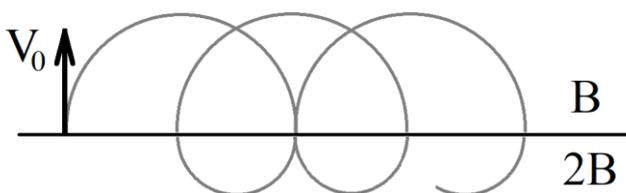


1. Известно, что при движении заряженной частицы в магнитном поле:

- ее скорость по модулю остается постоянной,
- частица движется по окружности, плоскость которой перпендикулярна направлению магнитного поля,
- причём радиус окружности обратно пропорционален величине магнитного поля и прямо пропорционален скорости частицы, то есть выражается формулой

$$R = \frac{kV_0}{B}.$$



С помощью специального устройства создано магнитное поле сложной конфигурации: в верхнем полупространстве величина

магнитного поля равна  $B$ , а в нижнем – в два раза больше (см. рисунок). В это магнитное поле влетает частица со скоростью  $V_0$  и начинает двигаться по чередующимся полуокружностям (см. рисунок).

Найдите:

- период вращения частицы;
- среднюю путевую скорость движения частицы за большой промежуток времени;
- перемещение частицы за большой промежуток времени и среднюю скорость, определяемую как перемещение в единицу времени.

**ВОЗМОЖНОЕ РЕШЕНИЕ:**

Определим период вращения частицы в магнитном поле  $B$ . За время, равное одному периоду, она пройдет расстояние, равное длине окружности

$$2\pi R_1 = \frac{2\pi kV_0}{B}.$$

Время  $T_1$ , за которое частица совершит полный оборот (период вращения), равно

$$T_1 = \frac{2\pi R_1}{V_0} = \frac{2\pi k}{B}.$$

Если магнитное поле равно  $2B$ , то радиус окружности будет в два раза меньше, т.е.

$$R_2 = \frac{kV_0}{2B}.$$

Период вращения частицы в таком поле будет равен

$$T_2 = \frac{2\pi R_2}{V_0} = \frac{2\pi k}{2B} = \frac{\pi k}{B}.$$

Период вращения частицы в поле, заданном в условии задачи, складывается из двух половиной периодов

$$T = \frac{1}{2}(T_1 + T_2) = \frac{3\pi k}{2B}.$$

За время, равное половине  $T_1$ , частица пройдет путь  $\pi R_1$  и совершит перемещение  $2R_1$ . Аналогичная ситуация будет с путем и перемещением за половину  $T_2$ .

Рассмотрим большой промежуток времени  $\Delta t \gg T$ . Пусть  $\Delta t = NT$ , где  $N$  – целое число (даже если это не так, то так как  $\Delta t \gg T$ , то  $N \rightarrow \infty$ ), тогда перемещение за этот промежуток времени будет равно

$$2(R_1 - R_2) = \frac{kV_0}{B}.$$

Средняя скорость будет равна

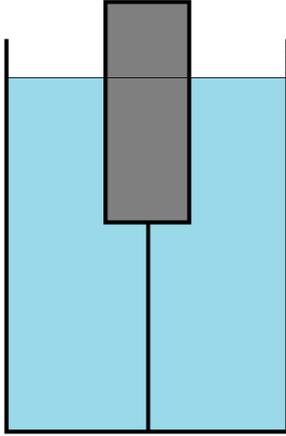
$$V_{cp} = \frac{2(R_1 - R_2)}{\Delta t} = \frac{N \cdot \frac{kV_0}{B}}{N \cdot T} = \frac{2V_0}{3\pi}.$$

