Уральский федеральный университет имени первого Президента России Б.Н.Ельцина
Специализированный учебно-научный центр

ВСТУПИТЕЛЬНЫЙ ЭКЗАМЕН ПО ФИЗИКЕ
10 класс
Физико-математический профиль
Физико-технический профиль
Физико-химический профиль
29 апреля 2018 года

ПРИМЕРНЫЕ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ И КРИТЕРИИ ПРОВЕРКИ

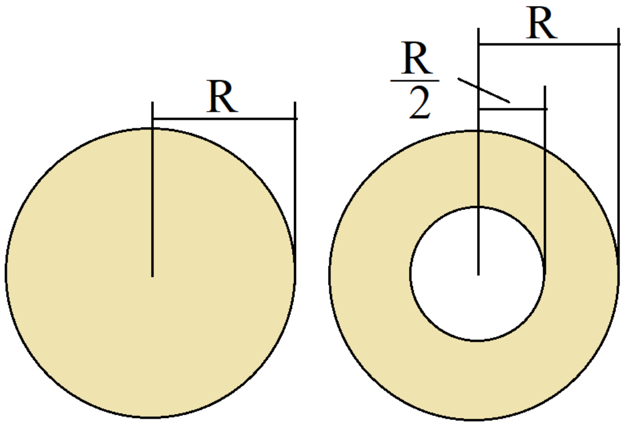
1.Выражаем все… (5 баллов)
Физики и инженеры должны уметь хорошо считать и быстро делать математические преобразования. В этом задании вам надо выразить указанную величину через те, которые считаются известными. Важно помнить, что количество величин (букв), записанных в начальных уравнениях (системах уравнений) может быть больше, чем число известных величин.
► Вы должны в окончательных формулах одну неизвестную величину выразить только(!) через те, которые считаются известными. В листах, выданных Вам, будет такая же табличка с пустым четвертым столбцом, туда надо будет записать ответы.

		Ответ	Найти
1.1. (0,5 баллов)	$V_x = V_{0x} + a_x t$	$t = \frac{V_x - V_{0x}}{a_x}$	t
1.2. (0,5 баллов)	$m\frac{V^2}{R} = G\frac{mM}{R^2}$	$V = \sqrt{\frac{GM}{R}}$	V
1.3. (1 балл)	$c_1 m_1 (t_1 - t) = c_2 m_2 (t - t_2)$	$t = \frac{c_1 m_1 t_1 + c_2 m_2 t_2}{c_1 m_1 + c_2 m_2}$	t
1.4. (0,5 баллов)	$\frac{mV^2}{2} = \frac{3}{2}kT$	$V = \sqrt{\frac{3kT}{m}}$	V
1.4. (0,5 баллов)	$R = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$	$R_2 = \frac{RR_1}{R_1 - R}$	R_2
1.5. (1 балл)	$\begin{cases} (V+U)\cdot t_1 = S \\ (V-U)\cdot t_2 = S \\ U \cdot t_3 = S \end{cases}$	$t_3 = \frac{2t_2 t_1}{t_2 - t_1}$	t_3
1.6. (1 балл)	$\begin{cases} ma_m = T - mg \\ Ma_M = Mg - 2T \\ 2a_M = a_m \end{cases}$	$T = \frac{3mM}{M + 4m}g$	T

2.Два шара (4 балла)

Даны два золотых шара радиусами R = 10 см каждый. Внутри одного из них есть шаровая полость радиуса R/2. Внутри полости – воздух. Для каждого шара найдите:

- объем золота, содержащегося в нём;
- массу шара;
- среднюю плотность шара;
- силу Архимеда, действующую на шар при его полном погружении в воду.



