

РАЗБОР ЗАДАНИЙ. КРИТЕРИИ ПРОВЕРКИ

1. Нагретые шарики (5 баллов)

В калориметр с водой, температура которой $20\text{ }^{\circ}\text{C}$, переносят нагретые в кипятке одинаковые металлические шарики. После переноса первого шарика температура в калориметре поднялась до $40\text{ }^{\circ}\text{C}$.

1.1. Чему равно соотношение теплоемкостей калориметра с водой и металлического шарика $C_{\text{кв}}/C_{\text{ш}}$? (1 балл)

1.2. Какой станет температура воды в калориметре после переноса двух шариков? При этом первый шарик остается в воде. (1 балл)

1.3. Сколько шариков надо перенести, чтобы температура в калориметре стала равной $90\text{ }^{\circ}\text{C}$? При переносе следующего шарика, предыдущие из воды не вынимаются. (2 балла)

Примечание: Теплоемкостью тела C называется величина, равная количеству теплоты, которое нужно сообщить телу, чтобы нагреть его на 1°C .

1.4. Напишите определение удельной теплоемкости тела, установите связь теплоемкости тела и удельной теплоемкости материала, из которого изготовлено данное тело. (1 балл)

ВОЗМОЖНОЕ РЕШЕНИЕ:

1.1 Т.к. шарик погружен в кипяток, то его температура $100\text{ }^{\circ}\text{C}$. Уравнение теплового баланса имеет вид:

$$C_{\text{кв}}(40-20) + C_{\text{ш}}(40-100) = 0$$

Решая уравнение, получаем:

$$C_{\text{кв}}/C_{\text{ш}} = 3$$

1.2 Запишем уравнение теплового баланса для двух погруженных шариков (учитывая соотношение теплоемкостей)

$$3C_{\text{ш}}(t-20) + 2C_{\text{ш}}(t-100) = 0$$

$$5tC_{\text{ш}} = 260$$

$$t = 52\text{ }^{\circ}\text{C}$$

1.3 Запишем уравнение теплового баланса для определения количества погруженных шариков (учитывая соотношение теплоемкостей)

$$3C_{\text{ш}}(90-20) + nC_{\text{ш}}(90-100) = 0$$

$$n = 21$$

1.4 Удельной теплоемкостью тела c называется величина, равная количеству теплоты, которое нужно сообщить телу массой 1 кг, чтобы нагреть его на 1°C .

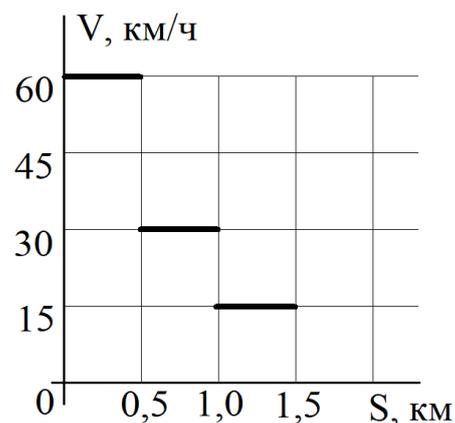
$$C=mc$$

2. График движения (5 баллов)

На рисунке изображен график зависимости скорости автомобиля V от пройденного им пути S .

2.1. Используя данные графика заполните следующую таблицу:

Номер участка	Путь автомобиля, пройденный на этом участке, км	Время движения автомобиля на этом участке, ч	Скорость автомобиля на этом участке, км/ч
Первый участок			
Второй участок			
Третий участок			



(2 балла)

2.2. Какое расстояние проехал автомобиль за первые 2 минуты своего движения?

Ответ выразить в м. (2 балла)

2.3. Найдите среднюю скорость автомобиля за все время движения. (1 балл)

ВОЗМОЖНОЕ РЕШЕНИЕ:

Движение автомобиля состоит из трёх участков.

