

РАЗБОР ЗАДАНИЙ

1. Просто математика

Из приведённых ниже формул выразите величину R , через другие величины, присутствующие в формуле:

► 1.1. $Q = \frac{U^2}{R} \cdot t$; 1.2. $\frac{1}{R_1} = \frac{1}{R} + \frac{1}{R_2}$; 1.3. $Z = \sqrt{\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2 + R^2}$.

РЕШЕНИЕ:

1.1. $R = \frac{U^2}{Q} \cdot t$;

1.2. Выразим $\frac{1}{R}$ и приведём к общему знаменателю

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} = \frac{R_2 - R_1}{R_1 R_2}.$$

Теперь «перевернём» дробь и получим искомое сопротивление

$$R = \frac{R_1 R_2}{R_2 - R_1};$$

1.3. Сначала возведём левую и правую части выражения в квадрат

$$Z^2 = \left(\omega C - \frac{1}{\omega L}\right)^2 + R^2.$$

Перенесём «скобку» в левую часть, извлечём квадратный корень, получим

$$R = \sqrt{Z^2 - \left(\omega C - \frac{1}{\omega L}\right)^2}.$$

Правильно сделан пункт 1.1	1 балл
Правильно сделан пункт 1.2	2 балла
Правильно сделан пункт 1.1	2 балла

2. Сопротивление меди

Опыт показывает, что при не очень высоких и не очень низких температурах зависимость удельного сопротивления металла от температуры выражается формулой

$$\rho(t) = \rho_0(1 + \alpha \cdot t).$$

Здесь величина $\alpha = \frac{1}{273} \approx 0,0036$ ($град^{-1}$), t – температура в градусах по шкале

Цельсия. Удельное сопротивление меди при $20^{\circ}C$ равно $\rho_{20} = 0,0175 \frac{Ом \cdot мм^2}{м}$.

► Выразить ρ_{20} в единицах системы СИ.

► Определить удельное сопротивление меди при $0^{\circ}C$.

► Определить температуру, при которой сопротивление меди должно стать равным нулю в соответствии с данной формулой.

РЕШЕНИЕ:

Выразим ρ_{20} в единицах системы СИ. Для этого вспомним, что 1 мм равен 10^{-3} м, поэтому

$$\rho_{20} = 0,0175 \frac{Ом \cdot мм^2}{м} = 1,75 \cdot 10^{-2} \cdot (10^{-3})^2 \frac{Ом \cdot м^2}{м} = 1,75 \cdot 10^{-8} Ом \cdot м.$$

Определим удельное сопротивление меди при $0^{\circ}C$

$$\rho_0 = \frac{\rho_{20}}{1 + \alpha t}; \quad \rho_0 = 1,63 \cdot 10^{-8} Ом \cdot м.$$

Определим температуру, при которой сопротивление меди станет равным нулю в соответствии с данной в условии формулой

$$0 = \rho_0(1 + \alpha \cdot t_0) \Rightarrow t_0 = -\frac{1}{\alpha}; \quad t_0 = -273^{\circ}C.$$

Единицы измерения ρ_{20} правильно переведены в систему СИ	1 балл
Определено удельное сопротивление при $0^{\circ}C$	2 балла
Найдена температура, при которой сопротивление меди равно нулю	2 балла

3.Бочка с камнем

Масса заполненной до краёв бочки с водой равна $M = 250$ кг. После того, как в бочку уронили камень массой $m = 20$ кг, масса бочки стала равна $M' = 265$ кг.

► Найти плотность камня.

