

СУНЦ УрФУ

Вступительный тест по математике для поступающих в 9 гуманитарный класс

31 мая 2015г

1 вариант

В заданиях А1–А10 записать ответ в указанном месте. Если получается несколько вариантов, нужно указать их все. Калькулятором, литературой, шпаргалкой и т.п. пользоваться нельзя

Часть А

**А1.** Вычислите:  $(8\sqrt{12} + 4\sqrt{75}) : 3\sqrt{3}$ . Ответ: \_\_\_\_\_

**А2.** Упростите выражение:  $a(a - 4) - (a - 2)^2$ . Ответ: \_\_\_\_\_

**А3.** Из формулы  $y = \frac{ax}{3}$  выразите  $x$ . Ответ: \_\_\_\_\_

**А4.** В треугольнике  $ABC$  угол  $A = 70^\circ$ , угол  $C = 20^\circ$ . Найти угол между высотой  $BH$  и биссектрисой  $BD$ . Ответ: \_\_\_\_\_

**А5.** Выполните деление дробей  $\frac{6x + 6y}{x} : \frac{x^2 - y^2}{x^2}$ . Ответ: \_\_\_\_\_

**А6.** Решите систему уравнений:  $\begin{cases} 3x - 4y = 8, \\ 4x + 2y = 7. \end{cases}$

Ответ: \_\_\_\_\_

**А7.** Решите неравенство:  $3x + 1 \geq 2(x - 1) + 6x$ . Ответ: \_\_\_\_\_

**А8.** Не решая уравнение, определите сколько оно имеет корней. Соотнесите уравнение с ответами.

1)  $2x^2 + 3x + 5 = 0$ .      2)  $x^2 - 7x + 8 = 0$ .      3)  $4x^2 + 4x + 1 = 0$ .

А) Два корня.

Б) Один корень.

В) Нет действительных корней.

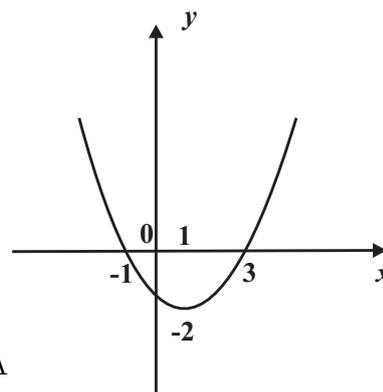
Ответ:

А	Б	В

**А9.** Расстояние между пристанями катер проходит по течению реки за 2 часа, а против течения реки за 3 часа. Какова скорость катера в стоячей воде, если скорость течения реки 5км/ч? Ответ: \_\_\_\_\_

**А10.** По графику квадратичной функции найдите, при каких значениях  $x$  значения функции отрицательны.

Ответ: \_\_\_\_\_



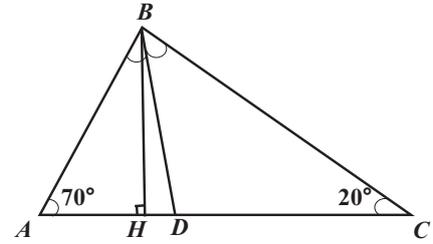
Решения и ответы к части А

**А1.** Вычислите:  $(8\sqrt{12} + 4\sqrt{75}) : 3\sqrt{3} = (8\sqrt{4 \cdot 3} + 4 \cdot \sqrt{25 \cdot 3}) : 3\sqrt{3} = (16\sqrt{3} + 20\sqrt{3}) : 3\sqrt{3} = 36\sqrt{3} : 3\sqrt{3} = 12$ .

**А2.** Упростите выражение:  $a(a - 4) - (a - 2)^2 = a^2 - 4a - (a^2 - 4a + 4) = a^2 - 4a - a^2 + 4a - 4 = -4$ .

**А3.** Из формулы  $y = \frac{ax}{3}$  выразите  $x$ . Домножим уравнение на 3, получим  $3y = ax$ ;  $x = \frac{3y}{a}$ .

**A4.**  $\angle B = 180^\circ - 70^\circ - 20^\circ = 90^\circ \implies \triangle ABC$  – прямоугольный.  $BD$  – биссектриса угла  $B$ , значит  $\angle ABD = 45^\circ = \angle CBD$ . Тогда  $\angle ABH = 180^\circ - 70^\circ - 90^\circ = 20^\circ$ , тогда  $\angle DBH = 45^\circ - 20^\circ = 25^\circ$ .



**A5.**  $\frac{6x+6y}{x} : \frac{x^2-y^2}{x^2} = \frac{6(x+y)}{x} \cdot \frac{x^2}{x^2-y^2} = \frac{6(x+y) \cdot x^2}{x \cdot (x-y)(x+y)} = \frac{6x}{x-y}$ .

