

ПЕРВАЯ ЧАСТЬ



1. Если бы куб был сплошным, то он имел бы массу в 4 раза большую, чем куб с полостью. Ребро куба 10 см. Определите объём полости.

РЕШЕНИЕ:

Сплошной куб будет иметь массу

$$m_0 = \rho \cdot a^3.$$

Куб с полостью имеет массу

$$\frac{m_0}{4} = \rho \cdot (a^3 - V),$$

где V – объём полости.

Из записанных выражений находим объём полости

$$V = \frac{3}{4} a^3;$$

$$V = 750 \text{ см}^3 = 7,5 \cdot 10^{-4} \text{ м}^3.$$

2. В масле плотностью $800 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$, погружившись на $\frac{2}{3}$, плавает тело цилиндрической формы. Чему равна его плотность?

РЕШЕНИЕ:

Когда тело плавает, то сила тяжести уравновешивается силой Архимеда, поэтому можно записать

$$\rho g S H = \rho_{\text{масла}} g S \frac{2}{3} H.$$

Плотность тела равна

$$\rho = \frac{2}{3} \rho_{\text{масла}}; \quad \rho = 533,3 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}.$$

3. Чему равно ускорение тела, которое, имея начальную скорость 1 м/с, пройдя расстояние 3 метра, движется со скоростью 5 м/с?

РЕШЕНИЕ:

Вспользуемся формулой

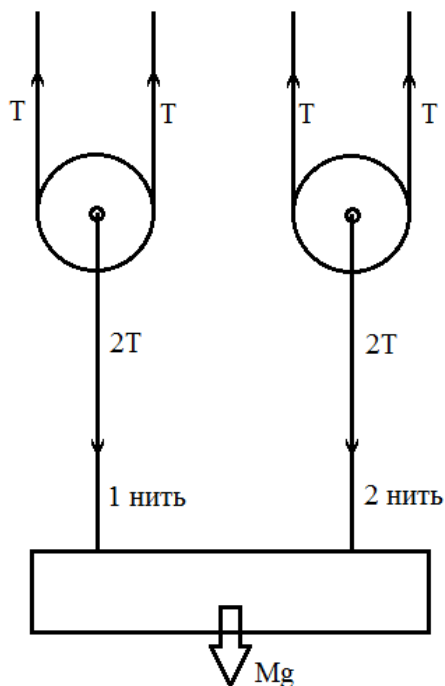
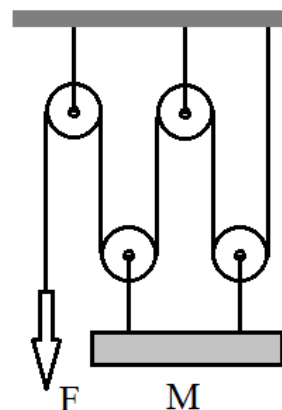
$$V^2 - V_0^2 = 2aS.$$

Здесь $V_0 = 1 \frac{M}{c}$; $V = 5 \frac{M}{c}$; $S = 3 \text{ м}$.

Находим ускорение

$$a = \frac{V^2 - V_0^2}{2S}; a = 4 \frac{M}{c^2}.$$

4. Какую силу F нужно приложить в левом конце верёвки, чтобы удержать в покое тело массы M ?



РЕШЕНИЕ:

Груз удерживают в покое первая и вторая веревки, сила натяжения каждой из которых равна $2T$, где T – сила натяжения веревки, к которой приложена сила F (см.рис.). Поэтому $2T + 2T = Mg$.

Так как система находится в покое и (или) веревки невесомы, то $T = F$.

Следовательно,

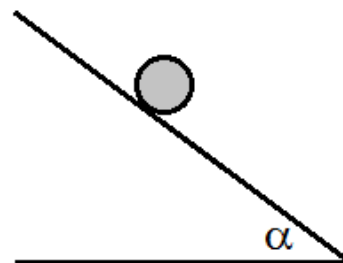
$$F = \frac{Mg}{4}.$$

5. Шарик массой 2 кг находится на наклонной плоскости с углом наклона к горизонту 60° . Определить вес шарика.

РЕШЕНИЕ:

Шарик скатывается без трения, вес равен $mg \cos \alpha = 10 \text{ (Н)}$.

Шарик скатывается с трением, вес равен $mg = 20 \text{ (Н)}$.



6. Длина часовой стрелки составляет $\frac{3}{4}$ от длины минутной. Во сколько раз конец минутной стрелки движется быстрее конца часовой?