Время движения на первом участке равно

$$t_1 = \frac{0,5 \text{ км}}{60 \text{ км/ч}} = \frac{1}{120} \text{ ч} = 0,5 \text{ мин.}$$

Время движения на втором участке равно

$$t_2 = \frac{0,5 \text{ км}}{30 \text{ км/ч}} = \frac{1}{60} \text{ ч} = 1 \text{ мин.}$$

Время движения на третьем участке равно

$$t_3 = \frac{0,5 \text{ км}}{15 \text{ км/ч}} = \frac{1}{30} \text{ ч} = 2 \text{ мин.}$$

Заполним таблицу:

Номер участка	Путь автомобиля, пройденный на этом участке, км	Время движения автомобиля на этом участке, ч	Скорость автомобиля на этом участке, км/ч
Первый участок	0,5	1/120	60

Второй участок	0,5	1/60	30
Третий участок	0,5	1/30	15

Таким образом, на третьем участке нужно рассмотреть только движение в течение 0,5 мин, так как движения на третьем участке равно 2 минуты, то нам нужно рассмотреть только $\frac{1}{4}$ часть этого участка, что составляет 0,5/4 км.

Таким образом, за 2 минуты автомобиль пройдёт путь

$$S = 0,5 + 0,5 + \frac{0,5}{4} = 1,125 \text{ км} = 1125 \text{ м.}$$

Полное время движения автомобиля равно

$$T = t_1 + t_2 + t_3;$$

$$T = 3,5 \text{ мин} = \frac{3,5}{60} \text{ ч.}$$

По графику определяем путь, пройденный автомобилем за все время движения

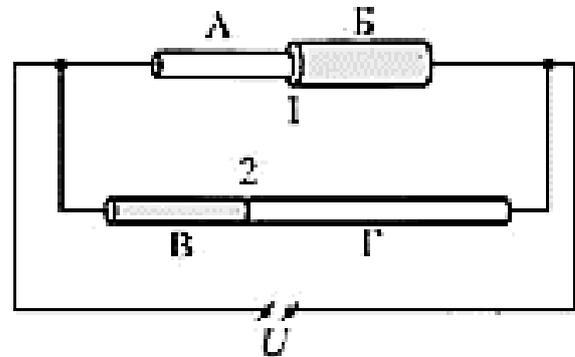
$$S_0 = 1,5 \text{ км.}$$

Средняя скорость автомобиля равна

$$V_{cp} = \frac{1,5}{\frac{3,5}{60}} = 25,7 \text{ км/ч.}$$

3.Электрическая цепь (5 баллов)

Электрическая цепь состоит из источника постоянного напряжения и двух резисторов 1 и 2, включенных параллельно (см. рисунок). Резистор 1 представляет собой две последовательно соединенные проволоки А и Б одинаковой длины $l_A = l_B = l$ и различных поперечных сечений: $S_A = S_B / 2 = S$. Резистор 2 представляет собой две последовательно соединенные проволоки В и Г одинакового поперечного сечения $S_B = S_\Gamma = S$, но различной длины $l_B = l_\Gamma / 2 = l$. Проволоки А и Г сделаны из одного материала с удельным сопротивлением ρ ; проволоки Б и В также сделаны из одного материала с удельным сопротивлением 2ρ .



ВОЗМОЖНОЕ РЕШЕНИЕ:

3.1.Сопротивление какой проволоки имеет наименьшее значение? (1 балл)

Т.к. $R = \rho l / S$, то наименьшее сопротивление **имеют R_A и R_B** . Обозначим величину этих сопротивлений R .

