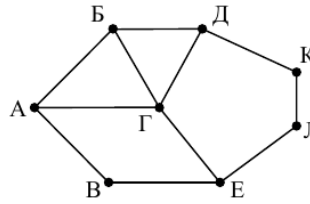


Часть 1

Задание 1 (3 балла). На рисунке схема дорог Н-ского района изображена в виде графа, в таблице содержатся сведения о длине этих дорог (в километрах).

Так как таблицу и схему рисовали независимо друг от друга, нумерация населенных пунктов в таблице никак не связана с буквенными обозначениями на графе. Определите длину дороги от пункта **В** до пункта **Е**. В ответе запишите целое число.



	п1	п2	п3	п4	п5	п6	п7	п8
п1		15		20				18
п2	15		25					
п3		25				24		22
п4	20						12	
п5						13	16	17
п6			24		13			15
п7				12	16			
п8	18		22		17	15		

Ответ: 15

Решение:

- 1) Вершина Г — единственная вершина, степень которой равна 4, то ей соответствует П8.
- 2) Вершина В — единственная вершина степени 2, у которой оба ребра ведут в вершину, которая имеет ребро с Г. Следовательно вершине В соответствует П2.
- 3) Вершина Е — это вершина, у которой есть ребро в Г и В, но при этом, в отличие от А, третье ребро ведет в вершину, из которой нет ребра в Г. Тогда Е — это П1. Дорога из П2 в П1 равна 15.

Задание 2 (3 балла). Производится двухканальная (стерео) звукозапись с частотой дискретизации 32 кГц и 32-битным разрешением. Результаты записи записываются в файл, сжатие данных не производится; размер полученного файла – 90 Мбайт. Определите приблизительно время записи (в минутах). В качестве ответа укажите ближайшее ко времени записи целое число.

Ответ: 6 мин

Решение:

Так как частота дискретизации 32 кГц, то за одну секунду запоминается 32 000 значений сигнала. Глубина кодирования 32 бита, то есть 4 байта. Так как запись двухканальная, объём памяти, необходимый для хранения данных одного канала, умножается на 2. Чтобы найти время записи, необходимо умножить глубину кодирования на частоту дискретизации и размер файла поделить на получившееся значение:

$$90 \cdot 1024 \cdot 1024 \text{ байт} / 2 \cdot 4 \cdot 32000 \text{ байт в сек} = 6,144 \text{ сек} \approx 6 \text{ мин}$$

Задание 3 (3 балла). Иван составляет таблицу кодовых слов для передачи сообщений, каждому сообщению соответствует свое кодовое слово. В качестве кодовых слов Иван использует все пятибуквенные слова в алфавите {А, В, С, D, Е}, удовлетворяющие такому условию: кодовое слово не может начинаться с буквы Е и заканчиваться буквой А. Сколько различных кодовых слов может использовать Иван?

Ответ: 2000

Решение: Количество возможных кодовых слов:

- на первом месте может стоять любая из четырёх букв, кроме буквы Е
- на втором, третьем и четвёртом местах любая из пяти букв
- на пятом месте любая из четырёх букв, кроме А

$$4 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 4 = 2000.$$

Задание 4 (3 балла). Логическая функция F задается выражением:

$$\neg y \vee (x \wedge \neg z)$$

Условные обозначения логических операций:

- $\neg y$ не y (отрицание, инверсия)
- $x \wedge y$ x и y (логическое умножение, конъюнкция)
- $x \vee y$ x или y (логическое сложение, дизъюнкция)

На рисунке приведен фрагмент таблицы истинности функции F , содержащий все наборы аргументов, при которых функция F истинна. Определите, какому столбцу таблицы истинности функции F соответствует каждая из переменных x, y, z .

В ответе напишите буквы x, y, z в том порядке, в котором идут соответствующие им столбцы (сначала – буква, соответствующая первому столбцу, затем – буква, соответствующая второму столбцу, и т. д.) Буквы в ответе пишите подряд, никаких разделителей между буквами ставить не нужно.