РЕШЕНИЕ:

Скорость движения конца минутной стрелки, длину которой обозначим L определяется следующим образом

$$V_{\text{мин}} = \frac{2\pi \cdot L}{T_{\text{мин}}}.$$

Для часовой напишем аналогичное соотношение

$$V_{\text{час}} = \frac{2\pi \cdot \frac{3}{4} L}{T_{\text{час}}}$$

Так как период минутной стрелки $T_{\text{мин}} = 1 \text{ час}$, а период часовой равен $T_{\text{час}} = 12 \text{ час}$, то для отношения скоростей имеем

$$\frac{V_{\text{мин}}}{V_{\text{час}}} = \frac{4}{3} \cdot \frac{12}{1} = 16.$$

7. Для того, чтобы нагреть до 100°C 1 килограмм воды, имеющий начальную температуру 0°C , нужно затратить количество теплоты Q_1 . Для того, чтобы испарить 1 кг воды при температуре 100°C , нужно затратить количество теплоты Q_2 . Найти отношение $\frac{Q_2}{Q_1}$. Удельная теплоёмкость воды равна

$c = 4200 \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{град}}$, удельная теплота парообразования воды при температуре 100°C равна $L = 2256000 \frac{\text{Дж}}{\text{кг}}$.

РЕШЕНИЕ:

Количество теплоты Q_1 равно

$$Q_1 = cm\Delta t.$$

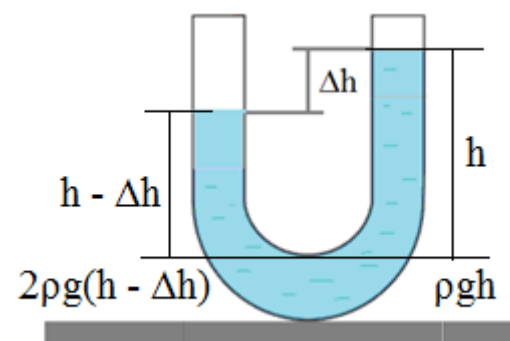
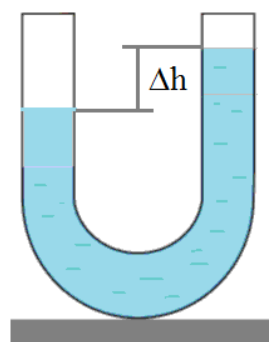
Количество теплоты Q_2 равно

$$Q_2 = mL.$$

Отношение $\frac{Q_2}{Q_1}$ равно

$$\frac{Q_2}{Q_1} = \frac{L}{c\Delta t}; \quad \frac{Q_2}{Q_1} \approx 5,37.$$

8. В правом колене сообщающегося сосуда находится жидкости плотности ρ , а в левом – жидкости плотности 2ρ . Найдите разность уровней жидкостей в левом и правом коленах. Высота столба жидкости в правом колене 8 см.



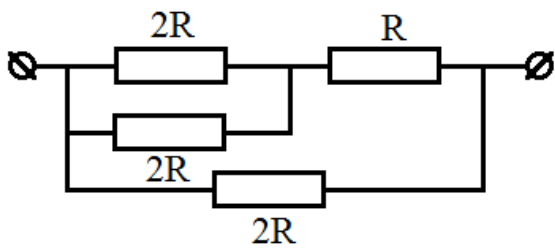
РЕШЕНИЕ:

Так как давление на одном уровне в сообщающихся сосудах одинаковы, то

$$2\rho g(h - \Delta h) = \rho gh.$$

Тогда

$$\Delta h = \frac{h}{2} = 4 \text{ см.}$$

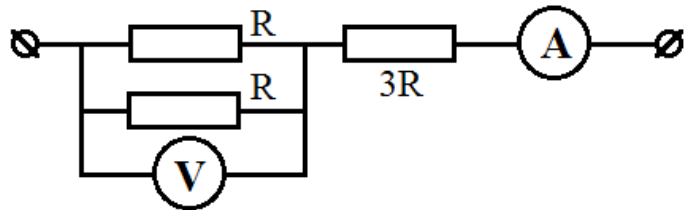


9. Найти сопротивление электрической схемы, изображённой на рисунке.

РЕШЕНИЕ:

Два левых верхних сопротивления $2R$ соединены параллельно, их можно заменить одним сопротивлением R . Тогда сопротивление верхней ветки равно $2R$, и оно соединено параллельно с нижним, которое также равно $2R$. Следовательно, полное сопротивление цепи равно R .

10. Амперметр, включённый в схему, представленную на рисунке, показывает $0,1$ А. Сопротивление $R = 10$ Ом. Определите показания вольтметра.



