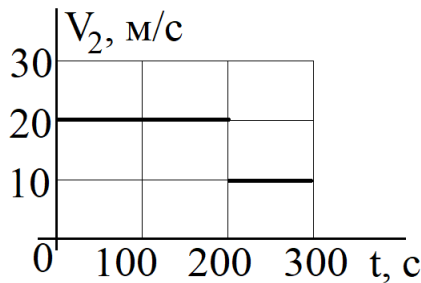
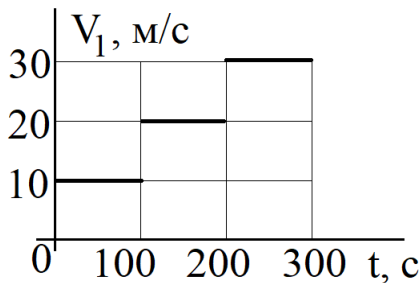


1. Выразительная величина (10 баллов).

№	Формула или система формул	Известные величины	Неизвестная величина	Ответ
1	$\begin{cases} a = \frac{V^2}{R} \\ a = \omega^2 R \end{cases}$	$\omega, R$	$a, V$ Найти: $V$	$V = \omega R$
2	$\begin{cases} ma = -kx \\ a = -\omega^2 x \end{cases}$	$k, m$	$a, x, \omega$ Найти: $\omega$	$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$
3	$\begin{cases} V^2 = 2aS \\ S = \frac{at^2}{2} \end{cases}$	$V, t$	$a, S$ Найти: $a$	$a = \frac{V}{t}$
4	$\begin{cases} V_K^2 - V_0^2 = 2aX \\ V_K = V_0 + a(t - t_0) \end{cases}$	$V_0, a, t, t_0$	$V_K, X$ Найти: $X$	$X = V_0(t - t_0) + \frac{a(t - t_0)^2}{2}$
5	$\begin{cases} F = mg \\ F = G \frac{mM}{(R+h)^2} \end{cases}$	$G, M, g, R$	$F, m, h$ Найти: $h$	$h = \sqrt{\frac{GM}{g}} - R$
6	$\begin{cases} F = \rho g V \\ T = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}} \end{cases}$	$T, L, F, \rho$	$g, V$ Найти: $V$	$V = \frac{FT^2}{4\pi^2 L \rho}$
7	$\begin{cases} I = \frac{E}{R_0 + r} \\ R_2 = \frac{R_1 R_0}{R_1 - R_0} \end{cases}$	$I, E, R_1, R_2$	$R_0, r$ Найти: $r$	$r = \frac{E}{I} - \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$
8	$\begin{cases} E = pc \\ \frac{E}{h} = \frac{c}{\lambda} \end{cases}$	$h, p$	$E, c, \lambda$ Найти: $\lambda$	$\lambda = \frac{h}{p}$
9	$\begin{cases} \frac{1}{d} + \frac{1}{f} = \frac{1}{F} \\ \Gamma = \frac{f}{d} \end{cases}$	$F, \Gamma$	$d, f$ Найти: $d$	$d = \left(1 + \frac{1}{\Gamma}\right) F$

10	$p = \frac{mV}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}$	$p, c, m$	$V$ Найти: $V$	$V = \frac{cp}{\sqrt{m^2 c^2 + p^2}}$
----	---	-----------	-------------------	---------------------------------------



## 2. Автомобили (5 баллов)

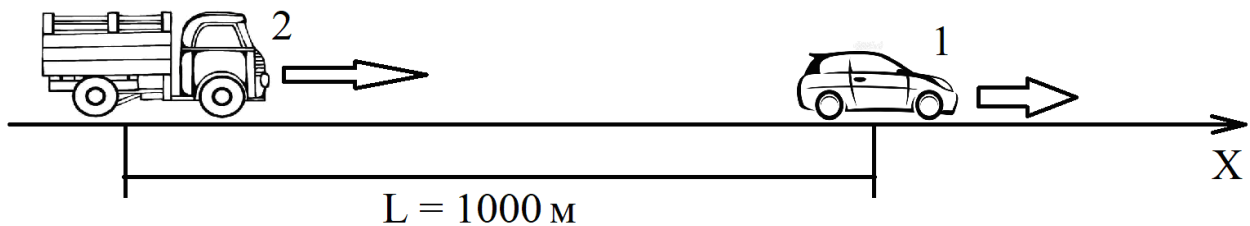
Заданы графики зависимости скоростей автомобилей от времени.

