

Вступительный тест по математике
для поступающих в физико-химический и химико-биологический классы
СУНЦ УрФУ
3 мая 2015 года
Вариант 1

Часть В

К каждому заданию приведите только ответ.

В1. Андрей старше Олега на 4 года, а Олег старше Бориса в 1,5 раза. Вместе им троим 36 лет. Сколько лет Олегу?

Ответ _____

В2. Вычислите значение выражения $\left(\sqrt{3\frac{5}{17}} - \sqrt{7\frac{7}{17}}\right) : \sqrt{\frac{7}{34}}$.

Ответ _____

В3. Решите уравнение $\frac{x}{x+1} - \frac{x}{x+2} = \frac{x^2-2}{x^2+3x+2}$.

Ответ _____

В4. Найдите область определения функции $y = \sqrt{\frac{-x^2+x-5}{x-2}}$.

Ответ _____

В5. Сколько целых решений имеет неравенство $\sqrt{x^2+3x-4} \cdot (x^2-x-12) \leq 0$?

Ответ _____

В6. В трапеции $ABCD$ AD и BC – основания, O – точка пересечения диагоналей. Площади треугольников AOD и BOC относятся как 9:4. Найдите отношение площадей треугольников ABD и CBD .

Ответ _____

В7. Найдите разность арифметической прогрессии $\{a_n\}$, в которой $a_8 - a_5 = -21,3$.

Ответ _____

В8. Площадь ромба равна 6 см^2 . Одна из его диагоналей в 3 раза больше другой. Найдите меньшую диагональ.

Ответ _____

Ответы к части В

В1	В2	В3	В4
12	-2	2	$(-\infty; 2)$
В5	В6	В7	В8
5	3:2	-7,1	2

Часть С

К заданиям приведите полное решение.

С1. Смешали 30%-ный раствор соляной кислоты с 10%-ным раствором этой же кислоты и получили 600 г 15%-ного раствора. Сколько граммов каждого раствора было взято?

С2. Решите систему уравнений

$$\begin{cases} x^2 - y = 0, \\ x + y - 6 = 0. \end{cases}$$

С3. Постройте график функции

$$y = \begin{cases} x^2 + 3x + 2, & x \leq 0; \\ |x - 2|, & x > 0. \end{cases}$$

Найдите все значения параметра k , при которых прямая $y = k$ пересекает график заданной функции в трех различных точках.

С4. В прямоугольный треугольник с углом 60° вписана окружность, радиус которой равен $2\sqrt{3}$ см. Найдите площадь этого треугольника.

Ответы и решения к части С

С1. Пусть масса первого раствора x г, тогда масса второго раствора будет $(600 - x)$ г. В первом растворе содержится $0,3x$ г соляной кислоты, во втором — $0,1(600 - x)$ г, что в сумме составляет $0,15 \cdot 600$ г кислоты в третьем растворе. Получаем уравнение

$$0,3x + 0,1(600 - x) = 0,15 \cdot 600$$

$$0,3x + 60 - 0,1x = 90$$

$$0,2x = 30$$

$$x = 150.$$

Ответ: было взято 150 граммов первого раствора и 450 граммов второго.

$$\text{С2. } \begin{cases} x^2 - y = 0, \\ x + y - 6 = 0 \end{cases} \iff \begin{cases} y = x^2, \\ x + x^2 - 6 = 0 \end{cases} \iff \begin{cases} y = x^2, \\ \begin{cases} x = -3, \\ x = 2 \end{cases} \end{cases} \iff \begin{cases} \begin{cases} x = -3, \\ y = 9; \end{cases} \\ \begin{cases} x = 2, \\ y = 4. \end{cases} \end{cases}$$

Ответ: $(-3; 9)$ и $(2; 4)$.

С3. Построим график функции $y = x^2 + 3x + 2$ на участке $x \leq 0$. Найдем вершину параболы: $x_0 = -\frac{3}{2} = -1,5$; $y_0 = y(-1,5) = 2,25 - 4,5 + 2 = -0,25$.