РЕШЕНИЕ:

Амперметр показывает ток через сопротивление $3R$. Ток через сопротивления R в два раза меньше. Вольтметр показывает напряжение на сопротивлениях R . Показания вольтметра равны

$$V = \frac{1}{2} I \cdot R; \quad V = 0,5 \text{ В.}$$

Таблица ответов первой части

№	ОТВЕТ
1	$\frac{3}{4} a^3$ или 750 см^3 или $7,5 \cdot 10^{-4} \text{ м}^3$
2	$\frac{2}{3} \rho_{\text{масла}}$; $533,3 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$
3	$a = 4 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$
4	$F = \frac{mg}{4}$
5	$mg \cos \alpha = 10 \text{ (Н)}$ или $mg = 20 \text{ (Н)}$
6	16
7	5,37
8	4 см
9	R
10	0,5 В

ВТОРАЯ ЧАСТЬ

Проверяются решения, представленные в чистовиках

11. Построение графика линейной функции, заданной табличным способом

Поверхности жидкостей ведут себя подобно растянутой резиновой пленке – они стремятся сократить площадь своей поверхности. Это явление получило название поверхностное натяжение и характеризуется коэффициентом поверхностного натяжения σ . Его единицы измерения в системе СИ - $\frac{Н}{м}$.

Коэффициент поверхностного натяжения зависит от рода жидкости и температуры. Для воды зависимость коэффициента поверхностного натяжения от температуры имеет линейный характер и может быть выражена формулой $\sigma(t) = At + B$. Зависимость коэффициента поверхностного натяжения воды от температуры, полученная экспериментально, представлена в таблице.

t, °C	0	20	40	60	80	100	120	140
$\sigma, \frac{Н}{м}$	0,076	0,072	0,07	0,065	0,062	0,058	0,054	0,050

t, °C	160	180	200
$\sigma, \frac{Н}{м}$	0,046	0,042	0,038

По данным таблицы построить график зависимости коэффициента поверхностного натяжения воды от температуры. Для построения графика используйте клетчатый лист чистовика.

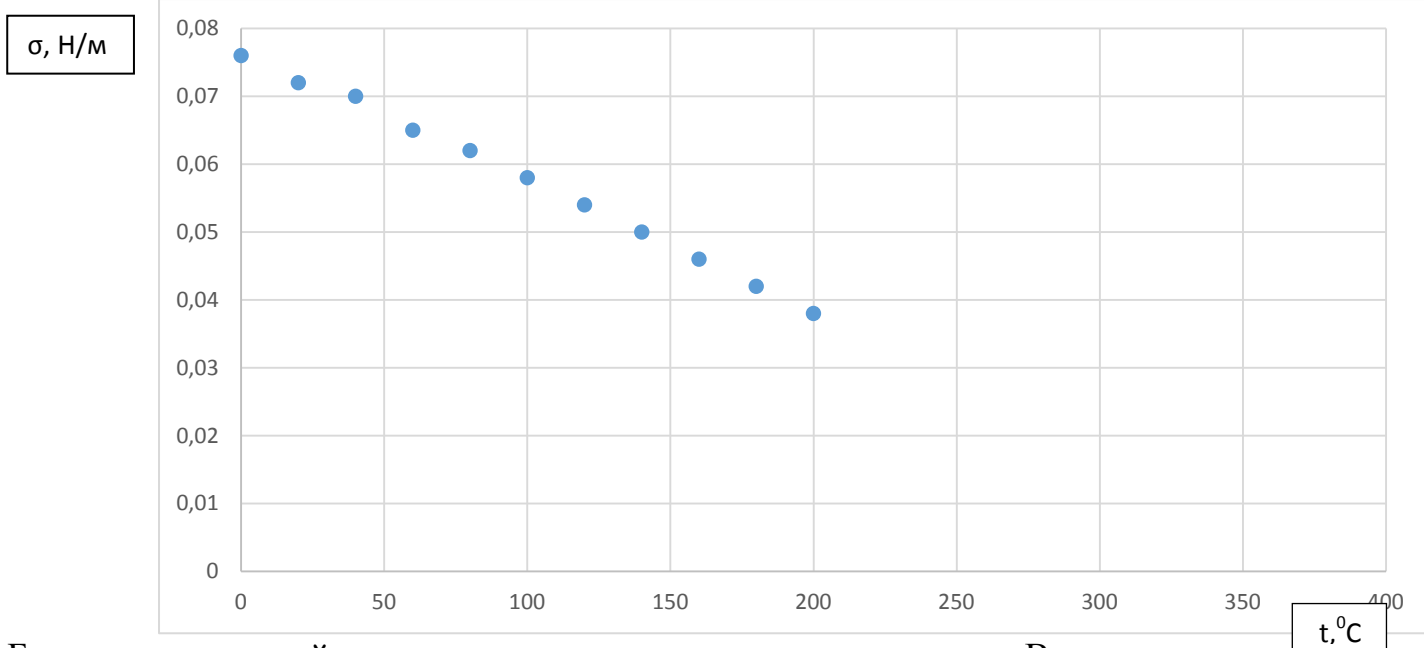
По графику определить значения коэффициентов А и В. Не забудьте про знаки и единицы измерения.

