Персональные данные абитуриента вносятся **только** в шифровальный лист!

B	C	Сумма	Балл (из 10)	Подпись

ШИФР. Заполняет сотрудник ОКО

Вступительный тест по математике
для поступающих в 9 гуманитарный класс
СУНЦ УрФУ
29 мая 2016 года
Вариант 1

Часть B

К каждому заданию приведите только ответ.

B1. Расположите числа в порядке возрастания: $\sqrt{15}; 3; \sqrt{16,5}; 4; \sqrt{19}$.

Решение: Представим числа в одинаковом виде: $\sqrt{15}; 3 = \sqrt{9}; \sqrt{16,5}; 4 = \sqrt{16}; \sqrt{19}$. Чем больше подкоренное выражение, тем больше сам корень. Значит, числа должны быть расположены так : $3; \sqrt{15}; 4; \sqrt{16,5}; \sqrt{19}$.

Ответ: $\underline{3; \sqrt{15}; 4; \sqrt{16,5}; \sqrt{19}}$.

B2. Вычислите: $\sqrt{1\frac{11}{25}} + \sqrt{0,04} - \sqrt{12^2+5^2}$.

Решение: $\sqrt{1\frac{11}{25}} + \sqrt{0,04} - \sqrt{12^2+5^2} = \sqrt{\frac{36}{25}} + \sqrt{0,04} - \sqrt{169} = \frac{6}{5} + 0,2 - 13 = 1,2 + 0,2 - 13 = -11,6$.

Ответ: $\underline{-11,6}$.

B3. В треугольнике ABC известно, что $AB = 17$, $BC = 25$, высота $BD = 15$. Найдите площадь треугольника ABC.

Решение: По условию, BD – высота. Значит, треугольники ABD и DBC – прямоугольные. По теореме Пифагора $AD = \sqrt{AB^2 - BD^2} = \sqrt{17^2 - 15^2} = 8$, $CD = \sqrt{BC^2 - BD^2} = \sqrt{25^2 - 15^2} = 20$. Тогда $AC = 8 + 20 = 28$. Найдем площадь треугольника ABC: $S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2}AC \cdot BD = \frac{1}{2} \cdot 28 \cdot 15 = 210$.

Ответ $\underline{210}$.

B4. Упростите: $(3ab^3)^2 \cdot (-2a^2b)^3$.

Решение: Воспользуемся свойствами степени. Получим: $(3ab^3)^2 \cdot (-2a^2b)^3 = 9a^2b^6 \cdot (-8a^6b^3) = -72a^8b^9$

Ответ: $\underline{-72a^8b^9}$

B5. Для функции $y = -2x^2 - 4x + 3$ укажите координаты вершины параболы и точки пересечения ее с осью ординат.

Решение: Вершина параболы имеет координаты $x_0 = \frac{4}{2\cdot(-2)} = -1$, $y_0 = -2 \cdot (-1)^2 - 4 \cdot (-1) + 3 = 5$. Точка пересечения с осью ординат – $(0; 3)$

Ответ: $\underline{(-1; 5) \text{и} (0; 3)}$

B6. Решите неравенство: $-3x^2 + 4x - 1 < 0$.

Решение: Корнями уравнения $-3x^2 + 4x - 1 = 0$ являются $x_1 = 1, x_2 = \frac{1}{3}$. Тогда $-3x^2 + 4x - 1 = -3(x-1)(x-\frac{1}{3}) < 0$. Следовательно, $x < \frac{1}{3}$, $x > 1$.

Ответ: $\underline{x \in (-\infty; \frac{1}{3}) \cup (1; +\infty)}$.

B7. В треугольнике ABC и треугольнике XYZ известно, что $\angle A = \angle X$, $\angle C = \angle Z$, $\frac{AB}{XY} = \frac{2}{3}$ и $AC = 10$. Найдите XZ.

Решение: Два угла треугольника ABC равны двум углам треугольника XYZ. Значит, эти треугольники подобны. Тогда $\frac{AC}{XZ} = \frac{AB}{XY} = \frac{2}{3}$. Получаем, что $XZ = \frac{AC\cdot 3}{2} = \frac{10\cdot 3}{2} = 15$.