Справочные данные:

Объем шара радиуса R	$V=\frac{4}{3}\pi R^3$
Плотность золота	$\rho = 19{,}3\cdot 10^3 \ \frac{кг}{м^3}$
Плотность воды	$\rho_В = 10^3 \ \frac{кг}{м^3}$
Ускорение свободного падения	$g = 10 \ \frac{м}{с^2}$

ПРИМЕРНОЕ РЕШЕНИЕ:

Определим объем сплошного шара

$$V_1 = \frac{4}{3}\pi R^3;\ V_1 = 4{,}2\cdot 10^{-3}\, м^3.$$

Масса сплошного шара равна

$$m_1 = \rho V_1;\ m_1 = 81\ кг.$$

Определим объем золота в шаре с полостью.

$$V_2 = \frac{4}{3}\pi R^3 - \frac{4}{3}\pi\left(\frac{R}{2}\right)^3 = \frac{7}{6}\pi R^3;\ V_2 = 3{,}7\cdot 10^{-3}\, м^3.$$

Масса этого шара равна

$$m_2 = \rho V_2;\ m_1 = 71\ кг.$$

Средняя плотность шара с полостью равна

$$\rho_2 = \frac{m_2}{\frac{4}{3}\pi R^3};\ \rho_2 = 16{,}9\cdot 10^3\,\frac{кг}{м^3}.$$

При полном погружении шара сила Архимеда определяется плотностью жидкости и объемом шара, погруженного в жидкость (то есть объемом шара). Поэтому силы Архимеда одинаковы и равны

$$F_{Арх} = \rho_В g \frac{4}{3}\pi R^3;\ F_{Арх} = 42\ Н.$$

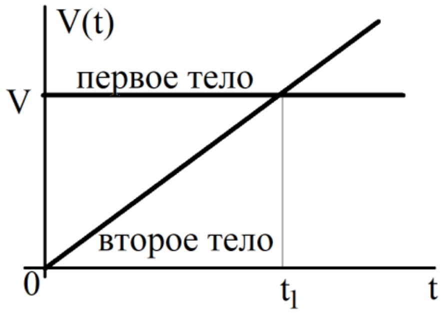
Найден объем сплошного шара (число)	0,25 баллов
Найдена масса сплошного шара (число)	0,25 баллов

Найден объем золота в шаре с полостью	1 балл
Найдена масса шара с полостью	0,5 балла
Найдена средняя плотность шара с полостью	1 балл
Найдена сила Архимеда (по 0,5 для каждого шара)	1 балл

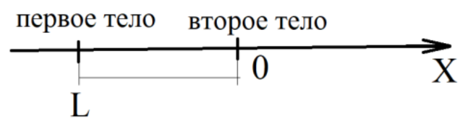
3.Графики движения (5 баллов)

Два тела движутся в одном направлении. На рисунках представлены графики зависимости скоростей тел от времени и их положение в начальный момент времени. Определить:

- момент времени, когда скорости тел станут одинаковыми;
- ускорение второго тела;
- записать уравнения движения тел (зависимость координаты тела от времени);
- построить графики этих зависимостей;
- определить время и место встречи тел.



положение тел при t = 0



ПРИМЕРНОЕ РЕШЕНИЕ:

Момент времени, когда скорости тел одинаковы, легко определяется из графика. Это – t_1.

Ускорение второго тело также легко находится из графика

$$a_2 = \frac{V}{t_1}.$$

Уравнение движения первого тела

$$x_1(t) = -L + Vt.$$

Уравнение движения второго тела

$$x_2(t) = \frac{a_2 t^2}{2} = \frac{V}{2t_1} t^2.$$

Решим задачу о встрече тел. Для того, чтобы тела встретились, необходимо, чтобы в один и тот же момент времени они оказались в одном точке пространства.

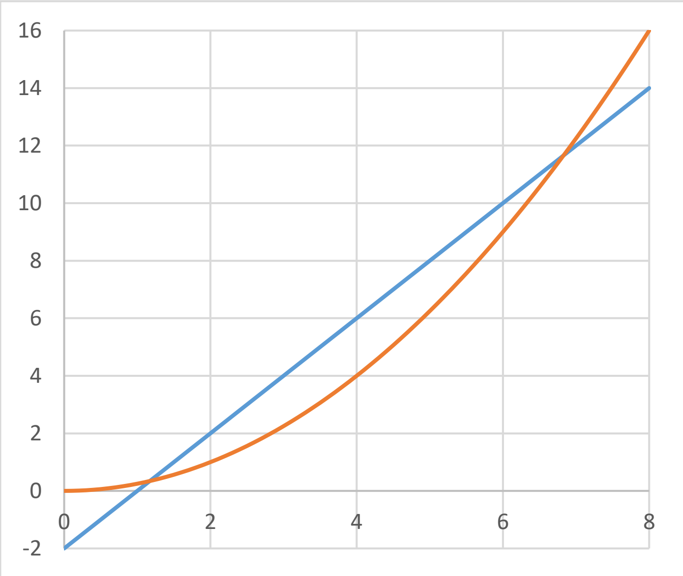
Приравнивая координаты тел, получаем квадратное уравнение для определения момента встречи