3.2.Найдите отношение сопротивлений верхнего резистора к нижнему резистору R_1 / R_2 . (1 балл)

R_B и R_Γ также равны между собой и равны $2R$. Значит $R_1 / R_2 = 1/2$

3.3. Определите полное сопротивление цепи. (1 балл)

Полное сопротивление определяем из законов параллельного соединения.

$$1/R_{\text{общ}} = 1/R_1 + 1/R_2$$

$$R_{\text{общ}} = 4R/3$$

3.4. Найдите отношение сил токов, текущих через верхнее и нижнее сопротивления I_1/I_2 . (1 балл)

Т.к. напряжения на верхнем и нижнем сопротивлениях равны, то

$$I_1/I_2 = R_2/R_1 = 2$$

3.5. Определите мощность, потребляемую схемой, считая напряжение источника U известным. (1 балл)

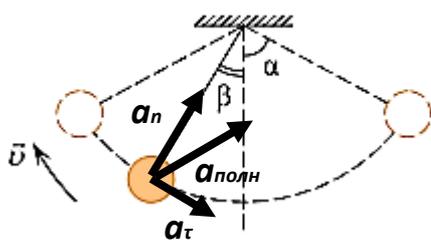
$$P = 4U^2/3R$$

4. Маятник (5 баллов)

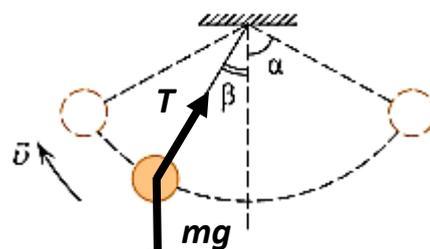
Маленький шарик, подвешенный к потолку на лёгкой нерастяжимой нити, совершает колебания в вертикальной плоскости, при этом максимальное отклонение нити от вертикали составляет угол $\alpha = 60^\circ$.

ВОЗМОЖНОЕ РЕШЕНИЕ:

4.1. Сделайте рисунок с указанием сил, приложенных к шарiku в тот момент, когда шарик движется влево-вверх, а нить образует угол $\beta = 30^\circ$ с вертикалью (см. рис.). (0,5 балла)



4.2. Покажите на этом рисунке, куда направлено в этот момент полное ускорение шарика. Как зависит это ускорение от массы шарика? Ответ обоснуйте. (1 балл)



У полного ускорения шарика 2 составляющих. Одна составляющая (нормальная) связана с изменением

направления вектора скорости. Вторая (тангенциальная) связана с изменением модуля скорости. Полное ускорение – векторная сумма этих двух составляющих. Ускорение от массы шарика не зависит, т.к. $a = F/m$ (где F – векторная сумма сил, действующих на тело), а F прямо пропорциональна массе шарика.

4.3. Можно ли шарик считать материальной точкой. Ответ обоснуйте. (0,5 балла)

В условии сказано, что шарик маленький, значит его размером можно пренебречь. Значит шарик можно считать материальной точкой.

4.4. При каких условиях в данной задаче можно использовать закон сохранения полной механической энергии? (1 балл)

Если пренебречь сопротивлением воздуха.

4.5. Обозначим длину нити L . Считая, что шарик начинает движение из крайней правой точки, определите его скорость при прохождении нижней точки траектории. В момент начала движения скорость шарика равна нулю. (2 балла)

Из закона сохранения полной механической энергии следует, что:

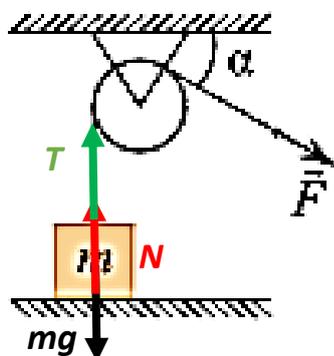
$$E_{\text{п нач}} = E_{\text{к кон}}$$

$$mgL(1 - \cos\alpha) = mv^2/2$$

$$v = \sqrt{2gL(1 - \cos\alpha)}$$

$$v = \sqrt{gL}$$

5. Блок (5 баллов)



Лёгкая нить, привязанная к грузу массой $m = 0,4$ кг, перекинута через идеальный неподвижный блок. К правому концу нити приложена постоянная сила F . Левая часть нити вертикальна, а правая наклонена под углом $\alpha = 30^\circ$ к горизонту (см. рис.).