Ответ: $\underline{15}$.

B8. Сократите дробь: $\frac{3a^2+2a-1}{1-a^2}$.

Решение: $\frac{3a^2+2a-1}{1-a^2} = \frac{3(a+1)(a-\frac{1}{3})}{(1-a)(1+a)} = \frac{3a-1}{1-a}$.

Ответ: $\underline{\frac{3a-1}{1-a}, a \neq -1}$.

B9. Вкладчик положил в банк на два года 10000 рублей из расчета 3% годовых. Сколько будет денег на счете через два года?

Решение:Через год на счете будет $10000 \cdot 1,03 = 10300$. Через два года на счете будет $10300 \cdot 1,03 = 10609$.

Ответ: 10609.

B10. В треугольнике ABC проведена биссектриса BK. Прямая $MK||BC$ и пересекает сторону AB в точке M, $\angle BMK = 124°$. найдите $\angle MKB$.

Решение: Рассмотрим параллельные прямые MK и BC, секущую AB. Тогда $\angle BMK + \angle MBC = 180°$. Значит, $\angle MBC = 180° - 124° = 56°$.

По условию, BK – биссектриса. Следовательно, $\angle MBK = \angle KBC = 56°/2 = 28°$.

Рассмотрим параллельные прямые MK и BC, секущую KB. Тогда $\angle MKB = \angle KBC = 28°$.

Ответ: 28°.

Часть C

К заданиям приведите полное решение.

C1. Решите систему неравенств: $\begin{cases} \frac{5+x}{4} + \frac{1-2x}{6} \geq 1, \\ 3x - 4 > x. \end{cases}$

Решение: $\begin{cases} \frac{5+x}{4} + \frac{1-2x}{6} \geq 1, \\ 3x - 4 > x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{3(5+x)}{12} + \frac{2(1-2x)}{12} \geq 1, \\ 3x - x > 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 15 + 3x + 2 - 4x \geq 12, \\ 2x > 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 5, \\ x > 2. \end{cases}$ Значит, $x \in (2; 5]$.

Ответ: $x \in (2; 5]$.

C2. Катер прошел 5 км по течению реки и 8 км по озеру, затратив на весь путь 1 час. Известно, что скорость течения реки равна 3 км/ч. Найдите скорость катера по течению.

Решение: Пусть x км/ч – собственная скорость катера. Тогда, скорость катера по течению реки равна $x+3$ км/ч и время движения по течению реки равно $\frac{5}{x+3}$. Время движения по озеру равно $\frac{8}{x}$. Получаем уравнение: $\frac{5}{x+3} + \frac{8}{x} = 1$. Приводим к общему знаменателю: $x^2 - 10x - 24 = 0$. Получаем, что скорость катера равна 12 км/ч. Тогда, скорость катера по течению равна 15 км/ч.

Ответ: 15км/ч.

C3. В параллелограмме $ABCD$ известно, что $\angle ABC = 120°$, AM – биссектриса угла BAD (M лежит на BC), причем $BM = 6$, $MC = 8$. Найдите площадь параллелограмма $ABCD$.

Решение: Заметим, что $BC = BM + MC = 14$. В параллелограмме $ABCD$ известно, что $\angle ABC = 120°$, значит $\angle BAD = 60°$.

AM – биссектриса угла BAD. Тогда $\angle BAM = \angle MAD$.

Рассмотрим параллельные прямые AD и BC, секущую AM. Тогда $\angle BMA = \angle MAD = \angle BAM$. Это означает, что треугольник ABM – равнобедренный и $AB = BM = 6$.

Проведем в параллелограмме высоту BH ($BH \perp AD$). Рассмотрим прямоугольный треугольник ABH. В нем гипотенуза $AB = 6$, $\angle A = 60°$. Тогда $\angle B = 30°$, $AH = AB/2 = 3$ и $BH = \sqrt{AB^2 - AH^2} = \sqrt{6^2 - 3^2} = \sqrt{27} = 3\sqrt{3}$.

$S_{ABCD} = BH \cdot AD = 3\sqrt{3} \cdot 14 = 42\sqrt{3}$.

Ответ: $42\sqrt{3}$.

Персональные данные абитуриента вносятся **только** в шифровальный лист!

