frac{A}{A + 1}.$$

Это отношение остается постоянным и не зависит от номера шага. Следовательно, из него мы можем определить  $A$ .

Для того, чтобы убедиться, что это отношение постоянно, мы посчитали отношение измеренных температур и вставили в таблицу еще один столбец (см. таблицу 2, третий столбец). Определим  $A$

$$0,909 = \frac{A}{A + 1}$$
$$A = \frac{0,909}{1 - 0,909} = 9,989 \dots \approx 10.$$

В ту же таблицу вставлен еще один столбец – масса растаявшего на  $N$  – ом шаге льда в первом сосуде.

Таблица 2.

шаг	$T$ , °C	отношение температур $T_{N-1}/T_N$	масса растаявшего льда, г
	70,0		
1	63,6	0,909	39,89
2	57,9	0,909	36,26
3	52,6	0,909	32,97
4	47,8	0,909	29,97
5	43,5	0,909	27,25
6	39,5	0,909	24,77
7	35,9	0,909	22,52
8	32,7	0,909	20,47
9	29,7	0,909	18,61
10	27,0	0,909	16,92
11	24,5	0,909	15,38
12	22,3	0,909	13,98

Чтобы определить начальную массу льда, нужно просуммировать все данные из последнего столбца

$$m_0 = \Delta m_1 + \Delta m_2 + \Delta m_3 + \dots + \Delta m_{12};$$

$$m_0 \approx 300 \text{ г.}$$

**Критерии оценивания:**

	Практическая часть	
4.1	Определение $T_1$ <i>записано уравнение теплового баланса</i> <i>выражена температура</i>	1 балл 0,5 балла 0,5 балла
4.2	Определение $\Delta m_1$ <i>записано уравнение теплового баланса</i> <i>выражена температура</i>	1 балл 0,5 балла 0,5 балла
4.3	Определение $T_2$ и $\Delta m_2$	1 балл
4.4	Получено выражение $T_N = \left( \frac{A}{A+1} \right)^N T_0$	2 балла
4.5	Получено $\Delta m_N = \frac{c_B m_B}{AL} T_N$	1 балл
4.6	Найдено отношение $\frac{T_N}{T_{N-1}} = \frac{A+1}{A}$	2 балла
	Практическая часть	
4.7	Определена начальная температура во втором сосуде	0,5 баллов
4.8	Найдено значение А	1,5 балла
4.9	Посчитана масса растаявшего льда (заполнен столбец)	2 балла
4.10	Определена начальная масса льда	2 балла

**5. Электрические измерения (8 баллов)**

Из одинаковых вольтметров и одинаковых амперметров, источника тока и соединительных проводов с пренебрежимо малым сопротивлением собрано несколько электрических схем (см. рисунок). Известно, что  $U_1 = 3,0000 \text{ В}$ ,  $I_1 = 0,5000 \text{ А}$ ,  $I_2 = 0,0100 \text{ А}$ .

Определить:

- напряжение источника  $U_0$ ;
- сопротивление амперметра  $R_A$ ;
- сопротивление вольтметра  $R_V$ ;
- показания приборов  $U_2, U_3, U_4, I_3, I_4$ .

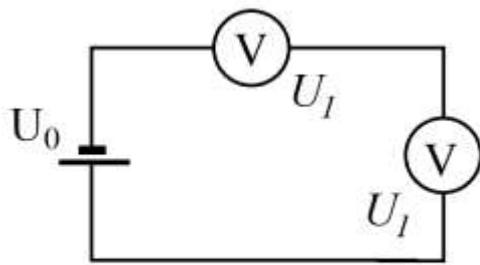


схема 1

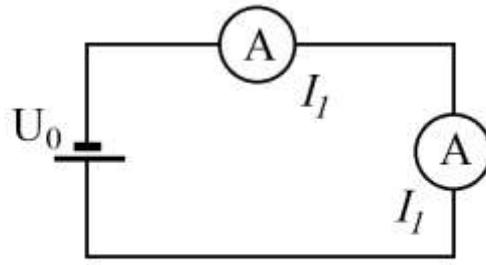


схема 2

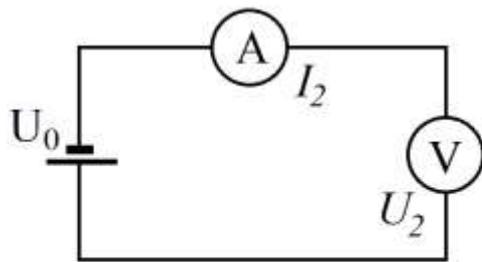


схема 3

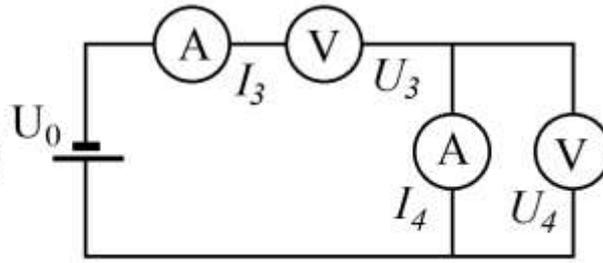


схема 4

### ВОЗМОЖНОЕ РЕШЕНИЕ:

Для схемы 1 можно записать

$$U_0 = 2U_1.$$

Таким образом определяем напряжение источника

$$U_0 = 2 \cdot 3 = 6 \text{ В.}$$

Рассмотрев вторую схему, найдем сопротивление амперметра  $R_A$

$$U_0 = 2U_1 = 2I_1 \cdot R_A.$$

Следовательно,

$$R_A = \frac{U_1}{I_1}; R_A = \frac{3}{0,5} = 6 \text{ Ом.}$$

Рассмотрим схему 3. Напряжение источника равно сумме напряжений на амперметре и вольтметре