ВОЗМОЖНОЕ РЕШЕНИЕ:

5.1. Сделайте рисунок с указанием сил, приложенных к грузу. (0,5 баллов)

5.2. Чему равна сила натяжения нити? (0,5 баллов)

$$T = F$$

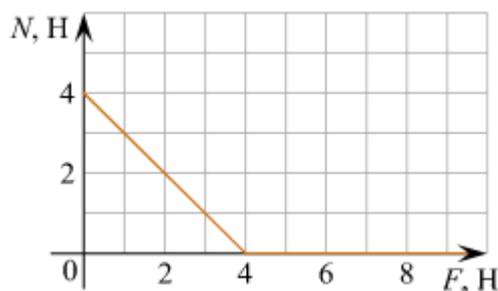
5.3. Получите зависимость силы реакции стола N от F на отрезке $0 \leq F \leq 10$ Н. Постройте график этой зависимости (2 балла)

$$N = mg - F$$

Это линейная зависимость, причем N убывает с ростом F . После того, как $mg = F$ тело более давит на поверхность не будет и $N = 0$.

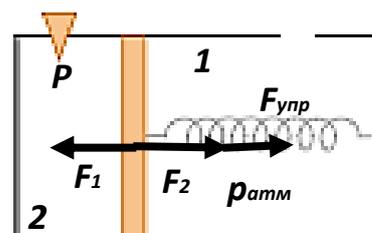
5.4. Как изменится график, если увеличить угол α до 60° . Ответ поясните. (2 балла)

Т.к. нить невесома, то сила натяжения во всех точках нити одинакова и равна F . От угла сила натяжения не зависит. График не изменится.



6. Газ, пружинка, пробка (5 баллов)

Сосуд разделён на две части подвижным поршнем, который может двигаться без трения относительно стенок сосуда. В правой части сосуда есть отверстие, через которое в эту часть может поступать атмосферный воздух (или может выходить воздух из сосуда). Поршень соединен с правым краем сосуда пружиной, в начальном положении она растянута. В левой части сосуда имеется отверстие, плотно закрытое пробкой. Атмосферное давление равно $p_{атм}$.



ВОЗМОЖНОЕ РЕШЕНИЕ:

6.1. Рассмотрим начальное состояние системы. Сделайте рисунок с указанием сил, действующих на поршень. (1 балл)

6.2. Сравните давления в левой и правой части сосуда ($p_{пр}/p_l$), когда левое отверстие плотно закрыто пробкой. Ответ поясните. (1 балл)

Из чертежа сил видно, что $F_2 < F_1$, значит $p_{пр} > p_l$ и $p_{пр}/p_l > 1$

6.3. Объяснить, как изменится положение поршня, если вынуть пробку. Для пояснения используйте известные Вам законы, названия законов следует написать в решении. (2 балла)

После того, как открыли пробку, давления в частях сосуда сравниваются (по закону Паскаля). Значит сила упругости должна стать равной нулю. По закону Гука это означает, что деформация пружины должна обратиться в ноль. Значит **поршень сместиться вправо.**

6.4. Сравните силы упругости пружины, когда левое отверстие плотно закрыто пробкой (F_1) и силы упругости, если вынуть пробку (F_2) (т.е. найдите отношение F_2/F_1)? (1 балл)

Из предыдущего пункта следует, что $F_2/F_1=0$

7. Пружинный пистолет (5 баллов)

Из пружинного пистолета выстрелили вертикально вниз в закрепленную мишень, находящуюся на расстоянии $H = 2$ м от него. Совершив работу $A = 0,12$ Дж, пройдя путь в мишени $S = 10$ см, пуля застряла в мишени. Пружина была сжата перед выстрелом на $\Delta x = 2$ см, а ее жесткость равна $k = 100$ Н/м.