**A6.**  $\begin{cases} 3x - 4y = 8, \\ 4x + 2y = 7. \end{cases}$  Домножим второе уравнение на 2, получим

$\begin{cases} 3x - 4y = 8, \\ 8x + 4y = 14. \end{cases}$  Сложим оба уравнения, получим

$11x = 22$ , тогда  $x = 2$ , тогда  $3 \cdot 2 - 4y = 8$ ,  $-4y = 2$ ,

$y = -\frac{1}{2}$ .

Ответ:  $(2; -\frac{1}{2})$ .

**A7.**  $3x + 1 \geq 2(x - 1) + 6x$

$3x + 1 \geq 2x - 2 + 6x$

$3x - 2x - 6x \geq -2 - 1$

$-5x \geq -3$

$x \leq \frac{3}{5}$ .

Ответ:  $x \leq \frac{3}{5}$ .

**A8.** Найдем дискриминанты уравнений. Если  $D < 0$ , то уравнение корней не имеет, если  $D = 0$ , то корень один,  $D > 0$ , то уравнение имеет два различных корня.

1)  $2x^2 + 3x + 5 = 0$ .  $D = 9 - 4 \cdot 2 \cdot 5 < 0$  – нет корней.

2)  $x^2 - 7x + 8 = 0$ .  $D = 49 - 32 > 0$  – два корня.

3)  $4x^2 + 4x + 1 = 0$ .  $D = 16 - 16 = 0$  – один корень.

A	Б	В
2	3	1

**A9.** Пусть  $x$  км/ч – скорость катера в стоячей воде, тогда  $x + 5$  км/ч – скорость катера по течению, а  $x - 5$  км/ч – скорость катера против течения. По формуле  $S = v \cdot t$  получаем  $(x + 5) \cdot 2 = (x - 5) \cdot 3$

$2x + 10 = 3x - 15$

$x = 25$ .

Ответ:  $x = 25$ .

**A10.** Функция имеет отрицательные значения при  $x \in (-1; 3)$ .

### Часть В

Привести полное решение и ответ

**B1.** Найдите сумму корней уравнения:  $16x^2 - 4 = 0$ .

**B2.** Найдите значение выражения  $(4x - 1)^2 - (4x + 1)^2$  при  $x = \frac{1}{16}$ .

**B3.** Цену на книгу снизили на 10%, в результате чего она стоит теперь 45,9 рублей. Сколько стоила книга до снижения цены?

**B4.** В ромбе  $ABCD$  диагональ  $AC = 4\sqrt{13}$ , а радиус вписанной окружности 6. Найти площадь ромба.

**В5.** Известно, что график функции  $y = ax^2 - 3x + 3$  проходит через точку  $D(1; 2)$ . Найдите абсциссу вершины параболы.

Решения и ответы к части В

**В1.**  $16x^2 - 4 = 0$

$$16x^2 = 4$$

$$x^2 = \frac{1}{4}$$

$$x_1 = \frac{1}{2}$$

$x_2 = -\frac{1}{2}$  тогда сумма корней  $\frac{1}{2}$  и  $(-\frac{1}{2})$  равна нулю.

Ответ: 0.

**В2.**  $(4x - 1)^2 - (4x + 1)^2 = (16x^2 - 8x + 1) - (16x^2 + 8x + 1) = 16x^2 - 8x + 1 - 16x^2 - 8x - 1 = -16x$ .

Тогда при  $x = \frac{1}{16}$  получаем  $-1$ .

Ответ:  $-1$ .

**В3.** Пусть  $x$  первоначальная цена книги, после снижения цены на 10%, её стоимость составила 90% и стала равна 45,9 руб. Составим пропорцию:  $\frac{x}{45,9} = \frac{100}{90}$ ;  $x = \frac{45,9 \cdot 100}{90} = 51$  руб.

Ответ: 51 руб.

**В4.**  $S_{\text{ромба}} = a \cdot h = BC \cdot 2 \cdot OH$ .

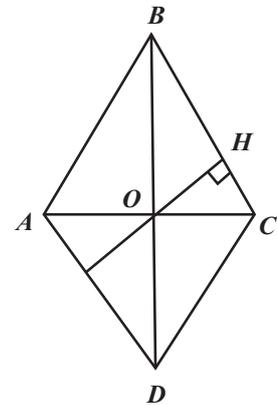
Радиус вписанной окружности составляет половину высоты ромба, значит высота равна  $2 \cdot 6 = 12$ . Осталось найти сторону ромба. Рассмотрим треугольник  $BOC$  и треугольник  $HOC$ . Они подобны по двум углам. Тогда  $\frac{BC}{OC} = \frac{OC}{HC}$ ;  $\frac{BC}{2\sqrt{13}} = \frac{2\sqrt{13}}{4}$ ;  $BC = 13$ .

$$S_{ABCD} = BC \cdot h = 13 \cdot 12 = 156.$$

Ответ: 156.