По графику определить температуру, при которой коэффициент поверхностного натяжения воды становится равным нулю.

Указание. Конечно, многие из вас не знают про поверхностное натяжение воды, но ведь этого и не надо знать. Представьте себе, что Вы на уроке математики, и вместо температуры – привычная x , а вместо непонятной буквы σ - такая знакомая y , и Вам надо построить зависимость $y(x) = Ax + B$, а затем по графику определить А и В.

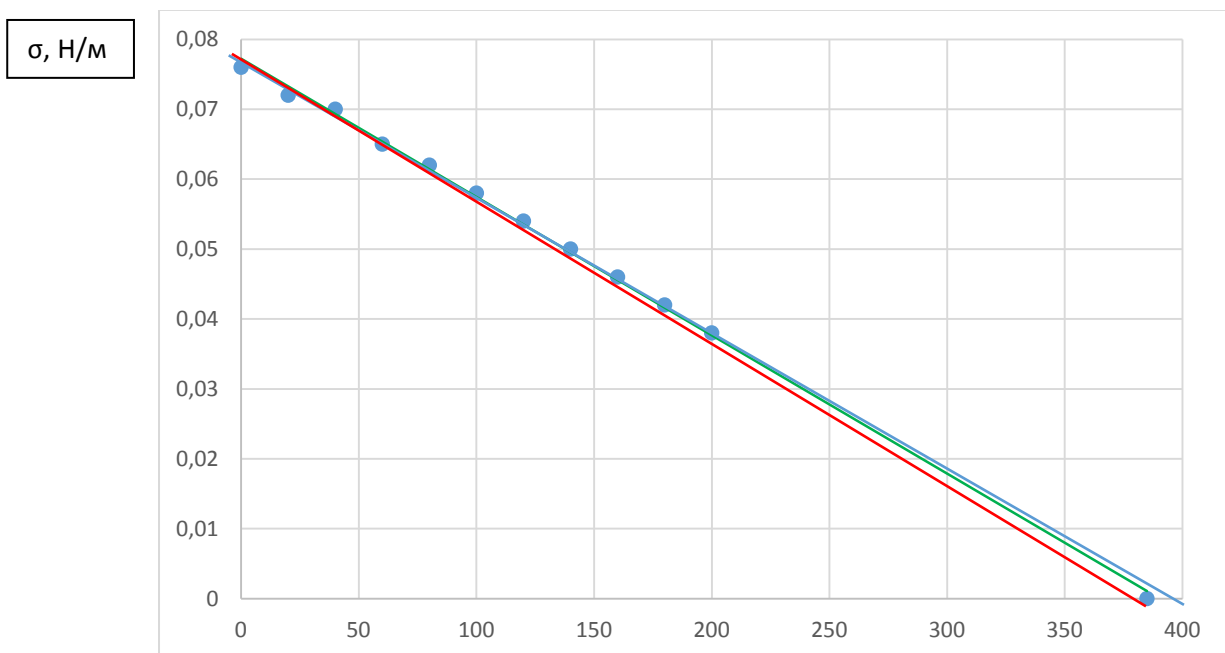
РЕШЕНИЕ:

Нарисуем оси, выберем масштаб, поставим точки. То, что получилось представлено на рисунке. Теперь по этим точкам надо провести прямую линию.



Берем в руки линейку и пытаемся провести через эти точки. Видим, что если просто соединять точки, то прямой не получится. Как быть? Проводить прямую так, чтобы часть точек оказалась чуть-чуть выше прямой, и примерно столько же точек ниже прямой.

Мы проводим её так – зелёная линия (на самом деле её проводил компьютер). Вы могли провести её чуть-чуть иначе – например, красная или синяя линии.



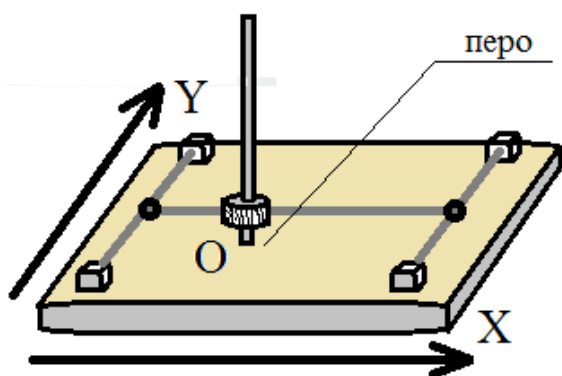
По графику легко определить коэффициенты А и В.