Первоначальное положение

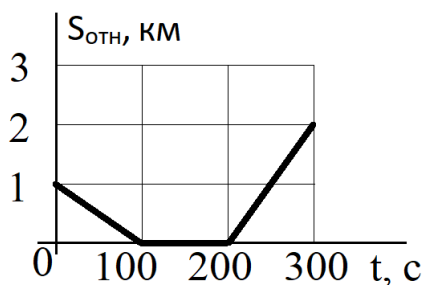
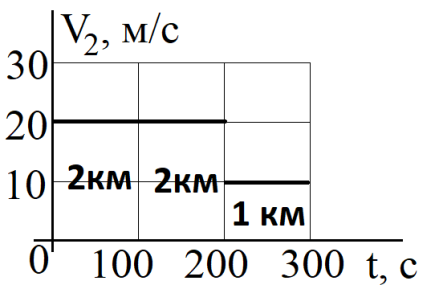
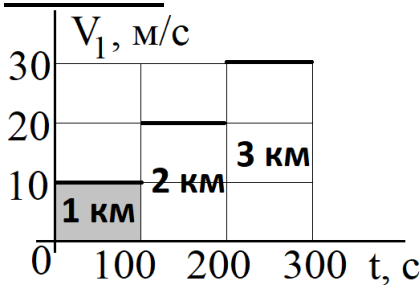
автомобилей ( $t = 0$ ) задано на рисунке.

Определить:

- расстояние между автомобилями через 100 с, 200 с и 300 с;
- постройте график зависимости расстояния между автомобилями от времени на участке (0 – 300 с).



### Решение:



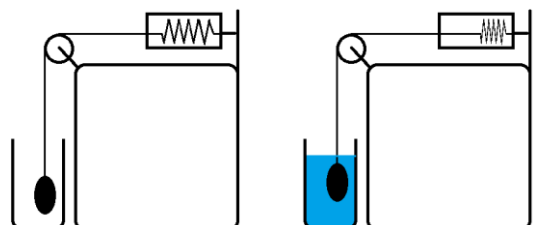
Заметим, что площадь под графиком скорости равна пройденному пути.

Площадь одной клеточки равна  $10 \text{ м/с} \cdot 100 \text{ с} = 1 \text{ км}$ . Так как скорости на участках постоянны, то и расстояния меняются линейно. Получаем график и ответы на вопросы:

1. Через 100 с расстояние между автомобилями равно 0 км. (1 балл)
2. Через 200 с расстояние между автомобилями равно 0 км. (1 балл)
3. Через 300 с расстояние между автомобилями равно 2 км. (1 балл)
4. Правильно построен график (2 балла)

## 3. Плотность (5 баллов)

Тело, с помощью нити перекинутой через неподвижный блок, растягивает пружинный динамометр.



Тело поместили в воду, удлинение пружины уменьшилось вдвое. Определить плотность тела. Плотность воды  $\rho_в$ .

**Решение:**

1. Запишем второй закон Ньютона для тела на нити в пустом стакане и для динамометра:

$$\begin{cases} mg - T = 0 \\ T - kX = 0 \end{cases} \text{ или } mg = kX \quad (1 \text{ балл})$$

2. Запишем второй закон Ньютона для тела и динамометра на нити в полном стакане:

$$\begin{cases} mg - F_A - T = 0 \\ T - k \frac{X}{2} = 0 \end{cases} \text{ или } mg - F_A = k \frac{X}{2} \quad (1 \text{ балл})$$

3. Учитывая, что  $F_A = \rho_{воды}gV$  и  $m = \rho_{тела}V$  получим:

$$\begin{cases} \rho_{тела}Vg = kX \\ \rho_{тела}Vg - \rho_{воды}gV = k \frac{X}{2} \end{cases} \quad (1 \text{ балл})$$

Подставим  $\rho_{тела}Vg - \rho_{воды}gV = \frac{\rho_{тела}Vg}{2}$  и  $\rho_{тела} - \rho_{воды} = \frac{\rho_{тела}}{2}$  (1 балл)

Ответ:  $\rho_{тела} = 2\rho_{воды}$  (1 балл)

**4. Электрическая схема (5 баллов)**

На электрической схеме указаны все известные параметры.

Определить:

- 4.1. Общее сопротивление цепи

$R_{общ}$ .

