Уральский федеральный университет имени первого Президента России Б.Н.Ельцина
Специализированный учебно-научный центр

ВСТУПИТЕЛЬНЫЙ ЭКЗАМЕН ПО ФИЗИКЕ
9 класс
Физико-математический профиль
21 мая 2017 года

ПАМЯТКА

Внимательно прочитайте перед началом работы!

Перед Вами вступительные задания по физике в класс с профильным уровнем изучения физики (6 часов физики в неделю в 9 классе и 7 часов в неделю в 10-11 классах).
Мы предлагаем Вам достаточно большое число задач. Начните с того, что внимательно прочитайте условие всех задач. Возможно, какие-то задачи Вам покажутся знакомыми, какие-то более интересными, в каких-то задачах Вы сможете сразу, интуитивно, дать ответ. Выберете такие задачи для себя. Начните выполнение работы с этих задач.
В первых двух задачах будут проверяться только ответы.
В задачах 3-7 проверяются решения. Вам важно и оформление, и аккуратное решение задачи. «Стоимость» каждой задачи указана рядом с её номером. Многие задачи начинаются с примеров. Это означает, что Вам надо, **внимательно** прочитав пример и разобравшись в его решении, решить предложенную задачу точно таким же способом. Возможно, эти задачи будут «нестандартными» для вас. Но в них нет ничего, что Вы не можете сделать. Вам нужно просто **внимательно** прочитать пример и условие и, не паникуя, понять, что надо сделать. Самый простой и самый главный совет – **думайте** прежде, чем написать ответ, либо отказаться от решения задачи.
Обратите внимание на то, что у задач может быть несколько вопросов. Правильным и полным считается только то решение, в котором содержатся ответы на все вопросы. Если в задаче есть несколько вопросов, на которые Вам надо дать ответы, то это означает, что Вам предлагается план решения задачи, который может послужить подсказкой для Вас.
Прежде чем написать ответ, еще раз внимательно прочитайте условие задачи – Вы могли найти не те величины, либо выразить их не в тех единицах измерения, либо решить вообще не ту задачу!
Черновики сдаются вместе с чистовиками**. НО проверяется только чистовик!** В черновик мы смотрим, если в чистовике есть прямое указание на то, что решение какой-то задачи находится в черновике.
Мы желаем вам успехов и верим в то, что у вас все получится.

Кафедра физики и астрономии СУНЦ УрФУ

1. Выразительная величина.

Требуется выразить неизвестную положительную величину **<u>ТОЛЬКО</u>** через известные положительные величины. Например:

Формула: $a^2+b^2=c^2$, известные величины a, c, требуется выразить b.

Ответ: $b=\sqrt{c^2-a^2}$

Все вычисления надо произвести в черновиках, а в чистовике есть специальная таблица, точно такая же, как та, которая находится ниже, в столбик «ответ» Вам нужно занести полученные ответы.