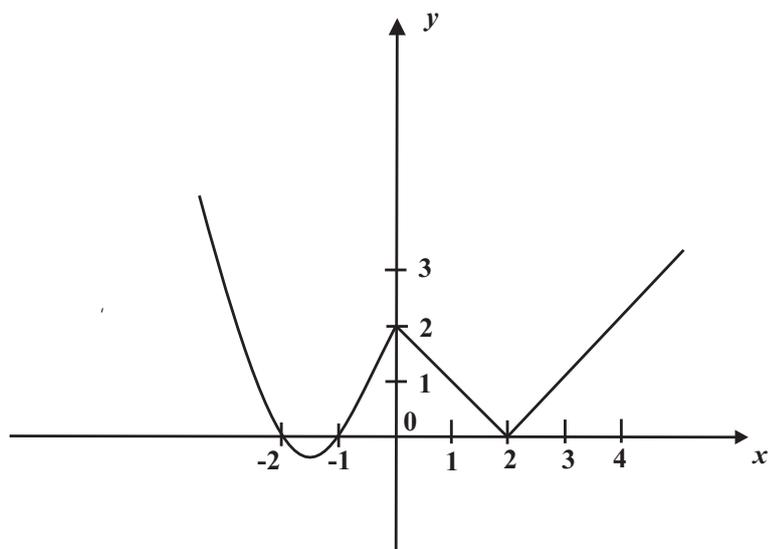
Найдем точки пересечения с осями координат.

$$\text{С осью } Ox : x^2 + 3x + 2 = 0 \implies x_1 = -2, x_2 = -1.$$

$$\text{С осью } Oy : y = y(0) = 2.$$

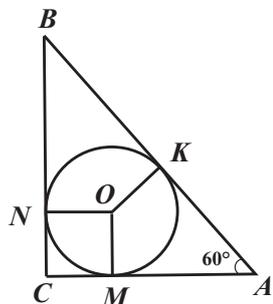
На этой же координатной плоскости построим график функции $y = |x - 2|$ при $x > 0$. При $0 < x \leq 2$ $y = 2 - x$. Это отрезок прямой, проходящей через точки $(1; 1)$ и $(2; 0)$.

При $x > 2$ $y = x - 2$. Это луч, проходящий через точки $(3; 1)$ и $(4; 2)$.



Прямая $y = k$ — это горизонтальная прямая, проходящая через точки с ординатой k . Она пересекает данный график ровно в трех точках при $k = 0$ и $k = 2$.

Ответ: $k = 0$ и $k = 2$.



С4. Пусть O — центр вписанной окружности треугольника ABC с гипотенузой AB и $\angle A = 60^\circ$. Обозначим точки касания данной окружности со сторонами треугольника за K , M и N , как показано на рисунке.

Тогда $OM = ON = OK = CM = CN = 2\sqrt{3}$ см. Центр вписанной окружности лежит на пересечении биссектрис, поэтому $\angle MAO = 30^\circ$.

Тогда $AM = OM \cdot \operatorname{ctg} 30^\circ = 2\sqrt{3} \cdot \sqrt{3} = 6$ см.

$AC = AM + MC = 6 + 2\sqrt{3}$ см.

$$BC = AC \cdot \operatorname{tg} 60^\circ = (6 + 2\sqrt{3})\sqrt{3} = 6\sqrt{3} + 6 \text{ см.}$$

$$S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} AC \cdot BC = \frac{1}{2}(6 + 2\sqrt{3})(6\sqrt{3} + 6) = 36 + 24\sqrt{3} \text{ см}^2.$$

Ответ: $36 + 24\sqrt{3}$ см².

Вступительный тест по математике
для поступающих в физико-химический и химико-биологический классы
СУНЦ УрФУ
3 мая 2015 года
Вариант 2

Часть В

К каждому заданию приведите только ответ.