Перем. 1	Перем. 2	Перем. 3	Функция
???	???	???	F
0	0	0	1
0	0	1	1
0	1	0	1
0	1	1	1
1	0	1	1

Пример. Пусть задано выражение $x \rightarrow y$, зависящее от двух переменных x и y , и таблица истинности:

Тогда первому столбцу соответствует переменная y , а второму столбцу соответствует переменная x . В ответе надо записать: yx .

Перем. 1	Перем. 2	Функция
???	???	F
0	0	1
0	1	0
1	0	1
1	1	1

Ответ: yx

Решение:

Выражение равно 1 в двух случаях: $\neg y = 1$ и $(x \wedge \neg z) = 1$. Первое равенство выполняется при $y = 0$. Второе равенство выполняется при $x = 1, z = 0$.

При $y = 1$ переменные x и z должны быть равны 1 и 0 соответственно. Тогда из пятой строки таблицы можно заключить, что переменная 3 — x , а переменная 2 — z .

Задание 5 (3 балла). Сколько единиц содержится в двоичной записи значения выражения:

$$4^{255} - 2^{255} - 255?$$

Ответ: 502 единиц

Решение:

Преобразуем выражение: $4^{255} + 2^{255} - 255 = 2^{510} + 2^{255} - (2^8 - 1)$.

Двоичная запись числа $2^k - 2^m$ это $k - m$ единиц и m нулей

Поэтому у $(2^{510} - 2^{256}) + (2^{255} - 2^8) + 1$ есть $(510 - 256) + (255 - 8) + 1 = 502$ единиц.

Задание 6 (3 балла). Автомат обрабатывает натуральное число N по следующему алгоритму:

1. Строится двоичная запись числа N .
2. В конец записи (справа) добавляется (дублируется) последняя цифра.
3. Складываются все цифры полученной двоичной записи. В конец записи (справа) дописывается остаток от деления суммы на 2.
4. Результат переводится в десятичную систему и выводится на экран.

Пример. Дано число $N = 13$. Алгоритм работает следующим образом:

1. Двоичная запись числа N : 1101.
2. Дублируется последняя цифра, новая запись 11011.
3. Сумма цифр полученной записи 4, остаток от деления на 2 равен 0, новая запись 110110.
4. На экран выводится число 54.

Какое наименьшее число, больше 105, может появиться на экране в результате работы автомата?

Ответ: 111

Решение. Рассмотрим числа, большие 105, и найдем наименьшее число, которое является результатом работы алгоритма.

$106 = 1101010_2$ — не является результатом работы алгоритма

$107 = 1101011_2$ — не является результатом работы алгоритма.

$108 = 1101100_2$ — не является результатом работы алгоритма.

$109 = 1101101_2$ — не является результатом работы алгоритма.

$110 = 1101110_2$ — не является результатом работы алгоритма.

$111 = 1101111_2$ — является результатом работы алгоритма для числа 11011₂.

Задание 7 (3 балла). Исполнитель РОБОТ умеет перемещаться по прямоугольному лабиринту, начерченному на плоскости, разбитой на клетки. Между соседними по сторонам клетками может стоять стена. Система команд исполнителя РОБОТ содержит восемь команд. Четыре команды – это команды – приказы.

вверх	вниз	влево	вправо
--------------	-------------	--------------	---------------

При выполнении любой из этих команд РОБОТ перемещается на одну клетку соответственно: **вверх** ↑, **вниз** ↓, **влево** ←, **вправо** →.

Четыре команды проверяют истинность условия отсутствия стены у каждой стороны той клетки, где находится РОБОТ.

сверху свободно	снизу свободно	слева свободно	справа свободно
------------------------	-----------------------	-----------------------	------------------------

Цикл

ПОКА условие

последовательность команд

КОНЕЦ ПОКА

Выполняется, пока условие истинно.

В конструкции

ЕСЛИ условие

ТО команда1

ИНАЧЕ команда2

КОНЕЦ ЕСЛИ

Выполняется команда1 (если условие истинно) или команда2 (если условие ложно).

