

СУНЦ УрФУ

Вступительный тест по математике для поступающих в 8 класс
19 апреля 2015 г

1 вариант

Часть В

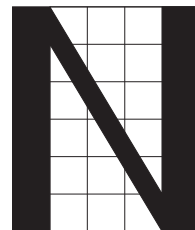
В заданиях В1–В10 записать ответ в указанном месте. Если получается несколько вариантов, нужно указать их все. Калькулятором, литературой, шпателькой и т.п. пользоваться нельзя.

В1. Решить уравнение: $\frac{0,4x-2}{3} - \frac{2,1x-1}{2} = 1$. Ответ: _____

В2. Известно, что $\frac{2x-y}{3x+2y} = \frac{4}{13}$. Найти $\frac{x^2}{y^2}$. Ответ: _____

В3. Вычислить: $202,5^2 - 201,5 \cdot 203,5 - 201$. Ответ: _____

В4. Площадь одной клеточки равна 1 см^2 . Найти площадь буквы N (см. рис.).
Ответ: _____



В5. Лиса и заяц соревновались в беге на 3 км. Когда лиса добежала до финиша, зайцу оставалось бежать еще 1 км. На какое расстояние нужно отодвинуть место старта лисы, чтобы они прибежали к финишу одновременно? Ответ: _____

В6. Вычислить: $\frac{75^{10} \cdot 25^3}{375^9 \cdot 5}$. Ответ: _____

В7. В треугольнике PKR на стороне KR отмечена точка A , а на стороне PR — точка B . Известно, что $AR = AB = KB = PB$ и $\angle R = 30^\circ$. Найти угол P . Ответ: _____

В8. Вася выстрелил в тире 60 раз, но попал в цель лишь 12 раз. После долгих тренировок частота попаданий увеличилась на 75%. При повторном посещении тира Вася выстрелил 200 раз. Сколько раз Вася попал в цель при повторном посещении? Ответ: _____

В9. Имеются отрезки с длинами 5; $3K$; $5K$. При каких целых K данные отрезки могут быть сторонами треугольника? Ответ: _____

В10. На координатной плоскости построены прямые $y = 2 + x$ и $y = 1 - x$. Они разбивают плоскость на 4 части. Занумеруем эти части против часовой стрелки, начиная с той, где лежит точка $A(-1; 0)$. В какой из частей лежит точка с координатами $(-2015; 2015)$? Ответ: _____

Ответы к части В

В1. $x = -14/11$.

В2. $9/4$. (Разделим числитель и знаменатель дроби $\frac{2x-y}{3x+2y}$ на y и получим уравнение для неизвестного x/y : $\frac{2(x/y)-1}{3(x/y)+2} = 4/13$.)

В3. -200 . ($202,5^2 - (202,5 - 1) \cdot (202,5 + 1) - 201 = 202,5^2 - (202,5^2 - 1) - 201$.)

В4. 15. (Оставшиеся незакрашенные кусочки составляют в прямоугольник со сторонами 3 и 5.)

В5. 1,5 км. (Лиса пробегает 3 км, пока заяц пробегает 2 км. Значит, чтобы заяц пробежал оставшийся 1 км, лисе надо пробежать еще 1,5 км.)

В6. $3/25 = 0,12$. ($\frac{75^{10} \cdot 25^3}{375^9 \cdot 5} = \frac{75^{10} \cdot 5^6}{5^9 \cdot 75^9 \cdot 5} = \frac{75}{5^4}$.)

В7. 45° . (В равнобедренном треугольнике углы при основании равны.)

В8. 70 или 190 в зависимости от трактовки условия.

В9. 1, 2. (Нужно проверить неравенство треугольника.)

В10. 4. (Точка $(-2015, 2015)$ лежит ниже прямой $y = 1 - x$ и выше прямой $y = 2 + x$.)

Часть С

В заданиях С1–С4 привести полные решения.

С1. Упростить: $\frac{1}{9-6x+x^2} : \frac{x}{x^2-9} + \frac{x+6}{9-x^2}$.

С2. В трехзначном числе a , не делящемся на 10, убрали последнюю цифру. Получилось число b . Найти наибольшее значение дроби $\frac{a}{b}$.

С3. Отец и сын вышли одновременно навстречу друг другу и шли с постоянными скоростями. Сын шел не останавливаясь, но в два раза медленнее отца. Отец же после каждых 1500 м отдыхал 15 минут. Через 2 часа они встретились ровно на середине пути, когда отец собирался в путь после отдыха. Найти начальное расстояние между отцом и сыном.

С4. На основании BC равнобедренного треугольника ABC отмечена точка D , а на его боковой стороне AC — точка E так, что $AE = AD$. Зная, что угол BAD равен 30° , найти величину угла CDE .

Решения и ответы к части С

С1. Вспомним формулы сокращенного умножения: $9 - 6x + x^2 = (3 - x)^2$, $x^2 - 9 = (x - 3)(x + 3)$. И применим к задаче:

$$\frac{1}{(x-3)^2} \cdot \frac{(x-3)(x+3)}{x} - \frac{x+6}{x^2-9} = \frac{(x+3)}{x(x-3)} - \frac{x+6}{(x-3)(x+3)}$$

Приведем дроби к общему знаменателю $x(x+3)(x-3) = x(x^2-9)$:

$$\frac{(x+3)^2}{x(x-3)(x+3)} - \frac{(x+6)x}{x(x-3)(x+3)} = \frac{(x^2+6x+9) - (x^2+6x)}{x(x^2-9)} = \frac{9}{x(x^2-9)}$$

Ответ. $\frac{9}{x(x^2-9)}$.

С2. По условию известно, что $a = 10b + x$, где x — это последняя цифра числа a , причем $x \neq 0$, а b — двузначное число.