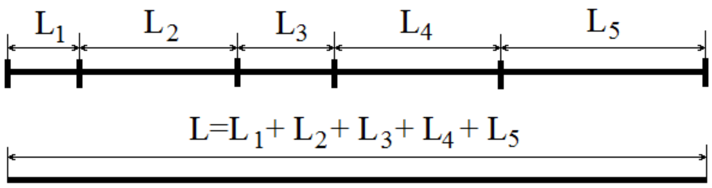
№	Формула или система формул	Известные величины	Неизвестная величина	Ответ
1	$E=\frac{mV^2}{2}$	E,m	V	$V=\sqrt{\frac{2E}{m}}$
2	$T=2\pi\sqrt{LC}$	T,C	L	$L=\frac{T^2}{4\pi^2C}$
3	$\frac{p^2}{2m}=mgh$	$p,h,g,$	m	$m=\sqrt{\frac{p^2}{2gh}}=\frac{p}{\sqrt{2gh}}$
4	$\begin{cases}V=at\\ S=\frac{at^2}{2}\end{cases}$	V,a	t,S Найти: S	$S=\frac{V^2}{2a}$
5	$\frac{mU^2}{2}=\frac{mV^2}{2}+mgh$	U,h,g	m,V Найти: V	$V=\sqrt{U^2-2gh}$
6	$\frac{kx^2}{2}+mgh=\frac{kA^2}{2}$	x,A,h,g,m	k	$k=\frac{2mgh}{A^2-x^2}$
7	$x=V(t-\tau)+\frac{g(t-\tau)^2}{2}$	x,V,t,g	τ	$\tau=t+\frac{V\pm\sqrt{V^2+2gx}}{g}$
8	$\begin{cases}T=2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}\\ F=k\cdot\Delta x\end{cases}$	T,m,F	$k,\Delta x$ Найти: Δx	$\Delta x=\frac{T^2F}{4\pi^2m}$
9	$\begin{cases}G\frac{mM}{R^2}=\frac{mV^2}{R}\\ T=\frac{2\pi R}{V}\end{cases}$	T,G,M	m,R,V Найти: R	$R=\sqrt[3]{\frac{GMT^2}{4\pi^2}}$
10	$\begin{cases}G\frac{mM}{R^2}=m\omega^2R\\ M=\rho V\\ V=\frac{4}{3}\pi R^3\end{cases}$	G,ρ	m,M,R,V,ω Найти: ω	$\omega=\sqrt{\frac{4}{3}\pi G\rho}$

Каждый правильный ответ – 1 балл. Максимальный балл за задачу – 10.

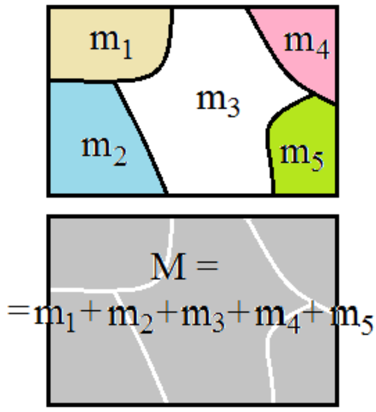
2. Определить из определения

Прочитайте и поймите определение:

Аддитивность— свойство физических величин, состоящее в том, что значение физической величины, соответствующее целому объекту, равно алгебраической сумме значений величин, соответствующих его частям.



Например: путь – аддитивная величина, так как весь путь это сумма путей его частей. $L_{весь} = L_1 + L_2 + L_3 + L_4 + L_5$ (см. рисунок).



Масса тела также является аддитивной величиной $M_{вся} = m_1 + m_2 + m_3 + m_4 + m_5$, так как масса тела равна сумме масс частей, из которых это тело состоит.

А вот скорость тела не аддитивная величина, так как скорость всего тела не равна сумме скоростей его частей.

Задание. Определите аддитивные или нет следующие физические величины:

№	Физическая величина	Является ли данная физическая величина аддитивной?	
		ДА	**НЕТ**
-	Масса тела	*Да*	
-	Скорость тела		*Нет*
1	Температура тела		***Нет***
2	Объем тела	***Да***	
3	Временной интервал	***Да***	
4	Плотность тела		***Нет***
5	Мощность тока проводника	***Да***	
6	Площадь поверхности	***Да***	
7	Теплоемкость тела		***Нет***
8	Электрический заряд тела	***Да***	
9	Число молекул	***Да***	
10	КПД сложного механизма		***Нет***

Все правильно - 10 баллов, каждая ошибка минус два балла.

3. Классическая АББА (4 балла)

Из пункта А в пункт Б выехала машина, одновременно с ней из пункта Б в пункт А выехал мотоцикл. Через некоторое время они встретились, но если бы мотоциклист выехал из города Б со скоростью в три раза быстрее первоначальной, то встретились бы они в два раза раньше. Во сколько раз первоначальная скорость мотоциклиста больше, чем скорость машины? Считайте, что скорости машины и мотоцикла всегда постоянны.