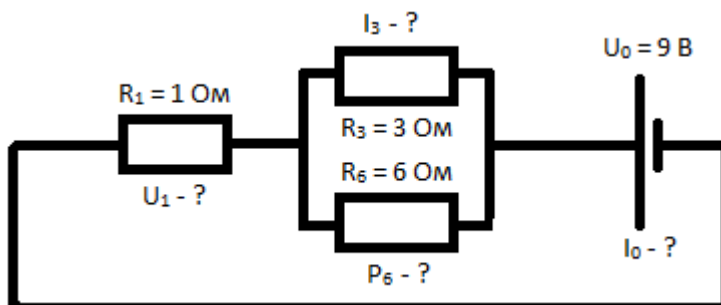
- 4.2. Ток  $I_0$ , бегущий через источник питания.

- 4.3. Напряжение  $U_1$  на резисторе

$R_1$ .

- 4.4. Ток  $I_3$ , бегущий через резистор  $R_3$ .

- 4.5. Мощность  $P_6$ , выделяющаяся на резисторе  $R_6$ .



**Решение:**

- 4.1. Заметим, что два резистора  $R_3$  и  $R_6$  соединены параллельно

$$R_{36} = \frac{R_3 R_6}{R_3 + R_6} = \frac{3 \cdot 6}{3 + 6} = 2 \text{ Ом},$$

а резистор  $R_1$  соединен с блоком сопротивлением  $R_{36}$  последовательно  $\Rightarrow$  общее сопротивление схемы равно  $R_{общ} = R_1 + R_{36} = 1 + 2 = 3 \text{ Ом}$ . (1 балл)

$$4.2. \quad I_0 = \frac{U_0}{R_{общ}} = \frac{9}{3} = 3 \text{ А}. \quad (1 \text{ балл})$$

$$4.3. \quad U_1 = R_1 \cdot I_{общ} = 1 \cdot 3 = 3 \text{ В}. \quad (1 \text{ балл})$$

$$4.4. I_3 = \frac{R_6}{R_3 + R_6} \cdot I_o = \frac{6}{3+6} \cdot 3 = 2 \text{ А. (1 балл)}$$

$$4.5. I_6 = \frac{R_3}{R_3 + R_6} \cdot I_o = \frac{3}{3+6} \cdot 3 = 1 \text{ А.}$$

$$P_6 = I_6^2 R_6 = 1^2 \cdot 6 = 6 \text{ Вт (1 балл)}$$

## ЧАСТЬ ВТОРАЯ ТЕПЛОПРОВОДНОСТЬ

**Теплопроводность** тела означает его способность проводить тепло. Молекулы участков тела, где температура выше, обладают большей энергией и передают ее соседним молекулам, обладающих меньшей энергией. Это ведет к выравниванию разности температур внутри тела. В отличие от конвекции передача тепла здесь не связана с переносом частиц.

Теплопроводность называется **стационарной**, если вызывающая ее разность температур  $T_2 - T_1$  сохраняется неизменной с течением времени.

Во всех наших задачах и примерах мы будем работать только со стационарной теплопроводностью.

Если:

$Q$  – передаваемое количество теплоты,

$S$  – поперечное сечение проводника тепла,

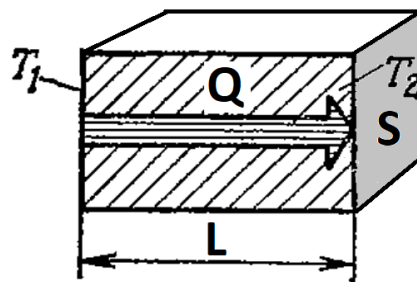
$t$  – продолжительность процесса теплопроводности,

$(T_2 - T_1)$  – разность температур на концах проводника тепла,

$L$  – длина проводника тепла,

$\lambda$  – коэффициент теплопроводности материала проводника, указывается в справочниках, определяется только экспериментально, то можно записать

$$Q = \frac{\lambda \cdot S \cdot t \cdot (T_2 - T_1)}{L} \quad (\text{формула 1})$$



**Тепловым потоком  $\Phi$**  называется количество теплоты, переданное через

поперечное сечение проводника тепла за единицу времени:  $\Phi = \frac{Q}{t}$ . Единица СИ

теплового потока Ватт:  $[\Phi] = \frac{\text{Дж}}{\text{с}} = \text{Вт}$ .