ВОЗМОЖНОЕ РЕШЕНИЕ:

7.1. Выберем нулевой уровень потенциальной энергии тела в поле силы тяжести земли на уровне той точки, в которой пуля остановилась в мишени. Запишите энергию системы в трех состояниях:

начальное – пуля находится в пистолете, и вот-вот произойдет выстрел;

$$E_1 = k\Delta x^2/2 + mg(H + \Delta x + S)$$

промежуточное – пуля вот-вот зайдет в мишень;

$$E_2 = mv_2^2/2 + mgS$$

конечное – пули остановилась в мишени.

$$E_3 = 0$$

ОБЯЗАТЕЛЬНО укажите, какие тела вы включаете в состав рассматриваемой системы. (2 балла)

В состав системы входят следующие тела: пуля, пружина, Земля. Мишень в систему не включаем (при взаимодействии мишени с пулей происходит переход механической энергии пули в немеханические формы)

7.2. Найдите отношение скоростей пули (V_1/V_2) в начальном состоянии, когда пуля перестала взаимодействовать с пружиной (V_1) и промежуточном состоянии, когда пуля начала взаимодействовать с мишенью (V_2). (1 балл)

Сначала определим скорость v_1

$$v_1 = \sqrt{\frac{k\Delta x^2}{m} + 2g\Delta x}$$
$$v_2^2 = v_1^2 + 2gH$$
$$\frac{v_1}{v_2} = \sqrt{\frac{1}{1 + \frac{2gH}{v_1^2}}}$$

Где v_1 подставим из первого выражения.

7.3. Объясните, что означает выражение «пуля совершила работу 0,12 Дж» (1 балл)

Работу совершает сила, с которой пуля действует на мишень. Т.е. фактически это работа силы сопротивления.

7.4. Определите массу пули m . (1 балл)

Запишем закон изменения энергии. Работа силы трения отрицательна!

$$\begin{aligned} A &= E_{\text{полн к}} - E_{\text{полн н}} \\ A &= 0 - \frac{mv_2^2}{2} - mgs \\ A &= -\left(\frac{k\Delta x^2}{2} + mg\Delta x + mgH + mgs\right) \\ m &= (|A| - \frac{k\Delta x^2}{2}) / g(H + s + \Delta x) \\ m &= \frac{0,12 - 0,02}{10(2,12)} \approx 0,0047 \approx 5\text{г} \end{aligned}$$

8. Электрические заряды (5 баллов)

Два точечных заряда q_1 и q_2 , находящиеся на расстоянии $r = 1$ м друг от друга, притягиваются с силой $F = 1$ Н. Сумма зарядов равна $Q = 2$ мкКл.

ВОЗМОЖНОЕ РЕШЕНИЕ:

8.1. Каковы знаки зарядов? (0,5 баллов)

Заряды **разноименные**, т.к. имеет место сила притяжения

8.2. Чему равны модули этих зарядов? (2,5 балла)

Из закона Кулона запишем уравнение для нахождения одного из зарядов

$$\begin{aligned} F &= k \frac{q_1(Q + q_1)}{r^2} \\ q_1^2 + Qq_1 - \frac{Fr^2}{k} &= 0 \\ q_1 &= -\frac{Q}{2} + \sqrt{\frac{Q^2}{4} + \frac{Fr^2}{k}} \approx 9,6 \text{ мкКл} \end{aligned}$$

Перед корнем знак +, т.к. заряд q_1 положительный. Тогда заряд q_2 равен $-11,6$ мкКл.

8.3. Определите напряжённость электрического поля, создаваемого этими зарядами в точке, расположенной посередине отрезка, соединяющего заряды. (2 балла).

Напряжённость находим как векторную сумму

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2$$

Вектор напряжённости будет направлен в сторону отрицательного заряда.

$$E = k \frac{q_1 + |q_2|}{r_1^2} \approx 7,6 \cdot 10^5 \text{ В/м}$$

9. Две капли (5 баллов)

С каким интервалом оторвались от крыши две капли, если спустя $\tau = 2$ с после начала падения второй капли расстояние между каплями равно $S = 25$ м? Считайте,

что в момент отрыва скорость капли равна нулю.