Так по условию задачи частица движется в постоянной скоростью, то средняя путевая скорость равна

$$V_{cp}^{пут} = V_0.$$

### Критерии проверки:

№	Содержание критерия	Балл
1	<p>Определение периода вращения</p> <p><i>определена длина окружности (половина)</i></p> <p><i>определено время совершения полного оборота в поле <math>B</math> и <math>2B</math></i></p> <p><i>определен период вращения в данном поле (сумма двух полупериодов)</i></p>	<p>3</p> <p>1</p> <p>1</p> <p>3</p>
2	Определение средней путевой скорости	2
3	Определено перемещение за период и за большой промежуток времени	2
4	Определена средняя скорость (перемещение в единицу времени)	2



2. В цилиндрическом сосуде с водой находится частично погружённое в воду тело, привязанное натянутой нитью ко дну сосуда. При этом тело погружено в воду на две трети своего объёма. Если перерезать нить, то тело всплывёт и будет плавать погружённым в воду наполовину. Масса тела  $m = 30$  г, плотность воды  $\rho = 1,0$  г/см<sup>3</sup>, площадь дна сосуда  $S = 10$  см<sup>2</sup>.

Определить:

- силу натяжения нити в первом случае.
- на сколько изменится уровень воды в сосуде после перерезания нити.

### ВОЗМОЖНОЕ РЕШЕНИЕ:

Рассмотрим случай, когда тело прикреплено с помощью нити к дну сосуда. Сила натяжения нити  $T$  и сила тяжести  $mg$  (обе направлены вниз) компенсируются силой Архимеда  $F_{\text{Арх}}$  (направлена вверх)

$$T + mg = F_{\text{Арх}}.$$

Сила Архимеда равна

$$F_{\text{Арх}} = \frac{2}{3} \rho g V.$$

Здесь  $V$  – объём тела.

После перерезания нити сила тяжести должна быть уравновешена силой Архимеда  $F'_{\text{Арх}}$ . Сила Архимеда стала другой, так как тело погружено в воду только наполовину, поэтому

$$mg = F'_{\text{Арх}} = \frac{1}{2} \rho g V.$$

Из последнего соотношения найдём объём тела

$$V = \frac{2m}{\rho}.$$

Зная объём тела, определим силу натяжения нити  $T$  в первом случае

$$T = \frac{1}{6} \rho g V = \frac{1}{3} mg;$$

$$T = 0,1 \text{ Н}.$$

Обозначим уровень воды в сосуде (без всяких тел, нитей и т.д.)  $h_0$  и запишем уровень жидкости до перерезания нити  $h_1$

$$h_1 = h_0 + \frac{\frac{2}{3} V}{S}$$

и после того, как её перерезали

$$h_2 = h_0 + \frac{\frac{1}{2} V}{S}.$$

Определим изменение уровня жидкости  $\Delta h$

$$\Delta h = h_2 - h_1 = h_0 + \frac{\frac{1}{2} V}{S} - \left( h_0 + \frac{\frac{2}{3} V}{S} \right) = -\frac{1}{6} \frac{V}{S} = -\frac{1}{3} \frac{m}{\rho S};$$

$$\Delta h = -1 \text{ см.}$$

**Критерии проверки:**

№	Содержание критерия	Балл
1	Рассмотрение случая до перерезания нити	4
	<i>сделан рисунок, расставлены все силы</i>	1
	<i>записано условие покоя тела</i>	0,5
	<i>записано выражение для силы Архимеда с учетом 2/3 объема</i>	0,5
	Рассмотрение случая после перерезания нити	
	<i>сделан рисунок, расставлены все силы</i>	1
<i>записано условие покоя тела</i>	0,5	
<i>записано выражение для силы Архимеда с учетом 1/2 объема</i>	0,5	
2	Определение силы натяжения нити	2
	<i>вывод формулы</i>	1
	<i>числовое значение</i>	1
3	Определение того, как изменится уровень жидкости в сосуде	2
	<i>вывод формулы</i>	1
	<i>числовое значение</i>	1
	Примечание: абитуриенты могут использовать метод давления на дно. При использовании этого метода и получении правильного ответа выставляется полный балл	

3. Демонстрационная тележка двигалась вдоль длинной наклонной линейки с постоянным ускорением. В некоторый момент времени тележка, проехав мимо датчика, включила секундомер. В момент, когда секундомер показывал  $t_1 = 7$  с, тележка находилась против отметки  $x_1 = 70$  см, в момент  $t_2 = 9$  с – против отметки  $x_2 = 80$  см.