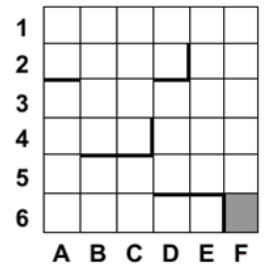
В конструкциях ПОКА и ЕСЛИ условие может содержать команды проверки, а также слова И, ИЛИ, НЕ, обозначающие логические операции.

Если РОБОТ начнет движение в сторону находящейся рядом с ним стены, то он разрушится и программа прервется.

Сколько клеток лабиринта соответствуют требованию, что, начав движение в этой клетке и выполнив предложенную программу, РОБОТ уцелеет и остановится в закрашенной клетке (клетка F6)?

```

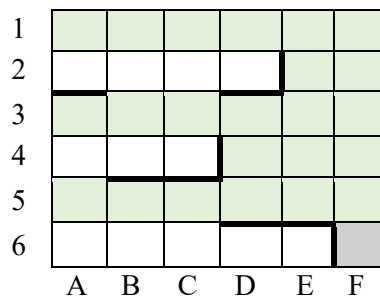
НАЧАЛО
ПОКА снизу свободно ИЛИ справа свободно
  ЕСЛИ справа свободно
    ТО вправо
  ИНАЧЕ вниз
КОНЕЦ ЕСЛИ
КОНЕЦ ПОКА
КОНЕЦ
  
```



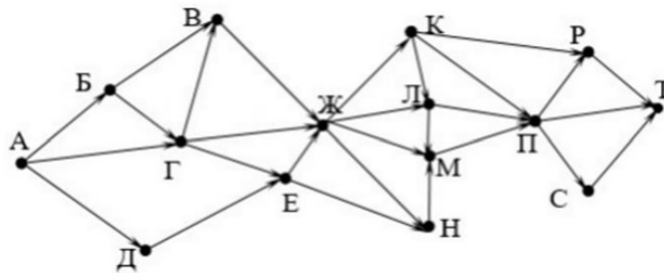
Ответ: 24

Решение.

Зеленым цветом выделены клетки, удовлетворяющие условию



Задание 8 (3 балла). На рисунке – схема дорог, связывающих города А, Б, В, Г, Д, Е, Ж, К, Л, М, Н, П, Р, С, Т. По каждой дороге можно двигаться только в одном направлении, указанном стрелкой. Сколько существует различных путей из города А в город Т, проходящих через город Л.



Ответ: 96

Решение:

Количество путей до города Т равно сумме путей в каждый из тех городов, из которых есть дорога в Т. С помощью этого наблюдения посчитаем последовательно количество путей до каждого из городов, кроме тех, которые не проходят через город Л:

$$A = 1$$

$$B = A = 1$$

$$D = A = 1$$

$$G = A + B = 1 + 1 = 2$$

$$V = A + G = 1 + 2 = 3$$

$$E = G + D = 2 + 1 = 3$$

$$Ж = V + G + E = 3 + 2 + 3 = 8$$

$$K = Ж = 8$$

Н - не рассматриваем (так как ищем пути, проходящие через город Л)