Тогда $\frac{a}{b} = 10 + \frac{x}{b}$. Наибольшее значение дроби $\frac{x}{b}$ будет тогда, когда числитель — наибольший, а знаменатель — наименьший. Значит, $x = 9$, $b = 10$.

Ответ. $10\frac{9}{10}$.

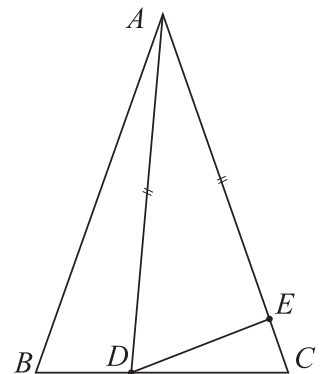
С3. Так как отец шел в два раза быстрее, а прошел столько, сколько и сын, то потратил он на этот путь в два раза меньше времени. Следовательно, из двух часов, потраченных на дорогу, отец отдыхал 1 час, то есть сделал 4 привала. Таким образом, отец прошел четыре промежутка по 1500 м, а перед пятым встретил сына. Половина пути равняется 6 км, значит весь путь — 12 км.

Ответ. Начальное расстояние между отцом и сыном равно 12 км.

С4.

Пусть $\angle DAE = 2\alpha$, тогда $\angle AED = \angle ADE = 90^\circ - \alpha$ и $\angle ABC = \angle ACB = 75^\circ - \alpha$. Для треугольника CDE угол AED является внешним, поэтому равен сумме внутренних углов, не смежных с ним: $90^\circ - \alpha = \angle CDE + 75^\circ - \alpha$. Из полученного равенства выражаем требуемый угол: $\angle CDE = 15^\circ$.

Ответ. $\angle CDE = 15^\circ$.



СУНЦ УрФУ

Вступительный тест по математике для поступающих в 8 класс
19 апреля 2015 г

2 вариант

Часть В

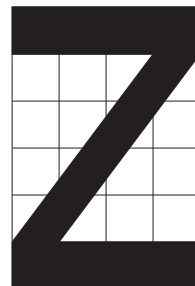
В заданиях В1–В10 записать ответ в указанном месте. Если получается несколько вариантов, нужно указать их все. Калькулятором, литературой, шпателькой и т.п. пользоваться нельзя.

В1. Решить уравнение: $\frac{0,3x+1}{3} - \frac{2,2x-1}{5} = 1$. Ответ: _____

В2. Известно, что $\frac{3x+y}{2x-3y} = -\frac{6}{7}$. Найти $\frac{y^2}{x^2}$. Ответ: _____

В3. Вычислить: $19, 14^2 - 20, 14 \cdot 18, 14 + 21$. Ответ: _____

В4. Площадь одной клеточки равна 1 см^2 . Найти площадь буквы *Z* (см. рис.).
Ответ: _____



В5. Черепаха соревновалась с ёжиком в беге на 60 м. Когда черепаха добежала до финиша, увлекшийся ёжик пробежал лишних 30 м. На какое расстояние нужно пододвинуть место старта черепахи, чтобы они финишировали одновременно? Ответ: _____

В6. Вычислить: $\frac{36^{10}}{247 \cdot (243)^3}$. Ответ: _____

В7. В треугольнике *ABC* на стороне *AB* отмечена точка *P*, а на стороне *AC* — точка *Q*. Известно, что $AP = PQ = BQ = QC$ и $\angle A = 40^\circ$. Найти угол *C*. Ответ: _____

В8. Ваня выстрелил в тире 200 раз и попал в цель 120 раз. Обрадовавшись, он целый месяц не тренировался, в результате частота попаданий уменьшилась на 20%. Снова посетив тир, он выстрелил 250 раз. Сколько раз Ваня попал в цель при повторном посещении? Ответ: _____

В9. Даны отрезки, длины которых равны $2K; 6K; 13$. При каких целых *K* эти отрезки могут быть сторонами треугольника? Ответ: _____

В10. На координатной плоскости построены прямые $y = x - 2$ и $y = -x - 1$. Они разбивают плоскость на 4 части. Занумеруем эти части по часовой стрелке, начиная с той, где лежит точка $A(1; 0)$. В какой из частей лежит точка с координатами $(2015, -2015)$? Ответ: _____

Часть С

В заданиях С1–С4 привести полные решения.

С1. Упростить: $\frac{a-4}{a^2-4} + \frac{1}{4+4a+a^2} : \frac{a}{4-a^2}$.

С2. В трехзначном числе *a*, не делящимся на 10, убрали последнюю цифру. Получилось число *b*. Найти наименьшее значение дроби $\frac{a}{b}$.

С3. Пешеход и велосипедист одновременно поспешили навстречу друг другу. Велосипедист ехал быстрее в 3 раза чем шел пешеход, но после каждых 2 км он подкачивал колеса 30 минут. Пешеход же шел без отдыха. Через 3 часа они встретились ровно на середине пути, когда велосипедист собирался снова подкачивать колеса. Найти начальное расстояние между ними.

С4. На основании *PR* равнобедренного треугольника *KPR* отмечена точка *A*, а на его боковой стороне *KR* — точка *B* так, что $KA = KB$. Зная, что угол *BAR* равен 20° , найти величину угла *PKA*.

Ответы ко второму варианту

В1. $-70/51$.

В2. 9.

В3. 22.

В4. 12.

В5. 20.

В6. $1/18$.

В7. 30° .

В8. 120 или 100 в зависимости от тракторки условия.

В9. 2, 3.

В10. 2.

С1. $\frac{-4}{a(a^2-4)}$.

С2. $10\frac{1}{99}$.

С3. 20 км.

С4. 40° .