Решение: Пусть скорость машины V, а скорость мотоциклиста U.

Тогда первая ситуация: (V+U)t=S (1 балла)

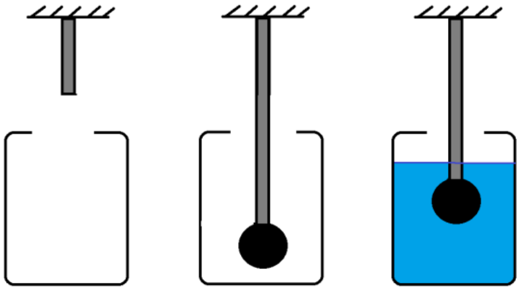
Вторая ситуация: (V+3U)t/2=S (2 балла)

Выразим S из первого уравнения и подставим во второе, сократив при этом еще и время, получим: 2(V+U)=(V+3U), а следовательно: U=V.

Ответ: первоначальная скорость мотоциклиста равна скорости машины. (1 балл)

4. Всё в N раз (10 баллов)

4.1.Часть первая (5 баллов)



Резиновый жгут закреплен над банкой. К резиновому жгуту прикрепляют тело, плотностью в N раз большей, чем плотность воды. Жгут удлинился, и тело оказалось в пустой банке. После добавления воды в банку, удлинение жгута уменьшилось в N раз.

- Определить N.

4.2.Часть вторая (5 баллов)

Определить теплоемкость тела с начальной температурой 0°C, если объем тела в N раз меньше налитой в банку воды. Конечная температура системы в N раз меньше начальной температуры воды выраженной в Цельсиях. Теплопотерями и теплоемкостями банки и жгута пренебречь. Теплоемкость воды равна $4200 \ \frac{Дж}{кг \cdot {}^0C}$.

Решение 4.1:

Запишем условия равновесия в пустой банке: $(N\rho)Vg - k\Delta x = 0$ (1 балл)

Равновесие после добавления воды: $(N\rho)Vg - k\frac{\Delta x}{N} - \rho Vg = 0$ (2 балла)

Выразим $k\Delta x$ из верхнего уравнения и подставим в нижнее:

$(N\rho)Vg - \frac{N\rho Vg}{N} - \rho Vg = 0$ => $(N-2)\rho Vg = 0$ => N=2 (2 балла)

Решение 4.2:

Запишем уравнение теплового баланса:

$C_X (N\rho)\frac{V}{N}\left(\frac{t}{N} - 0\right) + C_{воды}\rho V\left(\frac{t}{N} - t\right) = 0$ (3 балла)

$C_X = C_{воды}(N-1)$ (1 балл)

$C_X = 4200 \frac{Дж}{кг \cdot °C}$ (1 балл)

5. Метод «Виртуальных перемещений»(5 баллов)

Прочитайте решение примера и решите аналогично предложенную задачу.

Пример. Оцените максимально возможную высоту ледяного столба, находящегося при нулевой температуре на Земле.

Решение: Представим, что ледяной столб под действием силы тяжести опустился вниз на малое расстояние x. Тогда сила тяжести совершит работу $A = M_{столба} \cdot g \cdot x$. Если этой работы, которую совершила сила тяжести, будет хватать, чтобы растопить нижний ледяной слой толщиной x, то плавление льда будет происходить под собственным весом. Иначе: так как столб стал ниже, то его потенциальная энергия в поле силы тяжести уменьшилась на величину

$M_{столба} \cdot g \cdot x$, следовательно, эта энергия выделилась, если её хватит, чтобы в нижней части растопить объем высоты x, то лед в нижней части будет плавиться. Как только масса ледяного столба уменьшится до определенного значения, так чтобы работы силы тяжести не хватало, таяние столба прекратится, этот фактор и определит максимальную высоту столба.