Для зелёной линии $A = -0,0002 \frac{H}{m \cdot C}$; $B = 0,0772 \frac{H}{m}$.

Температура, при которой коэффициент поверхностного натяжения равен нулю, равна примерно 385°C .

Критерии:

Построен график, адекватно выбран масштаб, правильно поставлены точки	2
Правильно определён коэффициент А (значение от 0,00018 до 0,00022, знак, единицы измерения)	1
Правильно определён коэффициент В (значение от 0,076 до 0,078, знак, единицы измерения)	1
Найдена температура, при которой коэффициент поверхностного натяжения становится равным нулю (значение от 380 до 400)	1

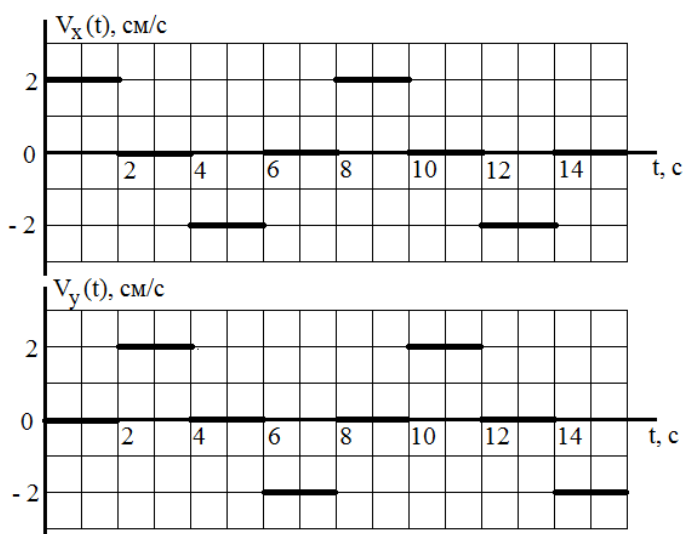


12.Графопостроитель

Для изготовления качественных чертежей используется графопостроитель, принципиальная схема которого показана на рисунке: пишущее перо закреплено в каретке, которая может двигаться над листом бумаги по направляющим рейкам в двух взаимно перпендикулярных направлениях. Управляющее устройство

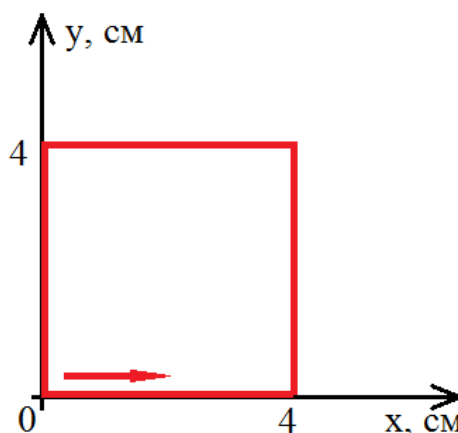
(компьютер) задает закон изменения скоростей каретки в этих направлениях ($V_x(t)$; $V_y(t)$)

На следующем рисунке приведены графики зависимостей скоростей от времени (такой периодический закон движения действует в течении достаточно длительного промежутка времени, скажем порядка 1 минуты). В момент включения перо находится в начале координат (точка 0). Изобразите в масштабе рисунок, который получится на бумаге после окончания работы устройства.



РЕШЕНИЕ:

Нам даны графики зависимости проекций скорости на оси ОХ и ОУ от времени. По графикам определяем, что за первые две секунды по оси ОХ перо сместилось на 4 см вправо по оси, а по оси ОУ перо не двигалось.



Следующие две секунды перо двигалось по ОУ на 4 см, а по ОХ покоилось. Далее опять за две секунды перо передвинулось против оси ОХ (влево) на 4 см, а по ОУ покоилось.

За следующие две секунды перо двигалось против ОУ, и переместилось на 4 см. Далее все повторяется, таким образом перо опишет квадрат.

Критерии:

Описано, что происходит, и построена часть графика, соответствующая первым 2 секундам	1
Описано, что происходит, и построена часть графика, соответствующая вторым 2 секундам	1
Описано, что происходит, и построена часть графика, соответствующая третьим 2 секундам	1
Описано, что происходит, и построена часть графика, соответствующая четвёртым 2 секундам	1
На построенной траектории указано направление движения	1

3. Наклонная плоскость.

Плоскость наклонена к горизонту под углом $\alpha = 30^\circ$, тело имеет массу m . Коэффициент трения скольжения равен k .

Телу сообщают скорость, параллельную наклонной плоскости и направленную вверх. До остановки он проходит путь S_1 . Телу сообщают скорость, параллельную наклонной плоскости и направленную вниз. До остановки он проходит путь S_2 .

Найти отношение $\frac{S_2}{S_1}$.