$$U_0 = 2U_1 = I_2 \cdot R_A + U_2.$$

Выразим  $U_2$

$$U_2 = U_0 - I_2 \cdot R_A; U_2 = 5,94 \text{ В.}$$

Сейчас можно определить сопротивление вольтметра  $R_V$

$$R_V = \frac{U_2}{I_2}; R_V = \frac{5,94}{0,01} = 594 \text{ Ом.}$$

Теперь рассмотрим схему 4. Можно действовать по-разному, мы определим полное сопротивление цепи в этом случае

$$R_4 = R_A + R_V + \frac{R_A R_V}{R_A + R_V};$$

$$R_4 = 6 + 594 + \frac{6 \cdot 594}{6 + 594} = 605,94 \text{ Ом.}$$

Тогда показания амперметра  $I_3$  равны

$$I_3 = \frac{U_0}{R_4}; I_3 = \frac{6}{605,94} = 0,0099 \text{ А.}$$

Показания вольтметра  $U_3$  равны

$$U_3 = I_3 \cdot R_V; \quad U_3 = 0,0099 \cdot 594 = 5,88 \text{ В.}$$

Определим показания второго вольтметра  $U_4$ . Так как напряжение на зажимах источника равно

$$U_0 = I_3 \cdot R_A + U_3 + U_4,$$

то

$$U_4 = U_0 - I_3 \cdot R_A - U_3;$$
$$U_4 = 6 - 0,0099 \cdot 6 - 5,88 = 0,059 \text{ В.}$$

Остаётся определить показания второго амперметра. Так как напряжение на нём равно  $U_4$ , то

$$I_4 = \frac{U_4}{R_A}; \quad I_4 = \frac{0,059}{6} = 0,0098 \text{ А.}$$

### Критерии оценивания:

1	Из схемы 1 найдено напряжение источника	1 балла
2	Схема 2. Найдено сопротивление амперметра	1 балл
3	Схема 3. Определение сопротивления вольтметра <i>если записано только выражение (либо аналогичное)</i> $U_0 = 2U_1 = I_2 \cdot R_A + U_2$	2 балла 0,5 балла
4	Схема 4. Определены показания всех приборов (по баллу за каждое), <i>если найдено полное сопротивление цепи</i>	4 балла 1 балл

### 6.Лазанья (4 балла)

Лазанья представляет собой вид итальянской пасты (макарон), в котором пласты макаронного теста прослаивают мясным фаршем с соусом бешамель. Считая, что слои теста и фарша имеют постоянную толщину, причем толщина слоя фарша на 20% больше толщины слоя теста, а плотность теста на 15% больше плотности фарша с соусом, найти среднюю плотность лазаньи. Плотность фарша с соусом равна  $\rho$ .

#### ВОЗМОЖНОЕ РЕШЕНИЕ:

Обозначим  $d_M$  – высоту слоя макарон,  $d_\Phi$  – высоту слоя фарша,  $\rho_M$  – плотность макарон,  $\rho_\Phi$  – плотность фарша с соусом. Из условия задачи

$$d_\Phi = 1,2d_M;$$
$$\rho_M = 1,15\rho.$$

Пусть лазанья имеет площадь поперечного сечения  $S$ , и равное количество слоёв фарша и макарон, которое равно  $N$ . Тогда масса фарша с соусом равна

$$m_\Phi = S \cdot N \cdot \rho \cdot 1,2 \cdot d_M;$$
$$m_M = S \cdot N \cdot 1,15 \cdot \rho \cdot d_M.$$

Объём лазаньи равен

$$V = S \cdot N \cdot (d_\Phi + d_M) = S \cdot N \cdot d_M(1,2 + 1) = 2,2 \cdot S \cdot N \cdot d_M.$$

Определим среднюю плотность лазаньи

$$\rho_{cp} = \frac{m_\Phi + m_M}{V} = \frac{S \cdot N \cdot \rho \cdot 1,2 \cdot d_M + S \cdot N \cdot 1,15 \cdot \rho \cdot d_M}{2,2 \cdot S \cdot N \cdot d_M} = \frac{2,35}{2,2} \rho = 1,068\rho.$$

**Критерии оценивания:**

1	Определены массы фарша и макарон	1 балл
2	Определен объем лазаньи	1 балл
3	Определена средняя плотность есть только определение средней плотности проведены преобразования, расчёты, получен правильный ответ	До 2 баллов <i>0,5 балла</i> <i>1,5 балла</i>