$A_{тяю} < Q_{плав}$ => $M_{столба} \cdot g \cdot x < \lambda m_{слоя}$ => $\rho \cdot S \cdot H \cdot g \cdot x < \lambda \cdot \rho \cdot S \cdot x$ => $H < \frac{\lambda}{g} = \frac{330000}{10} = 33 км$

Задача. Оцените площадь поперечного сечения металлического цилиндра, чтобы школьник массой 50 кг, мог собственным весом полностью вдавить цилиндр в лед, находящийся при температуре 0°С. Удельная теплота плавления льда равна $\lambda = 3{,}3 \cdot 10^5 \ \frac{Дж}{кг}$.

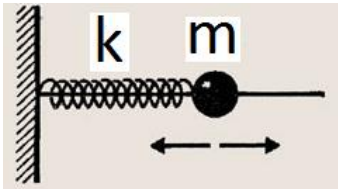
Решение:

Представим, что металлический цилиндр под действием веса школьника опустился вниз на малое расстояние x. Тогда вес школьника совершит работу $A = M_{школьника} \cdot g \cdot x$. Если этой работы, которую совершил вес школьника, будет хватать, чтобы растопить нижний ледяной слой толщиной x, то плавление льда будет происходить под весом школьника.

$A > Q_{плав}$ => $M_{школьника} \cdot g \cdot x > \lambda m_{слоя}$ => $M_{школьника} \cdot g \cdot x > \lambda \cdot \rho \cdot S \cdot x$ => $S < \frac{M_{школьника} \cdot g}{\lambda \rho} = \frac{50 \cdot 10}{330000 \cdot 900} = 1{,}68 \cdot 10^{-6} м^2 = 1{,}68 мм^2$

6. Метод размерностей (5 баллов)

Прочитайте внимательно решение примера и решите аналогично предложенную задачу



Пример. Определить с точностью до постоянной величины период горизонтальных колебаний пружинного маятника. Пружинный маятник – система, состоящая из пружины жесткостью k закрепленной с одной стороны, и тела массой m, закрепленного на пружине с другой. Возможно так же, что период колебаний пружинного маятника зависит от максимальной скорости $V_{\max}$ движения груза.

Решение: Будем решать задачу методом размерностей. Предположим, что период колебаний T можно записать следующим образом:

$$T = const \cdot k^{\alpha} \cdot m^{\beta} \cdot V_{\max}^{\gamma}.$$

Здесь *const* – безразмерная величина, её методом размерностей мы не определим. А степени α, β и γ мы сможем найти, анализируя размерности (единицы измерения) физических величин, входящих в формулы.

Выпишем размерности (единицы измерения) в системе СИ всех величин участвующих в формуле:

1)Так как период - это время одного полного колебания, он измеряется в секундах

$$[T] = c^1.$$

В квадратных скобках принято обозначать единицы измерения.
2)Масса измеряется в килограммах, поэтому:

$$[m] = кг^1.$$

3)Размерность жесткости (коэффициента упругости) найдем по формуле $k = \frac{F}{x}$.
Сила измеряется в Ньютонах, а Ньютон это

$$[F] = H = кг^1 \cdot м^1 \cdot c^{-2}.$$

А удлинение пружины (длина отрезка, который показывает, на сколько увеличилась или уменьшилась длина пружины) измеряется в метрах, то есть $[x] = м^1$. Следовательно,

$$[k] = \frac{[F]}{[x]} = \frac{кг^1 \cdot м^1 \cdot c^{-2}}{м^1} = кг^1 \cdot c^{-2}.$$

4) Размерность скорости $[V_{\max}] = \frac{м}{c} = м^1 \cdot c^{-1}$

5) Составим уравнение: $T = const \cdot k^{\alpha} \cdot m^{\beta} \cdot V_{\max}^{\gamma}$,
подставим в него размерности:

$$c^1 = \left(кг^1 \cdot c^{-2}\right)^{\alpha} \left(кг^1\right)^{\beta} \left(м^1 \cdot c^{-1}\right)^{\gamma}$$