Определить:

- с каким ускорением двигалась тележка?
- чему равна начальная скорость тележки?
- где она будет находиться в момент времени  $t_3 = 15$  с.

### ВОЗМОЖНОЕ РЕШЕНИЕ:

Введём следующие обозначения:  $V_0$  - начальная скорость тележки,  $a$  - её ускорение. Ось ОХ проведём вдоль линейки, начало координат поместим в начало отсчёта длин по линейке (0).

В момент времени  $t_1 = 7$  с координата тележки была равна  $x_1 = 70$  см = 0,7 м, поэтому

$$x_1 = V_0 t_1 + \frac{a_x t_1^2}{2}.$$

В момент времени  $t_2 = 9$  с координата тележки равна  $x_2 = 80$  см = 0,8 м, поэтому

$$x_2 = V_0 t_2 + \frac{a_x t_2^2}{2}.$$

Из двух написанных уравнений определяем ускорение и начальную скорость тележки

$$a_x = \frac{2(x_1 t_2 - x_2 t_1)}{t_1 t_2 (t_1 - t_2)} = 0,011 \text{ м/с}^2;$$

$$V_0 = \frac{x_1}{t_1} - \frac{a_x t_1}{2} = 0,14 \text{ м/с}.$$

Знак «-», полученный для проекции ускорения означает, что тележка движется равнозамедленно, то есть начальная скорость и ускорение направлены противоположно, тележка тормозит. Скорее всего, тележки катнули снизу вверх, и она едет вверх по наклонной плоскости.

Определим координату тележки в момент времени  $t_3 = 15$  с

$$x_3 = V_0 t_3 + \frac{a_x t_3^2}{2}.$$

Подставив значения  $V_0$  и  $a_x$ , получим значение координаты тележки

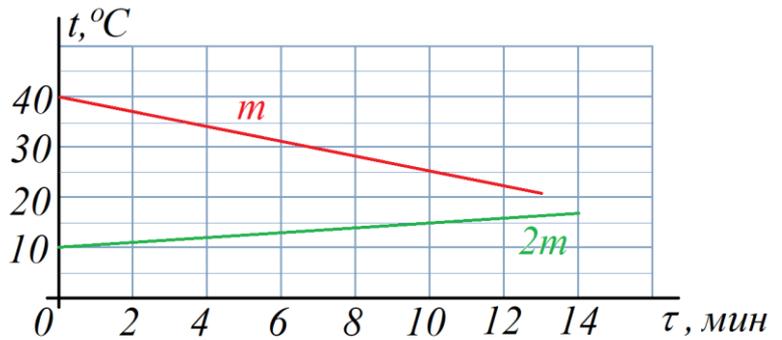
$$x_3 = 0,83 \text{ м}.$$

Это означает, что тележка уже успела поменять направление движения, и скатывается с наклонной плоскости.

**Критерии проверки:**

№	Содержание критерия	Балл
1	Записана зависимость координаты от времени для равноускоренного движения	1
2	Данное уравнение использовано для нахождения координат $x_1$ и $x_2$	1
2	Найдено ускорение (есть минус)	2
3	Найдена начальная скорость	1
4	Сделан вывод, что движение равнозамедленное	1
5	Определена координата в момент времени $t_3 = 15$ с (1 балл). Если проведен анализ и указано, что тележка движется вниз, то + 1 балл	До 2 баллов

4. Два тела массами  $m$  и  $2m$  приведены в тепловой контакт и могут обмениваться теплом только друг с другом. График зависимости температуры тел от времени представлен на рисунке.