$$-L + Vt = \frac{V}{2t_1} t^2.$$

Дискриминант равен

$$D = 4t_1^2 - \frac{8t_1 L}{V} = 4t_1^2 \left(1 - \frac{2L}{Vt_1}\right).$$

У квадратного уравнения может быть два корня (дискриминант больше нуля), один корень (дискриминант равен нулю), ни одного (дискриминант меньше нуля). У нас это означает, что тела могут либо дважды встретиться, либо встретиться один раз, либо встречи не будет.



Пусть дискриминант больше нуля. Это возможно при выполнении условия

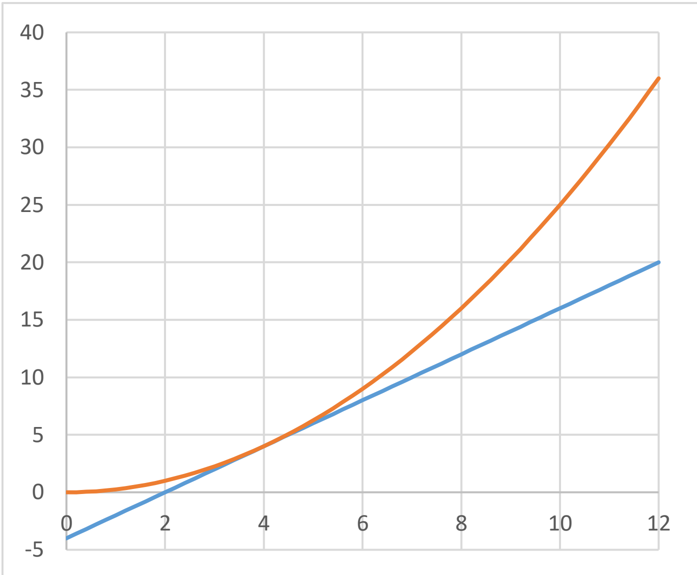
$$D = 4t_1^2 - \frac{8t_1 L}{V} = 4t_1^2\left(1 - \frac{2L}{Vt_1}\right) > 0.$$

Встреча тел произойдет дважды в моменты времени

$$T_1 = t_1 - t_1\sqrt{1 - \frac{2L}{Vt_1}};$$

$$T_2 = t_1 + t_1\sqrt{1 - \frac{2L}{Vt_1}}.$$

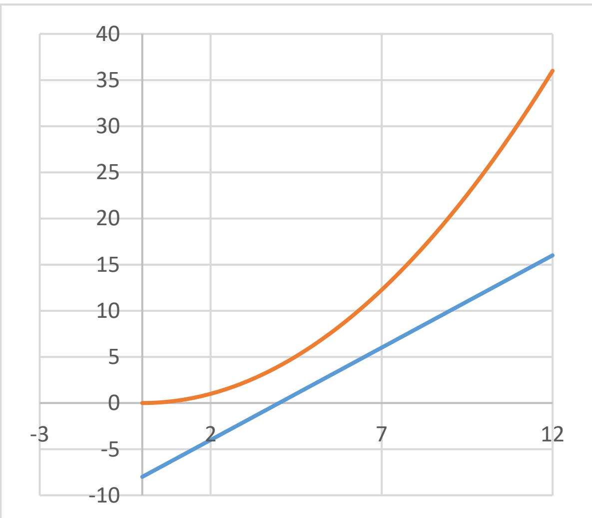
Графики тел для этого случая представлены на рисунке слева. Графики построены для случая L = 2 м, V = 2 м/с, t_1 = 4 с.