В	С	Сумма	Балл (из 10)	Подпись

ШИФР. Заполняет сотрудник ОКО

Вступительный тест по математике
для поступающих в 9 гуманитарный класс
СУНЦ УрФУ
29 мая 2016 года
Вариант 2

Часть B

К каждому заданию приведите только ответ.

B1. Расположите числа в порядке возрастания: $\frac{1}{4}; \sqrt{0,1}; 0,2; \sqrt{\frac{1}{11}}$.

Решение: Представим числа в одинаковом виде: $\frac{1}{4} = \sqrt{\frac{1}{16}}; \sqrt{\frac{1}{10}}; 0,2 = \sqrt{\frac{4}{100}} = \sqrt{\frac{1}{25}}; \sqrt{\frac{1}{11}}$. Чем больше подкоренное выражение, тем больше сам корень. Значит, числа должны быть расположены так : $0,2; \frac{1}{4}; \sqrt{\frac{1}{11}}; \sqrt{0,1}$.

Ответ: $\underline{0,2; \frac{1}{4}; \sqrt{\frac{1}{11}}; \sqrt{0,1}}$.

B2. Вычислите: $\sqrt{1\frac{24}{25}} - \sqrt{0,09} - \sqrt{8^2+15^2}$.

Решение: $\sqrt{1\frac{24}{25}} - \sqrt{0,09} - \sqrt{8^2+15^2} = \sqrt{\frac{49}{25}} - \sqrt{0,09} - \sqrt{289} = \frac{7}{5} - 0,3 - 17 = 1,4 - 0,3 - 17 = -15,9$.

Ответ: $\underline{-15,9}$.

B3. В треугольнике ABC известно, что $AB = 13$, $BC = 20$, высота $BD = 12$. Найдите площадь треугольника ABC.

Решение: По условию, BD – высота. Значит, треугольники ABD и DBC – прямоугольные. По теореме Пифагора $AD = \sqrt{AB^2 - BD^2} = \sqrt{13^2 - 12^2} = 5$, $CD = \sqrt{BC^2 - BD^2} = \sqrt{20^2 - 12^2} = 16$. Тогда $AC = 5 + 16 = 21$. Найдем площадь треугольника ABC: $S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2}AC \cdot BD = \frac{1}{2} \cdot 21 \cdot 12 = 126$.

Ответ $\underline{126}$.

B4. Упростите: $(-3ab)^3 \cdot (2a^3b)^2$.

Решение: Воспользуемся свойствами степени. Получим: $(-3ab)^3 \cdot (2a^3b)^2 = -27a^3b^3 \cdot 4a^6b^2 = -108a^9b^5$

Ответ: $\underline{-108a^9b^5}$.

B5. Для функции $y = -3x^2 - 6x + 2$ укажите координаты вершины параболы и точки пересечения ее с осью ординат.

Решение: Вершина параболы имеет координаты $x_0 = \frac{6}{2\cdot(-3)} = -1$, $y_0 = -3 \cdot (-1)^2 - 6 \cdot (-1) + 2 = 5$. Точка пересечения с осью ординат – $(0; 2)$

Ответ: $\underline{(-1;5) \text{и} (0;2)}$

B6. Решите неравенство: $-2x^2 + 5x - 3 < 0$.
Корнями уравнения $-2x^2 + 5x - 3 = 0$ являются $x_1 = 1, x_2 = \frac{3}{2}$. Тогда $-2x^2 + 5x - 3 = -2(x-1)(x-\frac{3}{2}) < 0$. Следовательно, $x < 1$, $x > \frac{3}{2}$.

Ответ: $\underline{x \in (-\infty; 1) \cup (\frac{3}{2}; +\infty)}$.

B7. В треугольнике ABC и треугольнике KLM известно, что $\angle A = \angle K$, $\angle C = \angle M$, $\frac{AB}{KL} = \frac{3}{4}$ и $AC = 12$. Найдите KM.

Решение: Два угла треугольника ABC равны двум углам треугольника KLM. Значит, эти треугольники подобны. Тогда $\frac{AC}{KM} = \frac{AB}{KL} = \frac{3}{4}$. Получаем, что $KM = \frac{AC\cdot 4}{3} = \frac{12\cdot 4}{3} = 16$.