### 5. Кирпичная стена (2 балла)

Определить тепловой поток через кирпичную стену размером 2 метра в высоту, 4 метра в длину и толщиной 0,5 метра, если на улице температура  $0^\circ\text{C}$ , а температура в комнате всегда  $+20^\circ\text{C}$ . Коэффициент теплопроводности для кирпича  $\lambda = 0,7 \frac{\text{Вт}}{\text{м} \cdot ^\circ\text{C}}$ .

**Подсказка к ответу:** ответ представляет собой целое трехзначное число, сумма цифр которого равна 8

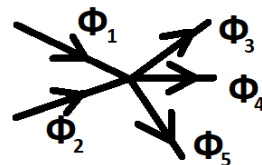
**Решение:**

Возьмем формулы  $Q = \frac{\lambda \cdot S \cdot t \cdot (T_2 - T_1)}{L}$  и  $\Phi = \frac{Q}{t} \Rightarrow \Phi = \frac{\lambda \cdot S \cdot (T_2 - T_1)}{L}$  (1 балл)

Площадь стены равна  $S = 2 \times 4 = 8 \text{ м}^2$

$$\Phi = \frac{0,7 \cdot 8 \cdot (20 - 0)}{0,5} = 224 \text{ Вт}$$

Проверка:  $2+2+4=8$  (1 балл)



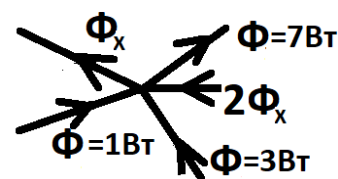
**Определение:** Будем называть узлом точку, в которой соединяются более двух проводников тепла.

**Замечание 1.** Если теплопроводность стационарная (температуры со временем не меняются), то количество тепловых потоков входящих в узел равно количеству тепловых потоков выходящих из узла (сколько тепла пришло в точку столько и должно уйти, чтобы точка не меняла температуру).

$$\Phi_1 + \Phi_2 = \Phi_3 + \Phi_4 + \Phi_5 \quad (\text{формула 2}).$$

### 6. Узел (2 балла)

В узел втекают три стационарных тепловых потока 1Вт, 3Вт и  $2 \cdot \Phi_x$ , а вытекают два стационарных тепловых потока 7Вт и  $\Phi_x$ . Запишите формулу 2 для узла и определите величину потока  $\Phi_x$ .



**Решение:**

Входящие потоки в узел:  $1\text{Вт} + 3\text{Вт} + 2\Phi_x$  и исходящие потоки из узла:  $7\text{Вт} + \Phi_x$

Применим формулу 2:  $1 + 3 + 2\Phi_x = 7 + \Phi_x$  (1 балл)

Получаем ответ:  $\Phi_x = 3\text{Вт}$  (1 балл)

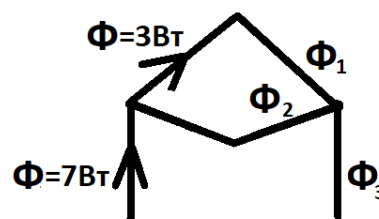
**Однородный участок** соединения проводников тепла – участок схемы проводников цепи без узлов.

**Замечание 2.** Вдоль однородного участка соединения проводников тепла, тепловой поток  $\Phi$  не меняется.



### 7. Простая задача (2 балла)

Теплопроводящая система составлена из 6 теплопроводящих стержней (смотри рисунок). Известно, что в левый узел втекает тепловой поток 7 Вт, и тепловой поток 3 Вт вытекает из этого узла в верхний стержень. Определить тепловые потоки  $\Phi_1$ ,  $\Phi_2$  и  $\Phi_3$  возле правого узла.



**Ответы:**

$$\Phi_1 = 3\text{Вт} \quad (0,5 \text{ баллов})$$

$$\Phi_2 = 4\text{Вт} \quad (1 \text{ балл})$$

$$\Phi_3 = 7\text{Вт} \quad (0,5 \text{ баллов})$$

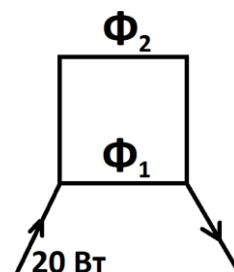
**ВНИМАНИЕ:** С этого места и далее, во всех последующих рассуждениях, примерах и задачах будем считать, что все проводники тепла представляют собой однородные стержни постоянного сечения и изготовленные из одного и того же материала, т.е.  $\lambda \cdot S$  величина постоянная.