Случай, когда дискриминат равен нулю, реализуется при выполнении условия

$$1 - \frac{2L}{Vt_1} = 0.$$

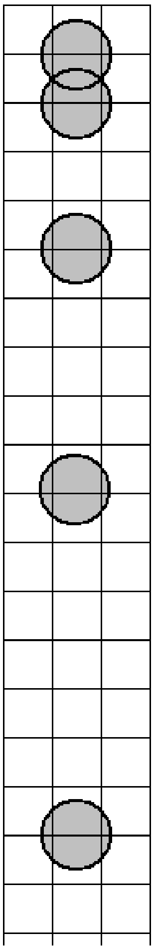
Встреча тел произойдет в момент времени t_1. Графики тел для этого случая представлены на рисунке справа. Графики построены для случая L = 4 м, V = 2 м/с, t_1 = 4 с.



В случае, когда дискриминант меньше нуля, встречи тел не будет. Графики движения представлены на рисунке. Графики построены для случая L = 8 м, V = 2 м/с, t_1 = 4 с.

Найден момент времени, когда скорости тел одинаковы	0,5 балла
Найдено ускорение второго тела	0,5 балла
Записано уравнение движения первого тела	1 балл
Записано уравнение движения второго тела	1 балл

Записано уравнение для встречи тел	1 балл
Определены моменты встречи	1 балл
Если есть попытки анализа, то надо ставить дополнительные баллы	До 3 баллов



4.Свободное падение (4 баллов)

Найти ускорение свободного падения по рисунку, сделанному со стробоскопической фотографии (это фотография, которая делается при освещении предметов мигающей лампочкой). Интервал между снимками 0,1 с, а сторона каждого квадратика сетки на рисунке в натуральную величину равна 5 см.

ПРИМЕРНОЕ РЕШЕНИЕ:

По приведенной картинке определяем, что за первые 0,1 с шарик опустился на 1 клеточку, то есть на 5 см. Считая, что шарик падает из состояния покоя, запишем

$$S_1 = \frac{at^2}{2};\ a = \frac{2S_1}{t_1^2};\ a = \frac{2\cdot 5\cdot 10^{-2}}{10^{-2}} = 10\ \frac{м}{с^2}.$$

Рассмотрим перемещение шарика из состояния покоя за время 0.2 с. Он пройдет путь 20 см. Отсюда запишем

$$S_2 = \frac{a(2t)^2}{2};\ a = \frac{2S_2}{t_2^2};\ a = \frac{2\cdot 20\cdot 10^{-2}}{2^2\cdot 10^{-2}} = 10\ \frac{м}{с^2}.$$

За 0,3 секунды шарик опустится на 45 см, поэтому

$$S_3 = \frac{a(3t)^2}{2};\ a = \frac{2S_3}{t_3^2};\ a = \frac{2\cdot 45\cdot 10^{-2}}{3^2\cdot 10^{-2}} = 10\ \frac{м}{с^2}.$$

За 0,4 секунды шарик опустится на 80 см, поэтому

$$S_4 = \frac{a(4t)^2}{2};\ a = \frac{2S_4}{t_4^2};\ a = \frac{2\cdot 80\cdot 10^{-2}}{4^2\cdot 10^{-2}} = 10\ \frac{м}{с^2}.$$

Ускорение найдено по соседним верхним клеточкам	2 балла
Рассмотрено несколько положений шарика для определения ускорения	До 2 баллов

5.Груз на веревке (14 баллов)

5.1.(1 балл) Груз массы m висит на веревке. Определите силу натяжения веревки.

РЕШЕНИЕ:

Сила натяжения веревки равна силе тяжести.

$$T = mg.$$

5.2. (2 балла) Груз массы m висит на веревке. Верхний конец которой прикреплен к потолку лифта, поднимающегося с таким ускорением, при котором сила натяжения веревки становится в три раза больше той, которая была, когда лифт был неподвижен. Определить величину ускорения.

РЕШЕНИЕ:

При ускоренном движении вверх сила натяжения веревки будет равна

$$T = m(g + a).$$

По условию сила натяжения равна $3mg$, поэтому имеем

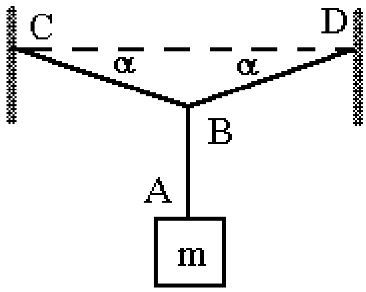
$$3mg = m(g + a).$$

Отсюда находим ускорение

$$a = 2g.$$

Записано выражение для силы натяжения нити	1 балл
Получено ускорение	1 балл

5.3. (5 баллов) Груз массы m привязан к веревке АВ, которая прикреплена к середине веревки СД. В состоянии равновесия веревка СД образует с горизонталью угол α (рис.). Чему равна сила натяжения каждой верёвки?