РЕШЕНИЕ:

При движении вверх по наклонной плоскости ускорение тела равно

$$a_1 = g \sin \alpha + k g \cos \alpha;$$

$$a_1 = g \cdot \frac{1 + k\sqrt{3}}{2}.$$

Путь, пройденный телом до остановки, равен

$$S_1 = \frac{V^2}{2a_1}.$$

При движении вниз по наклонной плоскости ускорение тела равно

$$a_2 = -g \sin \alpha + k g \cos \alpha;$$

$$a_2 = g \cdot \frac{k\sqrt{3} - 1}{2}.$$

Путь, пройденный телом до остановки, равен

$$S_2 = \frac{V^2}{2a_2}.$$

Отношение $\frac{S_2}{S_1}$ равно

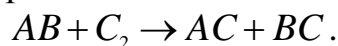
$$\frac{S_2}{S_1} = \frac{a_1}{a_2} = \frac{1 + \sqrt{3k}}{\sqrt{3k} - 1}.$$

Критерии:

Найдено ускорение при движении вверх	1
Путь, пройденный вверх, выражен через начальную скорость и ускорение	1
Найдено ускорение при движении вниз	1
Путь, пройденный вниз, выражен через начальную скорость и ускорение	1
Найдено отношение, правильно подставлены синусы и косинусы	1

14. Химическая реакция.

Для того, чтобы «разрушить» молекулу, нужно затратить определённое количество энергии, и, наоборот, когда атомы соединяются в молекулу, то энергия выделяется. Любая химическая реакция связана с разрушением молекул и созданием из них новых. Предположим, мы имеем химическую реакцию



Для «разрушения» молекулы АВ нужно затратить энергию ε . Для «распада» молекулы C_2 на атомы необходима энергия 2ε . При образовании молекулы АС выделяется энергия $\frac{\varepsilon}{2}$, молекулы ВС – энергия 4ε .

Какая энергия выделяется (поглощается) в ходе этой реакции?

Пусть одна молекула АС имеет массу m . Нам нужно синтезировать массу M этого вещества АС. Сколько энергии при этом выделится (поглотится)?

РЕШЕНИЕ:

Для того, чтобы реакция прошла, надо разрушить одну молекулу АВ и одну молекулу C_2 . Для этого нужна энергия $\varepsilon + 2\varepsilon = 3\varepsilon$. При синтезе молекул АВ и

АС выделится энергия $\frac{\varepsilon}{2} + 4\varepsilon = \frac{9}{2}\varepsilon$. Таким образом, в ходе одной реакции

выделится энергия $\frac{9}{2}\varepsilon - 3\varepsilon = \frac{3}{2}\varepsilon$.

Для того, чтобы получить массу M вещества АС, надо синтезировать $\frac{M}{m}$

молекул. При этом в энергия $\frac{3M\varepsilon}{2m}$.

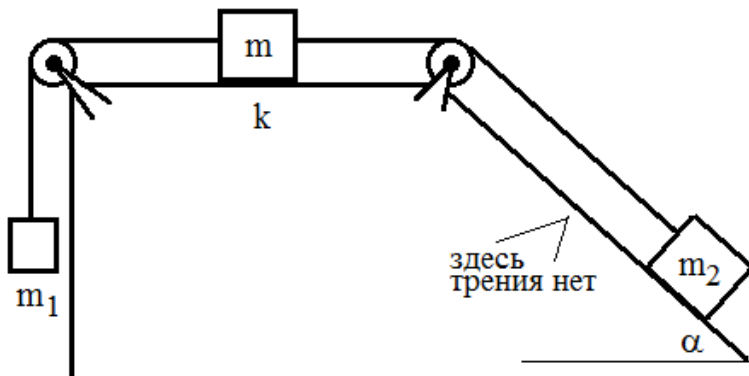
Критерии:

Правильно найден энергетический выход реакции, отмечено, что энергия выделяется	3
Найдено число молекул, которые надо синтезировать для получения	1

массы М вещества АС	
Определено количество выделившейся энергии	1

15. Куда направлена сила трения?

Известны массы всех тел $m = 2 \text{ кг}$; $m_1 = 1 \text{ кг}$; $m_2 = 1,5 \text{ кг}$, угол $\alpha = 30^\circ$,



коэффициент трения скольжения $k = 0,5$. Куда направлена сила трения, и чему она равна?

Трение на наклонной плоскости нет. Трение есть только на горизонтальной плоскости.

РЕШЕНИЕ:

Выясним, движутся тела или

покоятся.

Сначала предположим, что система покоится.