раскроем скобки:

$$c^1 = \left(кг^{\alpha} \cdot c^{-2\alpha}\right)\left(кг^{\beta}\right)\left(м^{\gamma} \cdot c^{-\gamma}\right),$$

упростим, получим:

$$c^1 = кг^{\alpha+\beta} \cdot м^{\gamma} \cdot c^{-2\alpha-\gamma}.$$

Теперь делаем следующее:
- в левой части секунда (с) имеет степень 1, а в правой части степень секунды равна $-2\alpha - \gamma$, степени у секунды слева и справа должны быть одинаковы;
- килограмма (кг) в левой части вообще нет, то есть степень, в которой кг находится в левой части, равна 0, а степень кг справа равна $\alpha + \beta$;
- метров слева нет, степень «левых метров» равна 0, степень «метров справа» равна γ.

Действуя таким образом, получаем систему:

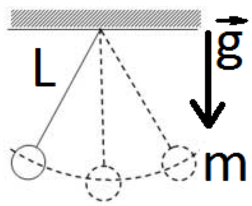
$\begin{cases} 1 = -2\alpha - \gamma \\ 0 = \alpha + \beta \\ 0 = \gamma \end{cases}$ Решая систему, получаем степени $\begin{cases} \alpha = -0.5 \\ \beta = +0.5 \\ \gamma = 0 \end{cases}$

Таким образом, получаем, что период равен

$$T = const\cdot m^{\frac{1}{2}}k^{-\frac{1}{2}} = const\cdot\sqrt{\frac{m}{k}}\,.$$

Заметим, что от максимальной скорости период колебаний пружинного маятника не зависит, а *const* методом размерностей не определяется, её можно найти записав уравнения движения груза, она равна 2π.

Задача



Условие: Определить с точностью до константы период колебаний математического маятника. Математическим маятником называется механическая система, состоящая из невесомой и нерастяжимой нитки длиной L, закрепленной с одной стороны и малого тела массы m, закрепленного с другой стороны нитки. Система совершает колебания, под действием силы тяжести с ускорением свободного падения g.

Решение:

Предположим, что период колебаний T можно записать следующим образом:

$$T = const\cdot L^{\alpha}\cdot m^{\beta}\cdot g^{\gamma}\,.$$

Выпишем размерности (единицы измерения) в системе СИ всех величин участвующих в формуле:

1) Так как период - это время одного полного колебания, он измеряется в секундах
$$[T] = c^1.$$
2) Масса измеряется в килограммах, поэтому:
$$[m] = кг^1.$$
3) Размерность ускорения свободного падения g найдем по формуле $g = \frac{F}{m}$.

   Сила измеряется в Ньютонах, а Ньютон это
$$[F] = H = кг^1\cdot м^1\cdot c^{-2}.$$

Следовательно,

$$[g] = \frac{[F]}{[m]} = \frac{кг^1\cdot м^1\cdot c^{-2}}{кг^1} = м^1\cdot c^{-2}$$ **(1 балл).**

4) Составим уравнение: $T = const\cdot L^{\alpha}\cdot m^{\beta}\cdot g^{\gamma}$,

подставим в него размерности:

$$c^1 = \left(м^1\right)^{\alpha}\left(кг^1\right)^{\beta}\left(м^1\cdot c^{-2}\right)^{\gamma}$$

раскроем скобки:

$$c^1 = \left(м^{\alpha}\right)\left(кг^{\beta}\right)\left(м^{\gamma}\cdot c^{-2\gamma}\right),$$

упростим, получим:

$$c^1 = кг^{\beta}\cdot м^{\alpha+\gamma}\cdot c^{-2\gamma}.$$ **(2 балла)**

Теперь делаем следующее:

Получаем систему: $\begin{cases} 1 = -2\gamma \\ 0 = \alpha + \gamma \\ 0 = \beta \end{cases}$ **(0,5 балла)**