РЕШЕНИЕ:

Суммарная масса бочки с водой и камня должны быть равны $M + m = 270$ кг, но масса бочки после попадания туда камня стала равна $M' = 265$ кг, что меньше. Следовательно, часть воды вылилась из бочки. Масса вылившейся воды равна $\Delta m = 5$ кг. Этому соответствует объём 5 литров (один литр воды имеет массу 1 кг), в кубических метрах – это $0,005$ м³. Тот же результат можно получить, используя связь между массой, плотностью и объёмом

$$\Delta V = \frac{\Delta m}{\rho_{\text{воды}}}; \quad \Delta V = 0,005 \text{ м}^3.$$

Объём камня равен объёму вылившейся воды, поэтому его плотность равна

$$\rho_{\text{камень}} = \frac{m}{\Delta V}; \rho_{\text{камень}} = 4000 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}.$$

Каким-то образом выяснено, что часть воды вылилась, найдена её масса, объём	3 балла
Найдена в общем виде плотность камня	1 балл
Правильно найдено численное значение плотности камня	1 балл

4. Частицы

Первая частица половину расстояния S пролетела со скоростью $V_1 = 80 \frac{\text{м}}{\text{с}}$, вторую половину – со скоростью $V_2 = 120 \frac{\text{м}}{\text{с}}$. Вторая частица пролетела все расстояние с постоянной скоростью $U = 100 \frac{\text{м}}{\text{с}}$ быстрее на $t = 6,5 \text{ с}$, чем первая. ► Найти расстояние S .

РЕШЕНИЕ:

Используя условие задачи, можно записать равенство

$$\frac{S}{2V_1} + \frac{S}{2V_2} - \frac{S}{U} = t.$$

Из записанного соотношения определяем S

$$S = \frac{2V_1V_2Ut}{V_2U + V_1U - 2V_1V_2}; S = 15600 \text{ м}.$$

Определено либо по отдельности время движения первой частицы, второй частицы, их различие, либо сразу записано выражение, написанное в разборе первым	3 балла
Произведены математические преобразования, приводящие к правильному ответу в общем виде	1 балл
Правильно посчитано численное значение расстояния	1 балл
В том случае, если нет решения в общем виде, за численное решение ставится полный балл (2 балла), если получен правильный ответ	до 2 баллов

5. Нагревание льда

В калориметр поместили кусок льда с температурой -15°C и включили нагреватель. Для того, чтобы температура в калориметре увеличилась на 10°C потребовалось 5 минут.

► Через сколько времени температура в калориметре увеличится ещё на 10°C ?

РЕШЕНИЕ:

Для нагревания куска льда от -15°C до -5°C потребуется количество теплоты $Q_1 = c_l \cdot m \cdot \Delta t = N \cdot T_1$.

Здесь N – мощность нагревателя, m – масса куска льда.

При дальнейшем нагревании лёд сначала нужно нагреть на $\frac{\Delta t}{2} = 5^{\circ}C$ до $0^{\circ}C$,

затем расплавить его при $0^{\circ}C$, затем полученную воду нагреть ещё на $\frac{\Delta t}{2} = 5^{\circ}C$

, таким образом необходимое количество теплоты записывается так:

$$Q_2 = c_n \cdot m \cdot \frac{\Delta t}{2} + mL + c_v \cdot m \cdot \frac{\Delta t}{2} = N \cdot T_2.$$

Найдя из первого соотношения мощность нагревателя (или массу куска, или отношение мощности к массе) и подставив во второе, получим соотношение между временами нагревания

$$t_2 = t_1 \cdot \left(\frac{1}{2} + \frac{L}{c_n \cdot \Delta t} + \frac{c_v}{2c_n} \right); \quad t_2 = 88,5 \text{ мин.}$$

Ребёнок определил самое главное в задаче: нагревается лёд, лёд плавится, греется вода, причем он может об этом явно не писать, а это понятно из уравнений, которые он пишет	2 балла
Записаны количества теплоты для обоих участков	1 балл
Произведены математические преобразования (можно в общем виде, можно в числах), ведущие в нужном направлении, из которых понятно, что используется факт одинаковой мощности нагревателя	1 балл
Получен правильный ответ	1 балл

6. Тающий снег

В сосуд, в нижнее дно которого вмонтирован нагреватель мощности N , насыпают снег. Нагреватель включают, снег тает, образующаяся вода стекает в

цилиндрический стакан. Площадь поперечного сечения стакана $S = 50 \text{ см}^2$.

График зависимости высоты уровня воды в стакане от времени приведён на рисунке.