В1. Бабушка старше мамы на 20 лет, а мама старше дочери в 2,5 раза. Вместе всем им 116 лет. Сколько лет маме?

Ответ _____

В2. Вычислите значение выражения $\left(\sqrt{23\frac{7}{15}} - \sqrt{13\frac{3}{15}}\right) : \sqrt{\frac{11}{30}}$.

Ответ _____

В3. Решите уравнение $\frac{3}{2x-1} + \frac{2x-1}{x-1} = \frac{1}{2x^2-3x+1}$.

Ответ _____

В4. Найдите область определения функции $y = \sqrt{\frac{-x^2+2x-4}{x+4}}$.

Ответ _____

В5. Сколько целых решений имеет неравенство $\sqrt{x^2+x-6} \cdot (x^2-4x-5) \leq 0$?

Ответ _____

В6. В трапеции $ABCD$ AD и BC – основания, O – точка пересечения диагоналей, $BO : OD = 3 : 4$. Найдите отношение площадей треугольников ABD и ABC .

Ответ _____

В7. Найдите разность арифметической прогрессии $\{a_n\}$, в которой $a_{10} - a_3 = -78,4$.

Ответ _____

В8. Диагонали ромба относятся как 3:4. Периметр ромба равен 20 см. Найдите площадь ромба.

Ответ _____

Ответы к части В

В1	В2	В3	В4
40	2	-0,75	$(-\infty; -4)$
В5	В6	В7	В8
5	4:3	-11,2	24

Часть С

К заданиям приведите полное решение.

С1. Имеется кусок сплава меди с оловом общей массой 12 кг, содержащий 45% меди. Сколько чистого олова нужно добавить к этому куску, чтобы получившийся новый сплав содержал 40% меди?

С2. Решите систему уравнений

$$\begin{cases} x^2 - y = 2, \\ 2x + y = -2. \end{cases}$$

С3. Постройте график функции

$$y = \begin{cases} x^2 + 4x + 3, & x \leq 0; \\ |x - 3|, & x > 0. \end{cases}$$

Найдите все значения параметра k , при которых прямая $y = k$ пересекает график заданной функции в трех различных точках.

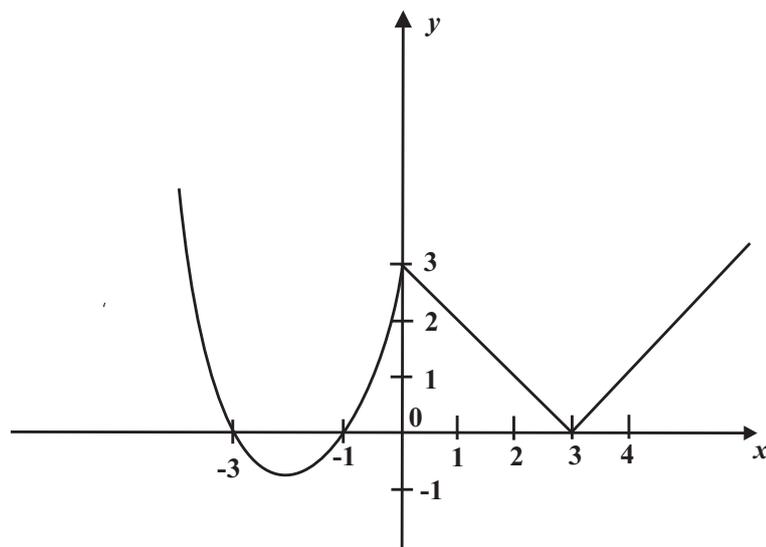
С4. В прямоугольный треугольник вписана окружность. Расстояние от ее центра до вершины угла в 60° этого треугольника равно 4 см. Найдите площадь этого треугольника.

Ответы к части С

С1. 1,5 кг.

С2. $(0; -2)$ и $(-2; 2)$.

С3. $k = 0$ и $k = 3$.



С4. $12 + 8\sqrt{3}$ см².