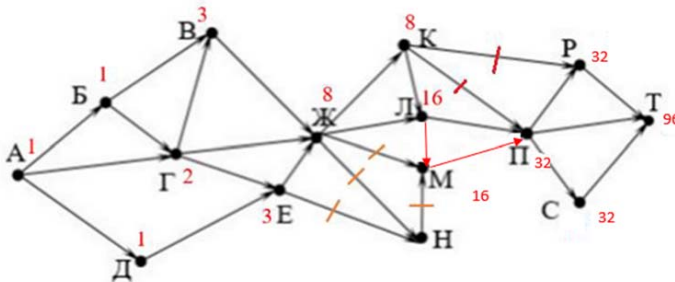
$$M = L = 16$$

$$П = L + M = 32$$

$$Р = П = 32$$

$$C = П = 32$$

$$T = P + П + C = 32 + 32 + 32 = 96$$



Задание 9 (3 балла). Каждый сотрудник предприятия получает электронный пропуск, на котором записаны личный код сотрудника, номер подразделения и некоторая дополнительная информация. Личный код состоит из 15 символов, каждый из которых, может быть, одной из 20 разрешенных латинских букв (6 букв не используется для записи кодов). Для записи кода на пропуске отведено минимально возможное целое число байт. При этом используют посимвольное кодирование, все символы кодируют одинаковым минимально возможным количеством бит. На предприятии 12 подразделений. Под номер выделяется целое количество байт. Всего на пропуске хранится 20 байт данных. Сколько байт выделено для хранения дополнительных сведений об одном сотруднике? В ответе запишите только целое число – количество байт.

Ответ: 9

Решение.

k бит позволяют кодировать 2k символов, поэтому для кодирования 15-символьного алфавита требуется 5 бит ($2^5 \geq 20$)

Для хранения 15 символов требуется $5 \cdot 15 = 75$ бит.

Минимальное количество байт, вмещающее в себя 75 бит - 10 байт (80 бит).

Номер подразделения можно закодировать 1 байтом, поскольку в 1 байт помещаются число от 0 до 255.

Для хранения данных об одном сотруднике требуется 20 байт данных. Из них 10 байт отводится на хранение личного кода, ещё 1 байт требуется для хранения номера подразделения. Следовательно, для хранения дополнительных сведений о сотруднике отводится 9 байт.

Задание 10 (3 балла). Элементами множества А являются натуральные числа. Известно, что выражение

$$(x \in \{3, 7, 12, 23\}) \rightarrow (\neg(x \in \{1, 2, 3, 10, 12, 40\}) \vee (x \in A))$$

Условные обозначения логических операций:

$\neg x$	не x (отрицание, инверсия)
$x \wedge y$	x и y (логическое умножение, конъюнкция)
$x \vee y$	x или y (логическое сложение, дизъюнкция)
$x \rightarrow y$	импликация (следование)

истинно (т. е. принимает значение 1) при любом значении переменной x .
 Определите наименьшее возможное значение произведения элементов множества A .

Ответ: 36

Решение: введем обозначения:

$$x \in \{3, 7, 12, 23\} = P$$

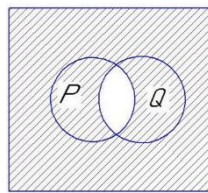
$$(\neg(x \in \{1, 2, 3, 10, 12, 40\})) = Q$$

$$(x \in A) = A$$

Тогда выражение примет вид: $P \rightarrow (\neg Q \vee A)$

Преобразуем выражение (заменяем импликацию): $\neg P \vee \neg Q \vee A$

Выражение $\neg P \vee \neg Q$ истинно при всех значениях x , кроме значений 3 и 12.

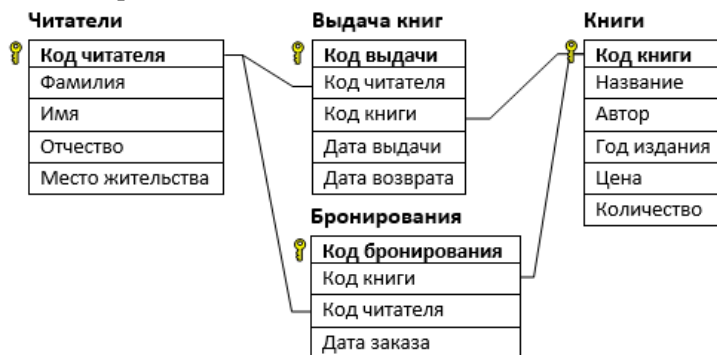


Следовательно, промежуток A должны содержать точки 3 и 12. То есть минимальный набор точек в промежутке $A \equiv \{3, 12\}$. Произведение элементов множества A равна 36.

Часть 2

Задание 11 (3 балла). В файле *Библиотека.xls* приведен фрагмент базы «Библиотека». База данных состоит из четырех таблиц. Таблица «Книги» содержит полную информацию о книгах, таблица «Читатели» содержит данные о читателях, таблица «Бронирование» содержит записи о забронированных книгах, таблица «Выдача книг» содержит информацию о выдаче книг и сроках их возвращения.