**В5.** Подставим координаты точки  $D(1; 2)$  в уравнение  $y = ax^2 - 3x + 3$ . Получим  $2 = a - 3 + 3$ ;  $a = 2$ . Тогда  $y = 2x^2 - 3x + 3$ . Найдём абсциссу вершины параболы по формуле  $x_0 = -\frac{b}{2a}$ ;  $x_0 = \frac{3}{4}$ .

Ответ:  $x = \frac{3}{4}$ .



СУНЦ УрФУ

Вступительный тест по математике для поступающих в 9 гуманитарный класс

31 мая 2015г

2 вариант

В заданиях В1–В10 записать ответ в указанном месте. Если получается несколько вариантов, нужно указать их все. Калькулятором, литературой, шпаргалкой и т.п. пользоваться нельзя.

Часть А

**A1.** Вычислите:  $(4\sqrt{8} + \frac{1}{2}\sqrt{32} - \frac{1}{3}\sqrt{18}) \cdot \sqrt{2}$ . Ответ: \_\_\_\_\_

**A2.** Упростите выражение:  $10a - 5(1 + a)^2$ . Ответ: \_\_\_\_\_

**A3.** Из уравнения прямой  $y = kx + b$  выразите угловой коэффициент  $k$ . Ответ: \_\_\_\_\_

**A4.** В треугольнике  $ABC$  угол  $A = 40^\circ$ , угол  $C = 50^\circ$ . Найти угол между высотой  $BH$  и биссектрисой  $BD$ . Ответ: \_\_\_\_\_

**A5.** Выполните деление дробей  $\frac{9x^2 - 6x + 1}{x^2 - 1} : \frac{3x - 1}{x + 1}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_

**A6.** Решите систему уравнений:  $\begin{cases} 2x + 5y = 4, \\ 3x + 10y = 8. \end{cases}$

Ответ: \_\_\_\_\_

**A7.** Решите неравенство:  $5(x + 2) - 6x < 8x - 8$ . Ответ: \_\_\_\_\_

**A8.** Не решая уравнение, определите, сколько оно имеет корней. Соотнесите уравнения с ответами.

1)  $x^2 + 8x + 16 = 0$ .      2)  $2x^2 + 3x - 5 = 0$ .      3)  $x^2 - 7x + 18 = 0$ .

А) Два корня.                  Б) Один корень.                  В) Нет действительных корней.

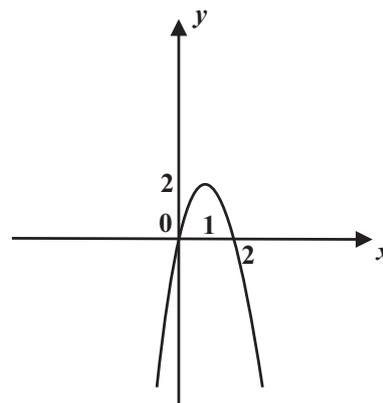
Ответ:

А	Б	В

**A9.** Расстояние между пристанями катер проходит по течению реки за 2 часа, а против течения реки за 3 часа. Какова скорость течения реки, если скорость катера в стоячей воде 25 км/ч? Ответ: \_\_\_\_\_

**A10.** По графику квадратичной функции найдите, при каких значениях  $x$  значения функции положительны.

Ответ: \_\_\_\_\_



Ответы к части А

**A1.** 18. **A2.**  $-5a^2 - 5$ . **A3.**  $\frac{y-b}{x}$ . **A4.** 5. **A5.**  $\frac{3x-1}{x-1}$ . **A6.**  $(0; \frac{4}{5})$ . **A7.**  $x > 2$ .

**A8.**

А	Б	В
2	1	3

**A9.** 5. **A10.**  $(0; 2)$ .

Часть В

Привести полное решение и ответ

**B1.** Найдите сумму корней уравнения:  $25x^2 - 9 = 0$ .

**B2.** Найдите значение выражения  $(3x - 2)^2 - (3x + 2)^2$  при  $x = -\frac{1}{24}$ .

**В3.** При помоле пшеницы получается 80% муки. Сколько пшеницы нужно смолоть, чтобы получить 220 кг пшеничной муки?

**В4.** В ромбе  $ABCD$  диагональ  $AC = 4\sqrt{5}$ , а радиус вписанной окружности 4. Найти площадь ромба.

**В5.** Известно, что график функции  $y = bx^2 - 5x + 5$  проходит через точку  $D(1; 3)$ . Найдите абсциссу вершины параболы.

Ответы к части В

**В1.** 0. **В2.** 1. **В3.** 275. **В4.** 80. **В5.**  $\frac{5}{6}$ .