

СУНЦ УрФУ

Вступительный тест по математике для поступающих в 8 класс
17 апреля 2016 г

1 вариант

Часть В

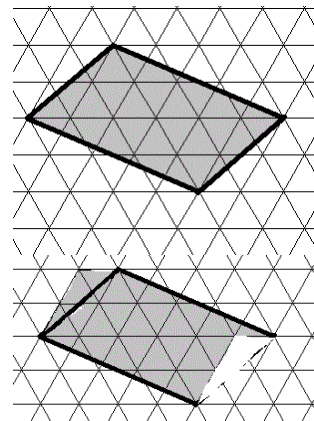
В заданиях В1–В8 записать ответ в указанном месте. Калькулятором, литературой, шпаргалкой и т.п. пользоваться нельзя. Если получается несколько вариантов, нужно указать их все.

В1. Ужасный вирус уничтожает память компьютера. За первую секунду он управляется с половиной памяти, за вторую — с $1/3$ оставшейся части, за третью секунду — с четвертью того, что еще осталось. И тут его настиг могучий антивирус. Какая часть памяти (от исходного количества) уцелела? **Ответ:** $1/4$

В2. В числе 19876543 вычеркните наименьшее количество цифр так, чтобы оставшееся число делилось на 36. В ответ запишите оставшееся число. **Ответ:** 19764 (Требуется, чтобы оставшееся число делилось на 4 и на 9. Для делимости на 4 надо обязательно зачеркнуть 3 и 5.)

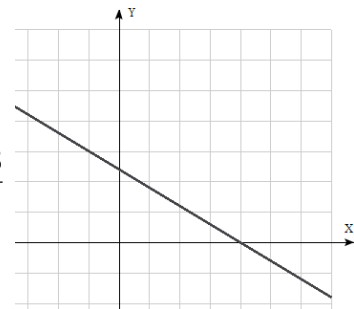
В3. Вычислить: $\frac{(17 \cdot 32^9 + 2 \cdot 32^{10}) \cdot 243}{48^{11}}$. **Ответ:** $2/9$

В4. Лист разбит на равносторонние треугольники. Площадь одного треугольника равна 1 см^2 . Найти площадь заштрихованной части (см. рис.). **Ответ:** 24 (переставляя кусочки фигуры можно из кусочков маленьких треугольников собрать целые, как на рисунке)



В5. Даже тогда, когда верблюд Гоша хочет пить, 84% его веса составляет вода. После того, как Гоша напьется воды, его вес станет равным 800 кг, а вода будет составлять 85% его веса. Сколько весит Гоша, когда испытывает жажду? **Ответ:** 750

В6. В остроугольном треугольнике PKR проведена высота KH . Известно, что $\angle PKR = 75^\circ$, $PH = 4$ и $KH = HR$. Найти длину стороны PK . **Ответ:** 8



В7. Решить систему уравнений $\begin{cases} 8x - 3y = 6, \\ 2x + 6y = -3. \end{cases}$ **Ответ:** $x = 1/2, y = -2/3$

В8. На рисунке представлен график линейной функции $y = hx - f$. Определите, если возможно, какому из промежутков принадлежит коэффициент h , если масштаб неизвестен: $h < -1$, $-1 < h < 0$, $0 < h < 1$, $h > 1$. **Ответ:** $-1 < h < 0$

Часть С

В заданиях С1–С4 привести полные решения.

С1. Упростить: $\frac{(x^2-9)^2-9(x-3)^2}{9+x^2-6x}$. **Решение:** $\frac{(x^2-9)^2-9(x-3)^2}{9+x^2-6x} = \frac{((x-3)(x+3))^2-9(x-3)^2}{(x-3)^2} = \frac{(x-3)^2((x+3)^2-9)}{(x-3)^2} = (x+3)^2 - 9 = x^2 + 6x$.

Ответ: $x^2 + 6x$.

С2. Пятачок зашел за Винни Пухом, и в 12 часов 15 минут они пошли в гости к Сове. Пройдя четверть пути, Винни Пух вспомнил, что забыл горшочек меда. Медвежонок вернулся домой, поэтому опоздал к Сове на 30 минут. Пятачок же продолжил свой путь к Сове и пришел на 15 минут раньше назначенного срока. В какое время ждала Сова гостей, если гости шли все время с одинаковыми равными скоростями?

Решение: Пятачок прошел четыре четверти пути и прибыл на место за 15 минут до назначенного срока. Винни Пух же прошел шесть четвертей пути и опоздал на 30 минут. Таким образом на две четверти пути было потрачено 45 минут, то есть на весь путь ушло 1,5 часа. Пятачок потратив 1,5 часа пути пришел к Сове в 13.45, значит встреча была назначена на 14.00.

Ответ: Сова ждала гостей в 14.00.

С3. Биссектрисы треугольника ABC пересекаются в точке O . Найти угол AOC , если угол ABC равен 140° .