**Замечание 3.** Выразим из формулы (1) разность температур:  $T_2 - T_1 = \frac{L}{\lambda \cdot S} \cdot \Phi$ .

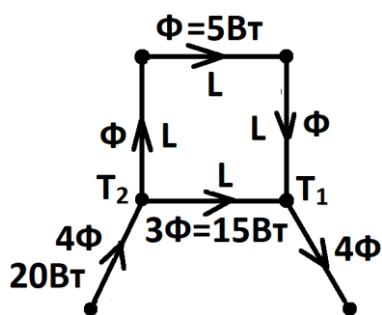
Напомним, что  $\lambda \cdot S$  величина постоянная. Из формулы становится видно, что если концы однородных участков соединены (температуры на концах этих участков одинаковы), то произведение длины однородного участка на тепловой поток в этом же участке будет величиной постоянной для всех соединенных однородных участков:  $L_1\Phi_1 = L_2\Phi_2 = L_3\Phi_3$ .

### 8. Средняя задача (4 балла)

Пусть теплопроводящая система составлена из шести абсолютно одинаковых стержней (смотри рисунок). Определить тепловые потоки  $\Phi_1$ , и  $\Phi_2$ , если в систему подается тепловой поток 20 Вт.



Решение:

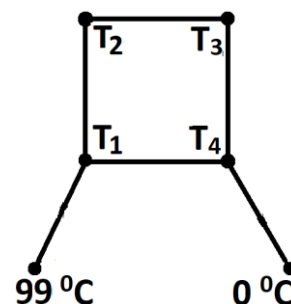


- 1) Заметим, что однородные участки теплопроводящей системы, состоящие из одного и трех одинаковых стержней подсоединены к одним и тем же точкам. Обозначим эти точки температурами  $T_1$  и  $T_2$ .
- 2) Обозначим тепловой поток максимально удаленного от входов стержня через  $\Phi_2 = \Phi$ . На всем этом однородном участке поток  $\Phi$ .

- 3) Так как этот однородный участок состоит из 3 стержней, то произведение потока на длину равно для этого участка  $\Phi \cdot 3L$ .
- 4) Мысленно обозначим поток на участке, состоящем из одного стержня, через  $\Phi_1$ . Так как этот участок подключен к тем же точкам, что 3 стержня, то для него справедливо:  $3L \cdot \Phi = L \cdot \Phi_1$  (замечание 3). Отсюда следует, что  $\Phi_1 = 3\Phi$ . (1 балл)
- 5) Получаем, что вытекают из левого узла потоки  $\Phi$ ,  $3\Phi$ , поэтому должен втекать поток  $4\Phi$  (1 балл), а втекает, по условию, 20 Вт. Следовательно,  $4\Phi = 20$  Вт или  $\Phi = 5$  Вт. (1 балл)
- 6) Ответ: Через 3 соединенных стержня идет тепловой поток  $\Phi_2 = 5$  Вт, через одинарный стержень –  $\Phi_1 = 15$  Вт. (1 балл)

### 9. Температуры (6 баллов)

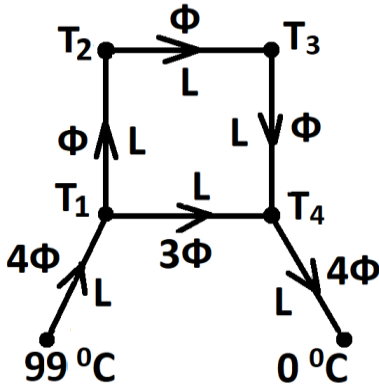
Пусть теплопроводящая система составлена из шести абсолютно одинаковых стержней (смотри рисунок). Определить какие температуры  $T_1$ ,  $T_2$ ,  $T_3$  и  $T_4$  установятся в точках системы изображенной на рисунке, если на концах системы поддерживаются температуры  $99^\circ\text{C}$  и  $0^\circ\text{C}$ .



Решение:

- 1) Обозначим тепловой поток максимально удаленного от входов стержня через  $\Phi$ .