ВОЗМОЖНОЕ РЕШЕНИЕ:

9.1. Запишите уравнение движения первой капли, уравнение движения второй капли. Отсчет времени начинаем в момент отрыва первой капли. (1 балл)

Запишем уравнение движения первой капли, уравнение движения второй капли.

$$s_1 = gt^2/2 \quad s_2 = g(t - \Delta t)^2/2$$

9.2. Каким было расстояние между каплями в момент отрыва второй капли? (0,5 баллов)

Если взять за начало отсчета время отрыва не первой, а второй капли, то расстояние между каплями будет описываться формулой:

$$s = g(2t \Delta t + \Delta t^2)/2$$

Подставив в это уравнения числа и решив квадратное уравнение, получим:

$$25 = 10(2 * 2 \Delta t + \Delta t^2)/2$$

$$\Delta t = 1 \text{ с}$$

Подставив данное значение в формулу:

$$s = g\Delta t^2/2$$

Получим расстояние между каплями в момент отрыва второй капли $s = 5$ м

9.3. Каким будет расстояние между каплями еще через 2 секунды? (0,5 баллов)

Т.к. согласно 9.5 $v_{отн} = g \Delta t$, то еще через 2 с, т.е. через 4 с после отрыва второй капли, расстояние между каплями станет:

$$s = 5 + 10 * 4 = 45 \text{ м}$$

9.4. Используя записанные при ответе на вопрос пункта 9.1 уравнения движения, получите зависимость расстояние между каплями от времени. (1,5 балла)

$$s = s_1 - s_2$$

$$s = g(2t \Delta t - \Delta t^2)/2$$

9.5. Как будет меняться скорость нижней капли относительно верхней со временем (запишите формулу для этой зависимости)? (1,5 балла)

Скорость будет оставаться постоянной ($v_{отн} = g \Delta t$).

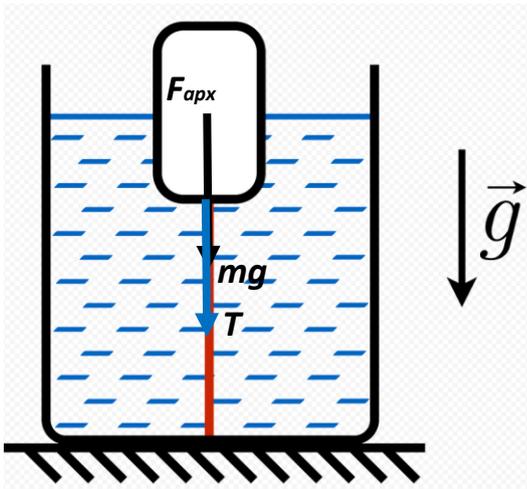
10. Поплавок(5 баллов)

Один конец троса закреплен на дне водоема, а второй прикреплен к поплавку, плотность материала которого $\rho = 250$ кг/м³. При этом 75 % всего объема поплавка погружено в воду. Масса поплавка равна $M = 2,25$ кг. Плотность воды считать известной и равной $\rho_0 = 1000$ кг/м³.

ВОЗМОЖНОЕ РЕШЕНИЕ:

10.1. Изобразите силы, действующие на поплавок. (1 балл)





10.2. Определить силу натяжения троса. (2 балла)

$$T = F_{арх} - mg$$

$$T = \rho g V_{пч} - mg$$

$$V_{пч} = 0,75m/\rho$$

$$T = 45 \text{ Н}$$

Теперь рассматриваем ситуацию, что поплавок просто плавает в воде (троса нет).

10.3. Сколько процентов объема поплавка было бы погружено в воду, если бы не было троса? (1 балл)

25%, т.к. $\rho = \rho_0/4$

10.4. Чему была бы равна сила Архимеда, действующая на поплавок, если бы не было троса? (1 балл)

$F_{арх} = mg = 22,5 \text{ Н}$