Решение: Так как угол AOC равен 140° , то сумма углов BAC и BCA равна $180^\circ - 140^\circ = 40^\circ$, а сумма их половин OAC и OCA равна 20° . Получаем, что угол AOC в треугольнике AOC равен $180^\circ - 20^\circ = 160^\circ$.

Ответ: 160° .

С4. Наибольший общий делитель двух натуральных чисел равен 24, а сумма этих чисел равна 96. Найти эти числа. Конечно, как и во всех задачах, нужно указать все возможные варианты и доказать, что других нет.

Решение: Поскольку наибольший общий делитель двух натуральных чисел равен 24, то эти числа можно представить в виде $24k$ и $24m$, где k и m — различные взаимнопростые натуральные числа. По условию $24k + 24m = 96$, то есть $k + m = 4$. Есть только две пары натуральных чисел, удовлетворяющих этому условию: $k = 1, m = 3$ или $k = m = 2$. Однако, вторая пара чисел не подходит, так как тогда наибольший общий делитель будет равен 48. Первая пара чисел подходит.

Ответ: 24 и 72.

СУНЦ УрФУ

Вступительный тест по математике для поступающих в 8 класс

17 апреля 2016 г

2 вариант

Часть В

В заданиях В1–В8 записать ответ в указанном месте. Калькулятором, литературой, шпателькой и т.п. пользоваться нельзя. Если получается несколько вариантов, нужно указать их все.

В1. Оля пришла из школы и съела $1/6$ часть конфет, лежащих в вазе. Затем пришла Женья и съела $1/5$ часть оставшихся конфет. Последним пришел Сергей и съел половину того, что еще оставалось. Какая часть конфет (от исходного количества) уцелела? **Ответ:** $1/3$

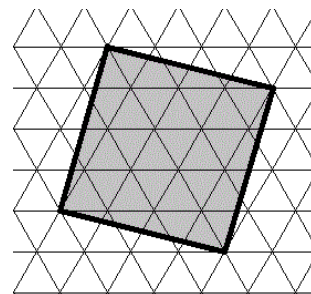
В2. В числе 65432789 вычеркните наименьшее количество цифр так, чтобы оставшееся число делилось на 12. В ответ запишите оставшееся число.

Ответ: 65328

В3. Вычислить: $\frac{(42 \cdot 27^6 - 27^7) \cdot 625}{405^5}$. **Ответ:** $1/3$

В4. Лист разбит на равносторонние треугольники. Площадь одного треугольника равна 1 см^2 . Найти площадь заштрихованной части (см. рис.).

Ответ: 30



В5. Тело медведя Чарли на 65% состоит из воды. Во время купания шерсть намокает, после чего вода составляет 72% веса Чарли, а сам Чарли весит 700 кг. Какой вес был у Чарли до купания? **Ответ:** 560

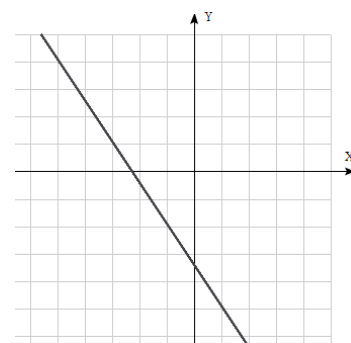
В6. В остроугольном треугольнике ABC проведена высота BH . Известно, что $CH = 3$, $BC = 6$ и $AH = BH$. Найти угол ABC .

Ответ: 75°

В7. Решить систему уравнений $\begin{cases} 6x - 4y = 5, \\ 3x + 12y = -1. \end{cases}$

Ответ: $x = 2/3, y = -1/4$

В8. На рисунке представлен график линейной функции $y = mx - d$. Определите, если возможно, какому из промежутков принадлежит коэффициент m , если масштаб неизвестен: $m < -1$, $-1 < m < 0$, $0 < m < 1$, $m > 1$. **Ответ:** $m < -1$



Часть С

В заданиях С1–С4 привести полные решения.

С1. Упростить: $\frac{4+x^2-4x}{(x^2-4)^2-4(x-2)^2}$.

Ответ: $\frac{1}{x^2+4x}$.

С2. Алиса и Белый Кролик встретились в 12 часов и пошли на прием к Герцогине. Пройдя треть пути, Белый Кролик вспомнил, что при встрече с Алисой выронил веер, и пошел за ним, поэтому опоздал к началу приема на 25 минут. Алиса же пришла за 5 минут до начала приема. На какое время был назначен прием, если Алиса и Белый Кролик все время шли с одинаковыми равными скоростями?

Ответ: 12.50.

С3. Дан треугольник PQR , O — точка пересечения его биссектрис. Известно, что $\angle QOR = 140^\circ$. Найти угол QPR .

Ответ: 100° .

С4. Наибольший общий делитель двух натуральных чисел равен 15, а сумма этих чисел равна 90. Найти эти числа. Конечно, как и во всех задачах, нужно указать все возможные варианты и доказать, что других нет.

Ответ: 15 и 75.