- Расставим тепловые потоки во всех стержнях, выраженные через  $\Phi$  (смотри рисунок). (1 балл)
- Выбираем любой путь от начальной точки с известной температурой  $99^{\circ}\text{C}$ , до конечной точки с известной температурой  $0^{\circ}\text{C}$  (смотри рисунок).
- Запишем уравнения для каждого однородного участка выбранного пути.



$$\begin{cases} 99^{\circ}\text{C} - T_1 = \frac{L}{\lambda S} 4\Phi \\ T_1 - T_4 = \frac{L}{\lambda S} 3\Phi \\ T_4 - 0^{\circ}\text{C} = \frac{L}{\lambda S} 4\Phi \end{cases} \quad (1 \text{ балл})$$

- Сложим все эти уравнения и заметим, что все неизвестные температуры сократились  $99^{\circ}\text{C} - 0^{\circ}\text{C} = \frac{L}{\lambda S} 4\Phi + \frac{L}{\lambda S} 3\Phi + \frac{L}{\lambda S} 4\Phi$
- Упростим:  $11 \frac{L\Phi}{\lambda S} = 99^{\circ}\text{C}$ . Найдем, что

$$\frac{L\Phi}{\lambda S} = 9^{\circ}\text{C} \quad (1 \text{ балл})$$

- Подставим это значение во все уравнения, найдем все температуры:

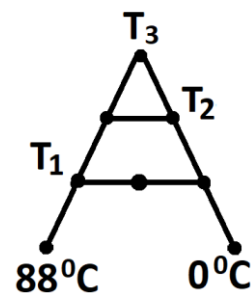
$$\begin{cases} 99^{\circ}\text{C} - T_1 = 4 \cdot 9^{\circ}\text{C} \Rightarrow T_1 = 99^{\circ}\text{C} - 36^{\circ}\text{C} = 63^{\circ}\text{C} \\ T_1 - T_4 = 3 \cdot 9^{\circ}\text{C} \Rightarrow T_4 = T_1 - 27^{\circ}\text{C} = 36^{\circ}\text{C} \\ T_4 - 0^{\circ}\text{C} = 4 \cdot 9^{\circ}\text{C} \Rightarrow T_4 = 36^{\circ}\text{C} \end{cases} \quad (1 \text{ балл})$$

$$T_1 - T_2 = \frac{L}{\lambda S} \Phi = 9^{\circ}\text{C} \Rightarrow T_2 = 63 - 9 = 54^{\circ}\text{C} \quad (1 \text{ балл})$$

$$T_1 - T_3 = \frac{2L}{\lambda S} \Phi = 2 \cdot 9^{\circ}\text{C} \Rightarrow T_3 = 63 - 19 = 45^{\circ}\text{C} \quad (1 \text{ балл})$$

### 10. Сложная система (9 баллов)

Пусть теплопроводящая система составлена из девяти абсолютно одинаковых стержней (смотри рисунок). Определить какие температуры  $T_1$ ,  $T_2$  и  $T_3$  установятся в точках системы изображенной на рисунке, если на концах системы поддерживаются температуры  $88^{\circ}\text{C}$  и  $0^{\circ}\text{C}$ .



Решение:

- Обозначим тепловой поток максимально удаленного от входов стержня через  $\Phi$ .
- Расставим тепловые потоки во всех стержнях, выраженные через  $\Phi$  (смотри рисунок). (2 балл)
- Выбираем любой путь от начальной точки с известной температурой  $88^{\circ}\text{C}$ , до конечной точки с известной температурой  $0^{\circ}\text{C}$  (смотри рисунок).

- 4) Сложим все эти уравнения и заметим, что все неизвестные температуры сократились

$$88^{\circ}C - 0^{\circ}C = \frac{L}{\lambda S} 7\Phi + \frac{2L}{\lambda S} 4\Phi + \frac{L}{\lambda S} 7\Phi$$

- 5) Упростим:  $22 \frac{L\Phi}{\lambda S} = 88^{\circ}C$ . Найдем, что

$$\frac{L\Phi}{\lambda S} = 4^{\circ}C \quad (2 \text{ балл})$$

- 6) Подставим это значение во все уравнения, найдем все температуры:

$$88^{\circ}C - T_1 = 7 \cdot 4^{\circ}C \Rightarrow T_1 = 88^{\circ}C - 28^{\circ}C = 60^{\circ}C \quad (1$$

балл)

$$T_1 - T_3 = \frac{L}{\lambda S} 3\Phi + \frac{L}{\lambda S} \Phi = 16^{\circ}C \Rightarrow T_3 = 60 - 16 = 44^{\circ}C \quad (2$$

балл)

(ставим 1 балл, даже если найдено из симметрии схемы)

$$T_1 - T_2 = \frac{L}{\lambda S} 3\Phi + \frac{L}{\lambda S} 2\Phi = 5 \cdot 4^{\circ}C = 20^{\circ}C \Rightarrow T_2 = 60 - 20 = 40^{\circ}C \quad (2 \text{ балл})$$