► Определить высоту стакана.

► Мощность нагревателя.

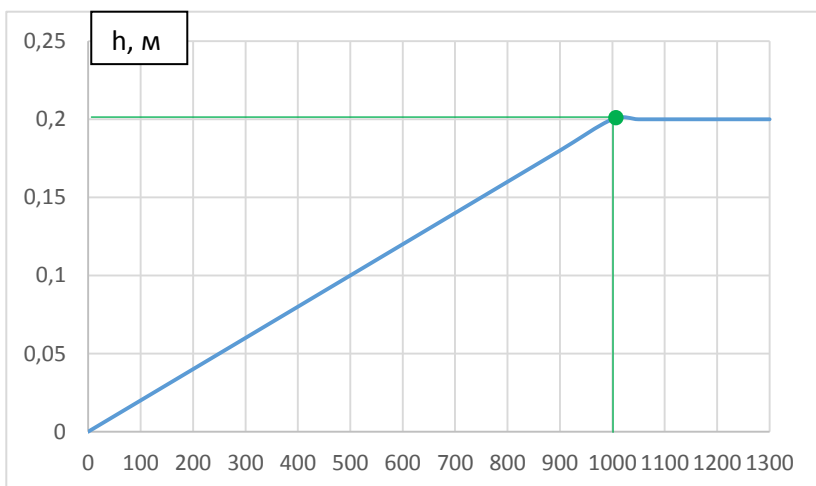
Указание: считайте, что снег состоит из множества

кусочков льда.

РЕШЕНИЕ:

Из графика сразу найдём высоту стакана – она равна 0,2 метра или 20 см.

Сначала решим задачу, а потом поймем, как можно использовать график, данный в условии задачи.



t, с

Пусть мощность нагревателя N , тогда за время Δt он выделит количество теплоты $N \cdot \Delta t$, которое расплавит массу снега Δm , которую можно определить из соотношения

$$N \cdot \Delta t = L \cdot \Delta m,$$

где L – удельная теплота плавления льда.

По условию задачи вода стекает в стакан, поэтому за время Δt в стакан попадёт объём воды $\Delta V = S \cdot \Delta h$, где Δh - изменение уровня воды в стакане.

Из записанных соотношений, находим Δh

$$\Delta h = \frac{N}{LS\rho_с} \cdot \Delta t.$$

Это означает, что зависимость $h(t)$ линейная, записывается следующим образом

$$h(t) = \frac{N}{LS\rho_с} \cdot t.$$

Эту зависимость можно представить в виде $h(t) = k \cdot t$, где $k = \frac{N}{LS\rho_с}$. Из

наклонного участка графика найдём k (выбрав две «хорошие» точки на графике)

$$k = \frac{0,2 - 0}{1000 - 0} = 2 \cdot 10^{-4} \frac{м}{с}.$$

Зная k , найдём N

$$N = k \cdot L \cdot S \cdot \rho_с; N = 340 \text{ Вт}.$$

Найдена высота стакана	1 балл
Найдена масса растопленной за какое-то время воды	1 балл
Записана зависимость $h(t)$ уровня воды в стакане	1 балл
Угол наклона связан с мощностью нагревателя	1 балл
Получено правильное значение мощности	1 балл

7. Плавающая свеча

Наблюдая за сгоранием свечки, Вася заметил, что длина свечки за 100 секунд наблюдения уменьшилась на 3 мм. При этом вещество свечки полностью сгорало, не стекая вниз. Вася поместил свечку в широкий сосуд с водой и поджег фитиль, поддерживая её в вертикальном положении, чтобы она не опрокидывалась. Плотность материала свечи $\rho_{св} = 900 \frac{кг}{м^3}$. С какой скоростью

и в каком направлении будет двигаться свечка относительно сосуда?

РЕШЕНИЕ:

Рассмотрим случай очень широкого сосуда, тогда изменением уровня воды в сосуде можно пренебречь.

Определим скорость сгорания свечи $U = \frac{3 \text{ мм}}{100 \text{ с}} = 3 \cdot 10^{-5} \frac{м}{с}$.