Используя информацию из приведенной базы данных, определите общую стоимость книг «Мертвые души», забронированных читателями из г. Сочи с 6 по 27 июня.



Ответ: 3850

Решение

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	Код бронирования	Код книги	Название	Стоимость	Код читателя	Дата заказа	Место жительства	
340	10338	2	Мёртвые души	550	1845	23.06.2017 г. Сочи		
548	10546	2	Мёртвые души	550	1230	16.06.2017 г. Сочи		
561	10559	2	Мёртвые души	550	1935	20.06.2017 г. Сочи		
873	10871	2	Мёртвые души	550	1550	08.06.2017 г. Сочи		
1263	11261	2	Мёртвые души	550	470	24.06.2017 г. Сочи		
1913	11911	2	Мёртвые души	550	1135	12.06.2017 г. Сочи		
1926	11924	2	Мёртвые души	550	135	17.06.2017 г. Сочи		
2000								
2001								
2002					=7*550	3850		
2003								

Задание 12 (4 балла). Пусть $M(k) = 950\,000\,000 + k$, где k – натуральное число. Найдите пять наименьших значений k , при которых $M(k)$ имеет **нечётное** количество различных **чётных** делителей. В ответе запишите найденные значения k в порядке возрастания.

Ответ:

44050

131232

218418

305608

392802

Решение:

При подсчете количества делителей учитывается нечетное количество четных и любое количество нечетных.

```

i = 950000000 + 2
count = 0
while count < 5:
    t = i
    k = 0
    while t % 2 == 0:
        k += 1
        t //= 2
    if k % 2 != 0 and t ** 0.5 == int(t ** 0.5):
        print(i - 950000000)
        count += 1
    i += 2

```

Ответ

```

44050
131232
218418
305608
392802

```

Задание 13 (4 балла). Файл содержит последовательность целых чисел, по модулю не превышающих 10 000. Назовем парой два идущих подряд элемента последовательности. Определите количество таких пар, в которых запись ровно одного элемента заканчивается цифрой 7, а сумма квадратов элементов пары меньше, чем квадрат наименьшего из элементов последовательности, запись которых заканчивается цифрой 7. В ответе запишите два числа: сначала количество найденных пар, затем максимальную сумму квадратов элементов этих пар.

Ответ: 690 97932665

Решение: Приведём одно из возможных решений

```

with open('13.txt') as f:
    s = [int(x) for x in f]
    n = []
    s_min_7 = min([t for t in s if t % 10 == 7])
    for i in range(len(s) - 1):
        if (s[i] % 10 == 7 or s[i + 1] % 10 == 7) and ((s[i] ** 2 + s[i + 1] ** 2) < s_min_7 ** 2) and s[i] % 10 != s[i + 1] % 10:
            n.append(s[i] ** 2 + s[i + 1] ** 2)
    print(len(n), max(n))

```

Задание 14 (4 балла). Текстовый файл содержит строки различной длины. Общий объем файла не превышает 1 Мбайт. Строки содержат только заглавные буквы латинского алфавита (ABC ... Z).

Необходимо найти строку, содержащую наименьшее количество букв G (если таких строк несколько, надо взять ту, которая находится в файле раньше), и определить, какая буква встречается в этой строке чаще всего. Если таких букв несколько, надо взять ту, которая позже стоит в алфавите.

Пример. Исходный файл:

```

GIGA
GABLAB
AGAAA

```

В этом примере в первой строке две буквы G, во второй и третьей – по одной. Берем вторую строку, т. К. она находится в файле раньше. В этой строке чаще других встречаются буквы A и B (по два раза), выбираем букву B, т. к. она позже стоит в алфавите. В ответе для этого примера надо записать B.