РЕШЕНИЕ:

Сила натяжения веревки АВ равна

$$T_{AB} = mg.$$

Сила натяжения веревки CD определяется из соотношения

$$T_{AB} = mg.$$

С учетом соотношения для силы натяжения веревки АВ получим

$$T_{CD} = \frac{T_{AB}}{2 sin\alpha} = \frac{mg}{2 sin\alpha}.$$

Записано выражение для силы натяжения нити АВ	1 балл
Правильно получена сила натяжения для нити CD	4 балла

5.4. 3.2. (2 балла) С какой силой надо тянуть за нить, чтобы тело массы m двигалось равномерно? С ускорением а? Коэффициент трения скольжения равен k.

РЕШЕНИЕ:

Для равномерного движения надо, чтобы сила натяжения нити была равна силе трения скольжения

$$T = F_{тр}^{ск} = kmg.$$

Так как сила натяжения нити равна силе F, то

$$F = kmg.$$

Запишем второй закон Ньютона для равноускоренного движения
$ma = F - kmg.$

Определим отсюда значение силы F

Есть выражение для силы трения	1 балл
Записано условие равномерного движения, найдена сила	1 балл
Записан второй закон Ньютона для равноускоренного движения, найдено значение силы F	1 балл

5.5. (4 балла) С какой силой F надо тянуть тело массой M, чтобы тела m и M, связанные этой нитью, двигались с ускорением a? Чему равна сила натяжения нити?

РЕШЕНИЕ:

Запишем второй закон Ньютона для системы тел

$$F = (M + m)a.$$

Так мы нашли значение силы, с которой надо тянуть тело массы M, чтобы система двигалась с ускорением a.

Запишем второй закон Ньютона для второго тела и определим силу натяжения нити

$$ma = T.$$

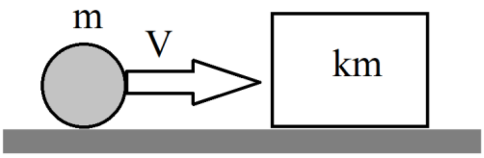
Нить порвется, если сила натяжения нити станет больше T_{max}. Отсюда получаем условие на ускорение

$$a \geq \frac{T_{max}}{m}$$

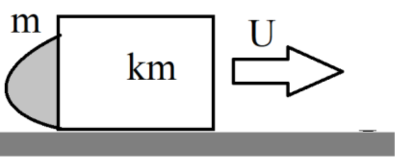
или на силу F

$$F \geq \frac{mT_{max}}{m + M}.$$

Найдено значение силы	1 балл
Найдена сила натяжения нити	1 балл
Определено либо значение ускорения, с которым должна двигаться система, чтобы нить порвалась, либо значение силы F	2 балла



до удара



после удара

6.Неупругий и неупругий удар (10 баллов)

6.1. (4 балла) Тело массой m, движущееся со скоростью V, налетает на неподвижное тело массой km. В результате неупругого удара тела слипаются и движутся как единое целое со скоростью U. Найти U и количество теплоты Q, выделившееся при ударе тел.

ПРИМЕРНОЕ РЕШЕНИЕ:

Запишем закон сохранения импульса

$$mV = (m + km)U.$$

Из записанного соотношения определим скорость тел после соударения

$$U = \frac{V}{1 + k}$$

Для определения тепла, выделившегося при соударении, запишем закон сохранения энергии

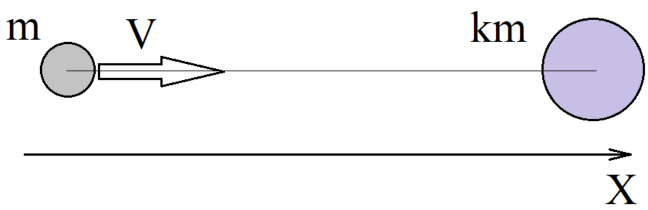
$$\frac{mV^2}{2} = \frac{(m + km)U^2}{2} + Q.$$