Пусть H – длина свечки, L – глубина её подводной части. Так как свечка плавает, то

$$\rho_{\text{св}} S H g = \rho_{\text{в}} S L g .$$

Пусть скорость свечки относительно сосуда V . За время Δt длина свечки стала $H - U \cdot \Delta t$, а глубина погружения уменьшилась и стала равна $L - V \cdot \Delta t$, так как свечка по-прежнему плавает, то

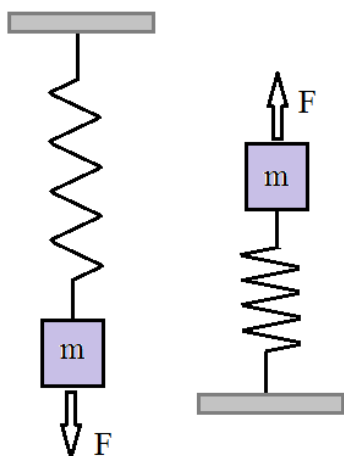
$$\rho_{\text{св}} g S (H - U \cdot \Delta t) = \rho_{\text{в}} g S (L - V \cdot \Delta t) .$$

Из записанного соотношения определяем скорость всплывания свечки

$$V = U \cdot \frac{\rho_{\text{св}}}{\rho_{\text{в}}}; \quad V = 2,7 \cdot 10^{-5} \frac{\text{М}}{\text{с}} .$$

Найдена скорость сгорания свечи	1 балл
Записано условие плавания свечи	2 балла
Определено значение скорости свечи	1 балл
Указано направление скорости свечи относительно сосуда	1 балл

8. Пружина с грузом



Удлинение пружины в случаях, показанных на рисунках, отличается в 3 раза. Величина силы F известна. Считая, что удлинение пружины пропорционально приложенной силе, найти массу тела. В обоих случаях тело покоится.

РЕШЕНИЕ:

В первом случае (левый рисунок) сила упругости должна скомпенсировать силу тяжести и силу F , поэтому

$$F_{\text{уп1}} = mg + F .$$

Во втором случае

$$F_{\text{уп2}} + mg = F, \text{ если пружина растянута,}$$

$$F_{\text{уп2}} + F = mg, \text{ если пружина сжата}$$

В обоих случаях масса тела, найденная из записанных соотношений, будет равна

$$m = \frac{F}{2g} .$$

Для левого рисунка записано соотношение сил	2 балла
Для правого рисунка записано соотношения сил (любой вариант – сжатой или растянутой пружины)	2 балла
Найдена масса	1 балл

9. Средняя скорость

Первую половину времени автобус шёл со скоростью в 8 раз большей, чем вторую. Средняя скорость автобуса на всём пути равна 36 км/ч. Определите скорость автобуса на второй части пути.

РЕШЕНИЕ:

Обозначим время движения автобуса t .