Ответ: $\underline{16}$.

B8. Сократите дробь: $\dfrac{3b^2+2b-5}{1-b^2}$.

$\dfrac{3b^2+2b-5}{1-b^2} = \dfrac{3(b-1)(b+\frac{5}{3})}{(1-b)(1+b)} = -\dfrac{3b+5}{b+1}$.

Ответ: $\underline{-\frac{3b+5}{b+1}, b \neq -1}$.

B9. Вкладчик положил в банк на два года 10000 рублей из расчета 2% годовых. Сколько будет денег на счете через два года?

Решение: Через год на счете будет $10000 \cdot 1,02 = 10200$. Через два года на счете будет $10200 \cdot 1,02 = 10404$.

Ответ: $\underline{10404}$.

B10. В равнобедренном треугольнике ABC ($AB = BC$) проведена биссектриса CP. Прямая $PK || BC$ и пересекает сторону AC в точке K, $\angle ABC = 24°$. Найдите $\angle KPC$.

Решение: В равнобедренном треугольнике ABC ($AB = BC$) угол $ABC = 24°$. Значит $BCA = \frac{180°-24°}{2} = 78°$.

По условию, CP – биссектриса. Следовательно, $\angle PCB = \angle PCA = 78°/2 = 39°$.

Рассмотрим параллельные прямые PK и BC, секущую PC. Тогда $\angle KPC = \angle PCB = 39°$.

Ответ: $\underline{39°}$.

Часть C

К заданиям приведите полное решение.

C1. Решите систему неравенств: $\begin{cases} \frac{3+2x}{3} - \frac{5x-1}{6} < 2, \\ 2x - 4 \leq x. \end{cases}$

Решение: $\begin{cases} \frac{3+2x}{3} - \frac{5x-1}{6} < 2, \\ 2x-4 \leq x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{2(3+2x)}{6} - \frac{5x-1}{6} < 2, \\ 2x - x \leq 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 6+4x-5x+1 < 12, \\ x \leq 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > -5, \\ x \leq 4. \end{cases}$ Значит, $x \in (-5; 4]$.

Ответ: $\underline{x \in (-5; 4]}$.

C2. Катер прошел 7 км по течению реки и 10 км против течения, затратив на путь по течению на 30 минут меньше, чем на путь против течения. Найдите скорость катера против течения, если скорость течения реки 2 км/ч.

Решение: Пусть x км/ч – собственная скорость катера. Тогда, скорость катера по течению реки равна $x+2$ км/ч и время движения по течению реки равно $\frac{7}{x+2}$. Скорость катера против течения реки равна $x-2$ км/ч и время движения против течения равно $\frac{10}{x-2}$. Получаем уравнение: $\frac{10}{x-2} - \frac{7}{x+2} = \frac{1}{2}$. Приводим к общему знаменателю: $x^2 - 6x - 72 = 0$. Получаем, что скорость катера равна 12 км/ч. Тогда, скорость катера против течения равна 10 км/ч.

Ответ: $\underline{10\text{км/ч}}$.

C3. В параллелограмме $ABCD$ известно, что $\angle ADC = 150°$, CK – биссектриса угла BCD (K лежит на AD), причем $DK = 4$, $AK = 6$. Найдите площадь параллелограмма $ABCD$.

Решение: Заметим, что $AD = DK + AK = 10$. В параллелограмме $ABCD$ известно, что $\angle AD$C $= 150°$, значит $\angle BCD = 30°$.

CK – биссектриса угла BCD. Тогда $\angle BCK = \angle KCD$.

Рассмотрим параллельные прямые AD и BC, секущую CK. Тогда $\angle CKD = \angle BCK = \angle KCD$. Это означает, что треугольник CKD – равнобедренный и $CD = KD = 4$.

Проведем в параллелограмме высоту DH ($DH \perp BC$). Рассмотрим прямоугольный треугольник DHC. В нем гипотенуза $DC = 4$, $\angle C = 30°$. Тогда $DH = 1/2CD = 2$.

$S_{ABCD} = DH \cdot BC = 2 \cdot 10 = 20$.

Ответ: $\underline{20}$.