Подставив значение U, получим

$$Q = \frac{mV^2}{2} \cdot \frac{k}{1+k}.$$

Правильно записан закон сохранения импульса	1 балл
Найдено значение скорости тел после соударения	1 балл
Записан закон сохранения энергии с учетом тепла	1 балл
Правильно найдено выделившееся тепло	1 балл

6.2. (6 баллов) Шарик массой m, движущийся со скоростью V, налетает на неподвижный шарик массой km. Удар шаров абсолютно упругий. До соударения шар m двигался вдоль линии, соединяющей центры шаров. Определить скорости шаров после удара. При каком условии шарик m после соударения будет двигаться в обратном направлении?



ПРИМЕРНОЕ РЕШЕНИЕ:

Проекцию скорости шара m на ось OX после удара обозначим V_x.

Запишем закон сохранения импульса в проекциях на ось OX

$$mV = mV_x + kmU.$$

Запишем закон сохранения энергии для абсолютно упругого удара

$$\frac{mV^2}{2} = \frac{mV_x^2}{2} + \frac{kmU^2}{2}.$$

Выразим из первого уравнения U и подставим во второе, получим квадратное уравнение для определения V_x

$$V_x^2 - \frac{2V}{1+k}V_x - V^2\frac{k-1}{1+k} = 0.$$

Для решения квадратного уравнения посчитаем дискриминант

$$D = \frac{4V^2}{(1+k)^2} + \frac{4V^2(k-1)}{(k+1)^2} = \frac{4V^2k}{(1+k)^2}.$$

Так как дискриминант больше нуля, то возможны два значения проекции скорости шара m после удара на ось OX

$$V_x = \frac{\frac{2V}{1+k} \pm \sqrt{\frac{4V^2k}{(1+k)^2}}}{2} = \frac{V\left(1 \pm \sqrt{k}\right)}{1+k}.$$

Так как нам нужно, чтобы шарик m после удара двигался в обратном направлении, то выбираем корень с «-»

$$V_x = \frac{V\left(1-\sqrt{k}\right)}{1+k} < 0.$$

Для выполнения отрицательности проекции скорости должно выполняться неравенство

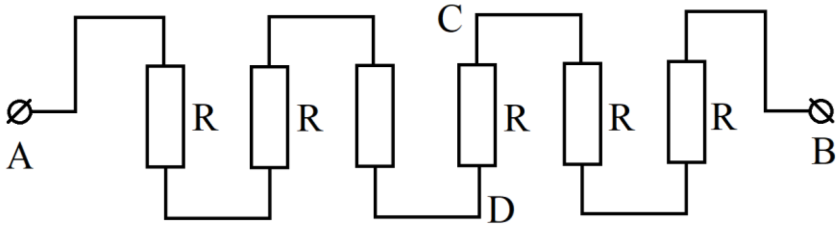
$$1-\sqrt{k} < 0.$$

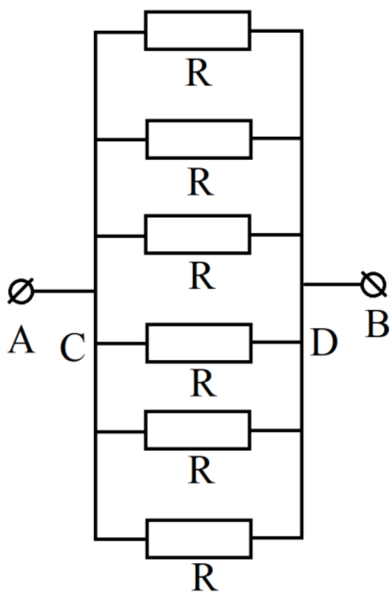
Это возможно при k > 1, то есть масса покоящегося шара должна быть больше массы налетающего шара.