Путь, пройденный на первом участке, равен

$$S_1 = V \cdot \frac{t}{2}.$$

Путь на втором участке равен

$$S_2 = 8V \cdot \frac{t}{2} = 4Vt.$$

Средняя скорость равна

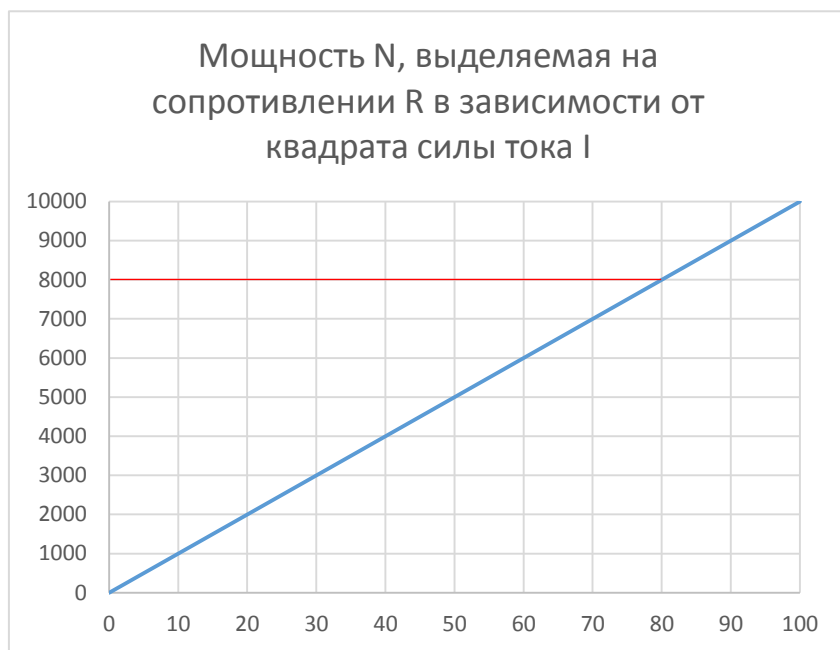
$$V_{cp} = \frac{V \cdot \frac{t}{2} + 4Vt}{t} = \frac{9}{2}V.$$

Тогда скорость на первом участке равна

$$V = \frac{2}{9}V_{cp}; V = 8 \frac{\text{км}}{\text{ч}}.$$

Скорость движения на втором участке равна $4V = 64 \frac{\text{км}}{\text{ч}}$.

Записана формула для средней скорости $V_{cp} = \frac{\text{весь путь}}{\text{все время}}$	1 балл
Найдена скорость на втором участке	4 балла



10. Электрическая схема

График зависимости мощности, выделяемой на сопротивлении R, от квадрата силы тока

I^2 ,

протекающего через сопротивление, представлен на рисунке.

Используя этот график, определите:

► величину сопротивления R;

► построить вольт-амперную характеристику

I^2, A^2

тику (ВАХ).

Указание: вольт—амперной характеристикой называется зависимость тока, протекающего через элемент электрической цепи, от напряжения на его концах.

РЕШЕНИЕ:

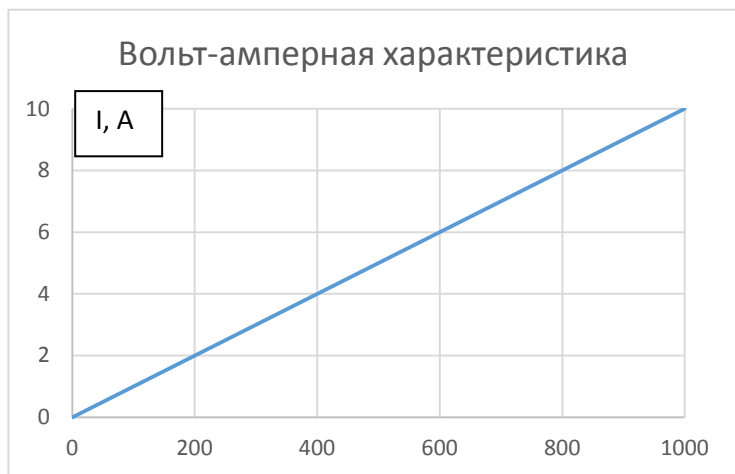
Мощность N, выделяемая на сопротивлении R, выражается формулой

$$N = I^2 \cdot R.$$

Зависимость мощности от квадрата силы тока – линейная функция с коэффициентом наклона, который определяется сопротивлением. Взяв любые

две точки, «хорошо» лежащие на графике (например, как у нас), найдём сопротивление

$$R = \frac{8000 - 0}{80 - 0} = 100 \text{ (Ом)}.$$



Зная сопротивление, легко установить зависимость тока через сопротивление I от напряжения на нём U

$$I = \frac{U}{R}.$$

Эта зависимость линейная, график представлен на рисунке.

U, V

Записано выражение для мощности	0,5 баллов
Записан закон Ома	0,5 баллов
Ребёнок сопоставил выражение $N = I^2 \cdot R$ и график, данный в условии, понял, как искать R , нашёл его	2 балла
Построен график ВАХ	2 балла