Решая систему, получаем степени $\begin{cases} \alpha = +0.5 \\ \beta = 0 \\ \gamma = -0,5 \end{cases}$ **(0,5 балла)**

Таким образом, получаем, что период равен

$$T = const \cdot \sqrt{\frac{L}{g}}.$$ **(1 балл)**

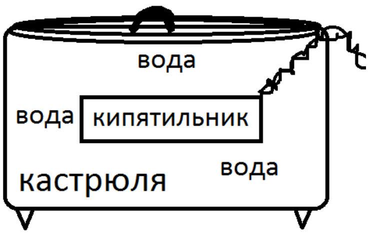
Заметим, что от массы период колебаний математического маятника не зависит, а *const* методом размерностей не определяется, её можно найти записав уравнения движения груза, она равна 2π.

7. Ох, уж эти теплопотери (6 баллов)

Энергия Q, теряемая твердым телом за малое время Δt на границе воздуха с твердым телом, пропорциональна разности температур твердого тела T_m и окружающего воздуха $(T_{т.} - T_{окр})$, а также площади соприкосновения твердого тела и воздуха S:

$$Q = -\alpha \cdot S \cdot (T_{т.} - T_{окр}) \cdot \Delta t,$$

где α - постоянный коэффициент пропорциональности, независящий ни от площади, ни от температуры. Для гладких твердых стенок, граничащих с воздухом, этот коэффициент равен $\alpha = 6\dfrac{Вт}{м^2 \cdot °C}$



Задача. В тонкую алюминиевую цилиндрическую кастрюлю, налили доверху воду комнатной температуры, в центр кастрюли поместили кипятильник мощностью 40 Вт и закрыли плоской алюминиевой крышкой. С помощью графика зависимости температуры воды в кастрюле от времени ответьте на следующие вопросы:

1) Чему равна температура в комнате? **Ответ:** температура в комнате равна 2^0С **(0,5 баллов)**
2) В какой момент времени можно пренебречь теплопотерями? **Ответ**: так как теплопотери происходят только тогда, когда есть разница температур, следовательно, в начальный момент времени можно пренебречь теплопотерями. **(0,5 баллов)**
3) Когда температура воды в кастрюле станет постоянной? Ответ: с 12 минуты. **(0,5 баллов)**
4) Найдите на графике участок параллельный оси времени. Тот факт, что график параллелен оси времени означает, что температура системы перестает меняться. Объясните почему – ведь в кастрюле по-прежнему лежит работающий кипятильник, который ежесекундно сообщает воде 40

Дж тепла, а температура не меняется. Почему так происходит? **Ответ:** Температура перестает меняться, когда количество сообщенного тепла равно количеству потерянного тепла за тоже время. **(1,5 балла)**

5) Сколько энергии за одну секунду теряет система кастрюля-вода через 14 минут после включения?
Ответ: через 14 минут температура не меняется, а, следовательно, система теряет ежесекундно ровно столько, сколько получает от кипятильника, а именно 40 Дж за секунду **(1 балл)**

6) Чему равна площадь поверхности кастрюли?
Ответ: после 12 минут нагрева, температура перестает изменяться, следовательно, мощность теплопотерь равна мощности кипятильника: $\alpha \cdot S \cdot (T_{т.} - T_{окр}) = P_{кипятильника}$. Отсюда находим площадь поверхности кастрюли $S = \dfrac{P_{кипятильника}}{\alpha \cdot (T_{т.} - T_{окр})} = \dfrac{40}{6 \cdot (30-2)} = 0{,}238\, м^2$ **(1 балл)**

7) Сколько энергии за одну секунду теряет система кастрюля-вода через 1 минуту после включения?
Ответ: $Q = \alpha \cdot S \cdot (T_{т.} - T_{окр}) \cdot \Delta t = 6 \cdot 0{,}238 \cdot (8-2) \cdot 1 = 8{,}57\, Дж$ **(1 балл)**