

В	С	Сумма	Балл	Подпись

**Вступительный тест по математике
для поступающих в биолого-экологический и химико-физический
классы СУНЦ УрФУ
май 2014 года
Вариант 1**

Часть В.

К каждому заданию приведите только ответ.

В1. Найдите значение выражения $(2\sqrt{20} - 3\sqrt{8} - 2\sqrt{5} + 2\sqrt{18}) \cdot 3\sqrt{10}$.

Ответ _____

В2. Решите уравнение $\frac{x^2 - 5x + 6}{x - 3} = 2$.

Ответ _____

В3. Упростите выражение $\left(\frac{a\sqrt{a} + b\sqrt{b}}{\sqrt{a} + \sqrt{b}} - \sqrt{ab} \right) : (a - b) + \frac{2\sqrt{b}}{\sqrt{a} + \sqrt{b}}$.

Ответ _____

В4. Решите неравенство $\frac{4x - (x + 1)(x + 3)}{x + 3} \geq 0$.

Ответ _____

В5. В прямоугольном треугольнике высота, проведенная к гипотенузе, делит прямой угол на два угла, один из которых равен 56° . Найдите меньший угол данного треугольника.

Ответ _____

В6. Больному прописано лекарство, которое нужно принимать по 0,5 г четыре раза в день в течение 7 дней. В одной упаковке 8 таблеток лекарства по 0,25 г. Какого наименьшего количества упаковок хватит на весь курс лечения?

Ответ _____

В7. При каком значении a график функции $y = x^2 - 3ax - a$ проходит через точку $A(2; 5)$?

Ответ _____

В8. В трапеции точка пересечения диагоналей делит одну из них на отрезки длиной 11 см и 14 см. Найдите основания трапеции, если ее средняя линия равна 25 см.

Ответ _____

Ответы к части В.

В1. $30\sqrt{2}$.

В2. $x = 4$.

В3. 1.

В4. $x < -3$.

В5. 34° .

В6. 7 упаковок.

В7. $a = -\frac{1}{7}$.

В8. $BC = 22, AD = 28$.

Часть С.

К заданиям нужно не только привести ответ, но и полностью оформить решение в чистовике.

С1. Решите систему уравнений $\begin{cases} x + y = 5, \\ x^2 + xy + y^2 = 19. \end{cases}$

С2. Найдите область определения функции $f(x) = \sqrt{9 - x^2} + \sqrt{x^2 - 5x + 6}$.

С3. Смешали 10%-ный и 30%-ный растворы соляной кислоты и получили 600 грамм 15%-ного раствора. Сколько граммов 10%-ного раствора было использовано?

С4. В равнобедренном треугольнике боковые стороны равны по 5 см, а высота, опущенная на основание, равна 3 см. Найдите радиус окружности, описанной около этого треугольника.

С5. Найти все значения параметра a , при которых уравнение $|2x + 2| = x - a$ не имеет решений.

Решение и ответы с части С.

$$\begin{aligned} \text{С1. } & \begin{cases} x + y = 5, \\ x^2 + xy + y^2 = 19; \end{cases} \\ & \begin{cases} x = 5 - y, \\ (5 - y)^2 + y(5 - y) + y^2 = 19. \end{cases} \\ & 25 - 10y + y^2 - y^2 + 5y + y^2 = 19. \\ & y^2 - 5y + 6 = 0. \\ & \begin{cases} y_1 + y_2 = 5, \\ y_1 \cdot y_2 = 6. \end{cases} \\ & y_1 = 3, \\ & y_2 = 2, \\ & x_1 = 2, \\ & x_2 = 3. \end{aligned}$$

Ответ: (2; 3); (3; 2).

$$\text{С2. Область определения функции задается системой } \begin{cases} 9 - x^2 \geq 0, \\ x^2 - 5x + 6 \geq 0. \end{cases}$$

Решением первого неравенства является промежуток $-3 \leq x \leq 3$, решением второго неравенства является объединения лучей $x \leq 2$ и $x \geq 3$. Пересекая полученные решения находим ответ: $x \in [-3; 2] \cup \{3\}$.

Ответ: $x \in [-3; 2] \cup \{3\}$.

С3. 1 раствор: x г — 100% кислота (0, 1 x) г — 10%

2 раствор: y г — 100% кислота (0, 3 y) г — 30%

Смешали $x + y = 600$ г — 100% кислота (0, 1 $x + 0, 3y$) г — 15%

$$\begin{aligned} & \begin{cases} x + y = 600, \\ 600 \cdot 15 = (0, 1x + 0, 3y) \cdot 100. \end{cases} \\ & y = 600 - x \quad 60 \cdot 15 = (600 - x) \cdot 3 + x. \\ & 60 \cdot 15 = 600 \cdot 3 - 2x. \\ & x = 450 \text{ г.} \end{aligned}$$

Ответ: использовано 450 г 10% —ного раствора.