Ответ: T

```
f = open('14.txt')
#n = int(f.readline())
a = f.readlines()
m = 10 ** 10
for i in range(len(a)):
    if a[i].count('G') < m:
        b = a[i]
        m = a[i].count('G')
m1 = 0
c1 = 'A'
for c in b:
    if b.count(c) == m1 and c >= c1:
        c1 = c
    elif b.count(c) > m1:
        m1 = b.count(c)
        c1 = c
print(c1)
```

Задание 15 (5 баллов). При проведении эксперимента заряженные частицы попадают на чувствительный экран, представляющий из себя матрицу размером 10 000 на 10 000 точек. При попадании каждой частицы на экран в протоколе фиксируются координаты попадания: номер ряда (целое число от 1 до 10 000) и номер позиции в ряду (целое число от 1 до 10 000).

Точка экрана, в которую попала хотя бы одна частица, считается светлой, точка, в которую ни одна частица не попала – темной.

Расстоянием от точки до края экрана считается количество точек (неважно, светлых или темных), расположенных между данной точкой и ближайшим краем экрана. Например, для всех точек ряда 1 расстояние до края равно 0, для точек ряда 2, кроме крайней левой и крайней правой оно равно 1, и т. д.

Для группы точек расстоянием до края считается расстояние для ближайшей к краю точки, принадлежащей группе.

Вам необходимо по заданному протоколу найти самую длинную группу светлых точек, расположенных в одном ряду подряд, то есть без темных точек между ними. Если групп одинаковой максимальной длины больше одной, нужно выбрать ту из них, которая расположена дальше от края экрана.

Входные данные: Первая строка входного файла содержит целое число N – общее количество частиц, попавших на экран. Каждая из следующих N строк содержит два целых числа: номер ряда и номер позиции в ряду.

В ответе запишите два целых числа: сначала номер ряда, в котором расположена требуемая группа, затем – расстояние от этой группы до края экрана.

Ответ: 4697 4574

	A	B	C	G	H	I	J
1	ряд	позици					
10430	1052	2851	6				
16477	1668	8923	6				
34010	3416	6759	6				
46867	4697	5426	6		4574		
50035	5015	6831	6				
58362	5845	993	6				
65312	6539	293	6				
66918	6702	6045	6				
99852							
99853	Из полученных данных заметим, что ряд точек в ряду 4697 и позиции 5426 находиться дальше от края экрана						

	A	B	C	F	G	H	I
1	ряд	позици					
10430	1052	2851	=ЕСЛИ(И(A10429=A10430;B10430-B10429=1);C10429+1;1)				
16477	1668	8923	6				
34010	3416	6759	6				
46867	4697	5426	6		4574		
50035	5015	6831	6				
58362	5845	993	6				
65312	6539	293	6				
66918	6702	6045	6				
99852							
99853	Из полученных данных заметим, что ряд точек в ряду 4697 и позиции 5426 находиться дальше от края экрана						
99854							
99855							

№ вопроса	Баллы
1	3 балла - полное решение 2 балла - решение в общем верное, но с одной арифметической ошибкой
2	3 балла - полное решение 2 балла – решение в общем верное, но с одной арифметической ошибкой или неправильный формат ответа (должно быть ближайшее ко времени записи целое число)
3	3 балла - полное решение
4	3 балла - полное решение
5	3 балла - полное решение
6	3 балла - полное решение
7	3 балла - полное решение 2 балла – допущена ошибка при определении количества клеток лабиринта, удовлетворяющих заданным ограничениям (не включена клетка F6)
8	3 балла - полное решение 1 балл – если в расчете не учтено условие, что дороги не проходят город Л
9	3 балла - полное решение 1 балл – если номер подразделения не учли при расчете объема памяти для хранения дополнительных сведений о сотруднике
10	3 - полное решение 2 – не верный формат ответа (должно быть произведение элементов множества A)
11	3 балла - полное решение 2 балла, если найдено количество книг, но не подсчитана стоимость
12	3 балла - полное решение. 1 балл, если не учтены нечетные делители.
13	4 балла - полное решение 3 балла – решение в общем верное, но найденные значения записаны не в порядке возрастания 2 балла – неполный ответ
14	4 балла – полное решение
15	5 баллов – полное решение 4 балла дан один ответ