Тогда сила натяжения левой нити равна

$$T_1 = m_1 g;$$

$$T_1 = 10 \text{ Н.}$$

Сила натяжения правой нити равна

$$T_2 = m_2 g \cdot \sin \alpha;$$

$$T_2 = 7,5 \text{ Н.}$$

Так как тело массы m покоится, то

$$T_1 = T_2 + F_{тр}^{пок}.$$

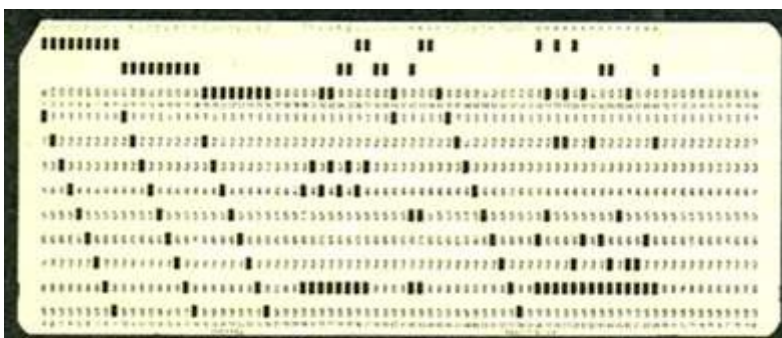
Здесь $F_{тр}^{пок}$ - сила трения покоя. Значение силы трения покоя равно $F_{тр}^{пок} = 2,5 \text{ Н}$.

Таким образом, система покоится, сила трения покоя направлена вправо и равна 2,5 Н.

Критерии:

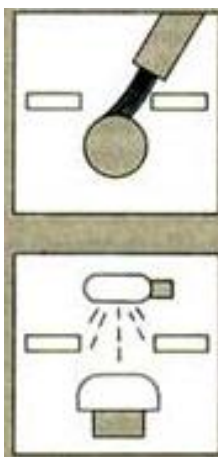
Установлено, что система покоится	3
Найдена величина силы трения покоя	1
Указано направление силы трения	1

16. Перфокарта



На этой фотографии изображена перфокарта – один из первых носителей информации. Объём памяти у перфокарты был целых 80 байт!!! Информация на такие перфокарты записывалась с

помощью прокалывания дырок в определённых местах, если был прокол, то это "1", а если прокола в определённом месте нет - тогда "0".

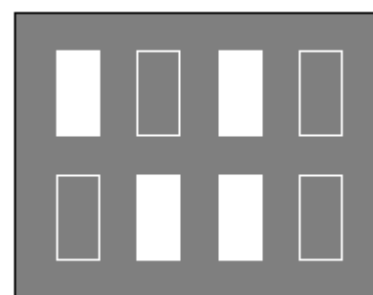


На следующих двух рисунках показаны два самых распространенных способа преобразования пробитой на картах информации в электронные импульсы, поступающие в компьютер. При электромеханическом считывании (вверху) карта зажимается между металлическим роликом и рядом из 80 маленьких металлических щеточек - по одной щеточке на каждую колонку карты. Попадая в отверстие, щеточка соприкасается с роликом - электрическая цепь замыкается и посылает сигнал компьютеру. В устройстве считывания другого типа (внизу) крошечные фотоэлектрические элементы

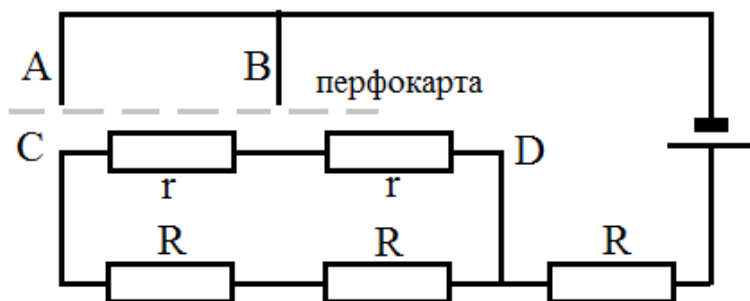
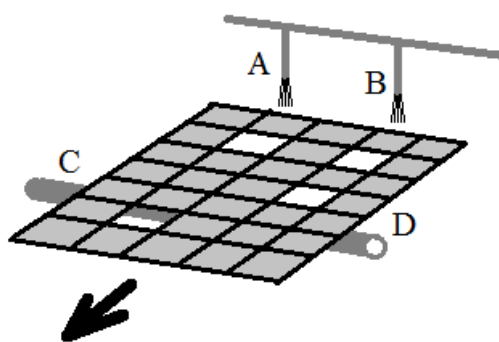
регистрируют световые лучи, проходящие через отверстия в карте.

Попытаемся смоделировать физические процессы, происходящие при считывании информации в электрической цепи.

Пусть наша перфокарта совсем маленькая – всего две строки и три столбца. В первом столбце – одно отверстие, во втором тоже одно, а в третьем – два.