С4. 1) $BH \perp AC$.

$$\triangle ABH \quad AH = \sqrt{5^2 - 3^2} = 4.$$

$$AC = 8.$$

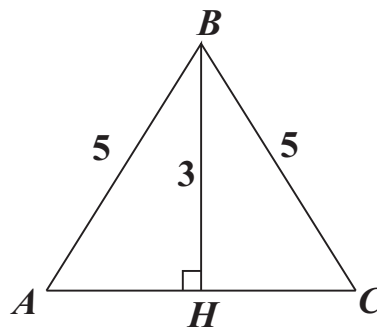
2) $S = \frac{a \cdot b \cdot c}{4R}$ — формула для треугольника.

$$S = \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 8 = 12.$$

$$12 = \frac{5 \cdot 5 \cdot 8}{4R}.$$

$$R = \frac{25}{6}.$$

Ответ: $R = \frac{25}{6}$.



С5. $|2x + 2| = x - a$

$$\left\{ \begin{array}{l} x - a \geq 0, \\ \left[\begin{array}{l} 2x + 2 = x - a, \\ 2x + 2 = -x + a. \end{array} \right. \end{array} \right. \iff \left\{ \begin{array}{l} x \geq a, \\ \left[\begin{array}{l} x = -a - 2, \\ x = \frac{a-2}{3}. \end{array} \right. \end{array} \right. \iff \left[\begin{array}{l} \left\{ \begin{array}{l} x \geq a, \\ x = -a - 2. \end{array} \right. \\ \left\{ \begin{array}{l} x \geq a, \\ x = \frac{a-2}{3}. \end{array} \right. \end{array} \right.$$

$x = -a - 2$ — является корнем при $-a - 2 \geq a$, т.е. $a \geq -2$.

$x = \frac{a-2}{3}$ является корнем при $\frac{a-2}{3} \geq a$ является корнем при $\frac{a-2}{3} \geq a$, т.е. $a \leq -1$.

Ответ: уравнение не имеет решения при $a > -1$.

В	С	Сумма	Балл	Подпись

Вступительный тест по математике
для поступающих в биолого-экологический и химико-физический
классы СУНЦ УрФУ
май 2014 года
Вариант 2

Часть В.

К каждому заданию приведите только ответ.

В1. Найдите значение выражения $(8\sqrt{24} - 12\sqrt{54} + 6\sqrt{96} - 4\sqrt{150}) : 2\sqrt{3}$.

Ответ _____

В2. Решите уравнение $\frac{x^2 - 6x + 5}{x - 1} = 1$.

Ответ _____

В3. Упростите выражение $\left(\frac{a\sqrt{a} - b\sqrt{b}}{\sqrt{a} - \sqrt{b}} + \sqrt{ab}\right) \cdot \left(\frac{\sqrt{a} - \sqrt{b}}{a - b}\right)^2$.

Ответ _____

В4. Решите неравенство $\frac{3x - (x + 1)(x + 2)}{x + 1} \geq 0$.

Ответ _____

В5. В треугольнике ABC AD – биссектриса, $\angle ACB = 21^\circ$, $\angle CAD = 30^\circ$.
Найдите $\angle ABC$.

Ответ _____

В6. Больному прописано лекарство, которое нужно принимать по 0,5 г три раза в день в течение 16 дней. В одной упаковке 12 таблеток лекарства по 0,25г. Какого наименьшего количества упаковок хватит на весь курс лечения?

Ответ _____

В7. При каком значении a график функции $y = x^2 - 2ax + a$ проходит через точку $B(-1; 2)$?

Ответ _____

В8. В трапеции точка пересечения диагоналей делит одну из них на отрезки длиной 9 см и 15 см. Найдите основания трапеции, если одно из них на 12 см больше другого.

Ответ _____

Ответы к части В.

В1. $-8\sqrt{2}$.

В2. $x = 6$.

В3. 1.

В4. $x < -1$.

В5. 99° .

В6. 8.

В7. $a = \frac{1}{3}$.

В8. 18 и 30.

Часть С.

К заданиям нужно не только привести ответ, но и полностью оформить решение в чистовике.

С1. Решите систему уравнений $\begin{cases} x + y = 4, \\ x^2 - 3xy + y^2 = 1. \end{cases}$

С2. Найдите область определения функции $f(x) = \sqrt{x^2 + x - 2} - \sqrt{4 - x^2}$.

С3. Смешали 10%-ный и 25%-ный растворы соли и получили 3 кг 20%-ного раствора. Сколько килограммов 10%-ного раствора было использовано?

С4. В равнобедренном треугольнике боковые стороны равны по 10 см, а высота, опущенная на основание, равна 8 см. Найдите радиус окружности, описанной около этого треугольника.

С5. Найти все значения параметра a , при которых уравнение $|2x - 4| = x + a$ не имеет решений.

Ответы к части С.

С1. $(1; 3); (3; 1)$.

С2. $[1; 2] \cup \{-2\}$.

С3. 1 кг.

С4. $R = \frac{25}{4}$.

С5. $a < -2$.