Записано закон сохранения импульса	1 балл
Записан закон сохранения энергии	1 балл
Получено квадратное уравнение для V_x	1 балл
Записано условие движения шара m после удара в обратную сторону, есть понимание того, что должно быть $V_x > 0$	1 балл
Проведен анализ условий движения	1 балл
Сформулировано условие на отношение масс	1 балл

7.Две цепочки (5 баллов)

Даны две цепочки, состоящие из 6 резисторов, каждый из который имеет сопротивление R = 5 Ом. Напряжение между точками A и B равно U = 120 В. Для каждой цепочки найдите:





- полное сопротивление цепочки;
- силу тока в подводящих проводах;
- напряжение между точками C и D;
- мощность тока в цепочке;
- количество теплоты, выделяющееся в резисторе CD за 1 минуту.

ПРИМЕРНОЕ РЕШЕНИЕ:

Первая цепочка состоит из шести последовательно соединённых сопротивлений, ее сопротивление равно

$$R_1 = 6R;\ R_1 = 30\ Ом.$$

Силу тока в подводящих проводах определяем по закону Ома

$$I_1 = \frac{U}{R_1};\ I_1 = \frac{120}{30} = 4\ A.$$

Токи во всех резисторах одинаковы и равны I_1.
Определим напряжение U_{CD}

$$U_{CD} = I_1 R;\ U_{CD} = 20\ B.$$

Мощность тока в цепочке равна

$$P_1 = I_1^2 R_1;$$

$$P_1 = 480\ Вт.$$

Количество теплоты, выделившееся в сопротивлении CD за 1 минуту, равно

$$Q_1 = I_1^2 R \Delta t;$$

$$Q_1 = 4800\ Дж.$$

Вторая цепочка состоит из шести параллельно соединённых сопротивлений, ее сопротивление равно

$$R_2 = \frac{R}{6};\ R_2 = \frac{5}{6}\ Ом.$$

Силу тока в подводящих проводах определяем по закону Ома

$$I_2 = \frac{U}{R_2};\ I_2 = \frac{120}{\frac{5}{6}} = 144\ А.$$

Токи во всех резисторах одинаковы и равны I'_2

$$I'_2 = \frac{I_2}{6};\ I'_2 = \frac{144}{6} = 24\ А.$$

Определим напряжение U_{CD}

$$U_{CD} = I'_2 R;\ U_{CD} = 24 \cdot 5 = 120\ В.$$

Мощность тока в цепочке равна

$$P_2 = I_2^{\,2} R_2;$$

$$P_2 = 144^2 \cdot \frac{5}{6} = 17280\ Вт.$$

Количество теплоты, выделившееся в сопротивлении CD за 1 минуту, равно

$$Q_2 = I_2'^{2} R\Delta t;$$

$$Q_2 = 24^2 \cdot 5 \cdot 60 = 172800\ Дж.$$

Первая цепочка (последовательное соединение)	
Найдено полное сопротивление	0,5 балла
Найден ток в подводящих проводах	0,5 балла
Найден ток в резисторе CD	0,5 балла
Найдена мощность тока в цепочке	0,5 балла
Найдено количество теплоты	0,5 балла
Вторая цепочка (параллельное соединение)	
Найдено полное сопротивление	0,5 балла
Найден ток в подводящих проводах	0,5 балла
Найден ток в резисторе CD	0,5 балла
Найдена мощность тока в цепочке	0,5 балла
Найдено количество теплоты	0,5 балла

8.Два термометра (3 балла)

Первый термометр имеет теплоемкость $C_1 = 2$ Дж/^{0}С и показывает температуру $t_1 = 20^0$С, второй термометр имеет теплоёмкость $C_2 = 4$ Дж/^{0}С и показывает температуру $t_2 = 50^0$С. Какую температуру будут показывать термометры, когда их приведут в соприкосновение? Считать, что система, состоящая из двух термометров, теплоизолирована.

ПРИМЕРНОЕ РЕШЕНИЕ:

Запишем уравнение теплового баланса для теплоизолированной системы, состоящей из двух термометров

$$c_1(t-t_1)+c_2(t-t_2)=0.$$

Здесь t – температура системы в состоянии теплового равновесия.

Из записанных соотношений выразим t

$$t=\frac{c_1t_1+c_2t_2}{c_1+c_2}.$$

После подстановки числовых значений получим

$$t=40^0C.$$

Правильно записано уравнение теплового баланса	1 балл
Найдено значение конечной температуры в общем виде	1 балл
Правильное значение (число) для конечной температуры	1 балл