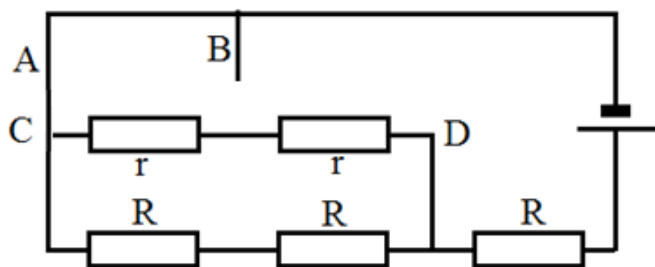


Пусть в устройстве, считывающем информацию, под перфокартой расположен валик CD, над ней – щетки A и B. Перфокарта равномерно перемещается. Щетка замыкает электрическую схему, когда под ней оказывается отверстие.



Электрическая схема представлена на рисунке.

Определите сопротивление электрической схемы при разных положениях перфокарты – то есть, когда замкнута щетка A, замкнута щетка B, замкнуты обе щетки.



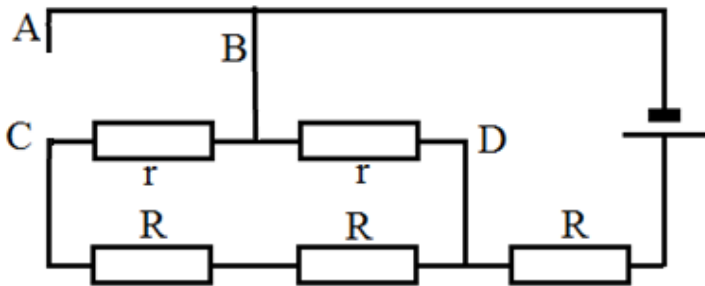
Сопротивление равно

РЕШЕНИЕ:

Сначала рассмотрим случай, когда замкнута щетка A (в столбце, находящимся над валиком, есть одно отверстие в первой строчке). Электрическая схема в этом случае имеет вид – см.рис.

$$R_A = \frac{2r + 2R}{2r2R} + R = \frac{r + R}{2rR} + R.$$

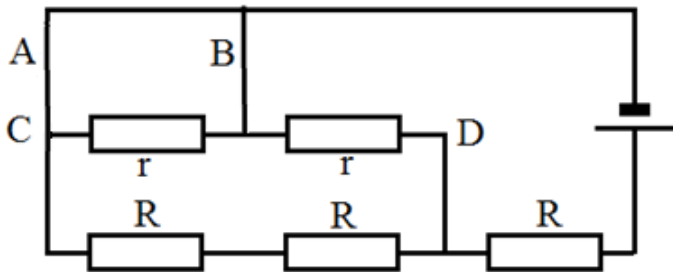
Пояснения: цепочка $r+r$ и цепочка $R+R$ соединены параллельно, к ним последовательно подключено сопротивление R .



Рассмотрим случай, когда замкнута щетка В (в столбце, находящимся над валиком, есть одно отверстие во второй строчке) – см. рис. Цепочка $r+R+R$ соединена параллельно с сопротивлением r , сопротивление R соединено последовательно с

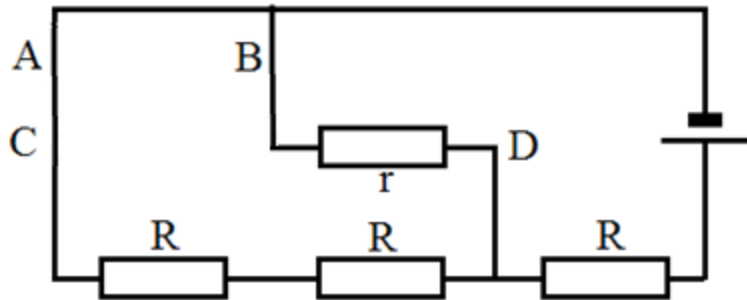
ними, поэтому полное сопротивление цепи равно

$$R_B = \frac{(r + 2R)r}{r + 2R + r} + R.$$



Рассмотрим случай, когда замкнуты обе щетки (в столбце, находящимся над валиком, есть два отверстия – в первой и во второй строках). Тогда электрическая схема имеет вид – см.рис. Одно из сопротивлений r замкнуто накоротко, поэтому его

можно «выбросить», после этого схема преобразуется к виду:



Далее точки А, В и С можно соединить вместе, поэтому схема несколько

упростится. Теперь видно, что «нижняя» цепочка $R+R$ соединена параллельно с «верхним» r , а правое R соединено с ними последовательно, поэтому полное сопротивление равно

$$R_{AB} = \frac{r(R + R)}{r + R + R} + R.$$