Определить:

- отношение теплоемкостей тел  $c_{2m}/c_m$ ;

- конечную температуру тел.

- какой момент времени теплообмен между телами прекратится (секунды)?

### ВОЗМОЖНОЕ РЕШЕНИЕ:

По графику определим начальные температуры тел

$$t_{m0} = 40^{\circ}\text{C}; t_{2m0} = 10^{\circ}\text{C}.$$

Для определения отношения теплоёмкостей нужно определить температуры ещё в какой-то момент времени. Разумнее всего взять момент времени 10 минут, так как температуры в этот момент хорошо определяются

$$t_{m10} = 25^{\circ}\text{C}; t_{2m10} = 15^{\circ}\text{C}.$$

Так как тела обмениваются теплом только между собой, то можно записать уравнение теплового баланса

$$mc_m(t_{m10} - t_{m0}) + 2mc_{2m}(t_{2m10} - t_{2m0}) = 0.$$

Из записанного соотношения определим отношение теплоёмкостей

$$\frac{c_{2m}}{c_m} = \frac{3}{2}.$$

Для того, чтобы найти конечную температуру  $t$  ещё раз запишем уравнение теплового баланса

$$mc_m(t - t_{m0}) + 2mc_{2m}(t - t_{2m0}) = 0.$$

Конечная температура будет равна

$$t = 17,5^{\circ}\text{C}.$$

Для определения времени окончания теплообмена между телами рассмотрим охлаждение тела массой  $m$ . За 10 минут его температура упала на  $15^{\circ}\text{C}$ . А должна упасть на  $40^{\circ}\text{C} - 17,5^{\circ}\text{C} = 22,5^{\circ}\text{C}$ . Для этого потребуется 15 минут или 900 с.

### Критерии проверки:

№	Содержание критерия	Балл
1	Определены начальные температуры тел (по графику)	1
2	Определение отношения теплоёмкостей <i>выбран хороший момент времени (температуры хорошо определяются), при плохом выборе – 0 баллов</i> <i>определены температуры в этот момент времени (плохой выбор),</i> <i>записано уравнение теплового баланса,</i> <i>найденно отношение теплоёмкостей</i>	4 <i>1 (0)</i> <i>1 (0,5)</i> <i>1</i> <i>1</i>
3	Определение конечной температуры	2
4	Определение времени окончания теплообмена	1

5. Чтобы доску массой  $M = 20$  кг равномерно тащить по деревянному полу, сделанному из таких же досок, необходимо приложить силу  $F_1 = 100$  Н. На доску поставили деревянный ящик (опять же сделанный из тех же досок) массой  $m = 80$  кг. Определите: а) какую силу  $F_2$  необходимо приложить к доске, чтобы равномерно перемещать её вместе с ящиком по полу; б) какую силу  $F_3$  нужно приложить к доске, чтобы вытащить её из-под ящика, если ящик будет привязан к стене?

**ВОЗМОЖНОЕ РЕШЕНИЕ:**

Для того, чтобы доску равномерно перемещать по полу, сила  $F_1$  должна быть равна силе трения скольжения

$$F_1 = F_{\text{тр}M} = kMg.$$

Из записанного выражения найдем коэффициент трения

$$k = \frac{F_1}{Mg};$$

$$k = 0,5.$$

Для равномерного перемещения доски со стоящим на ней ящиком нужно к доске приложить силу

$$F_2 = F_{\text{тр}Mm} = k(M + m)g;$$

$$F_2 = 500 \text{ Н}.$$

Если ящик, стоящий на доске, будет привязан к стене (неподвижен) то, для того чтобы вытащить доску из-под ящика, нужно приложить силу, способную преодолеть силу трения покоя между доской и полом (пренебрегаем явлением застоя, считаем, что максимальное значение силы трения покоя равно силе трения скольжения, а её мы уже посчитали – она равна  $F_2$ ) и силу трения между ящиком и доской, которая равна  $kmg$

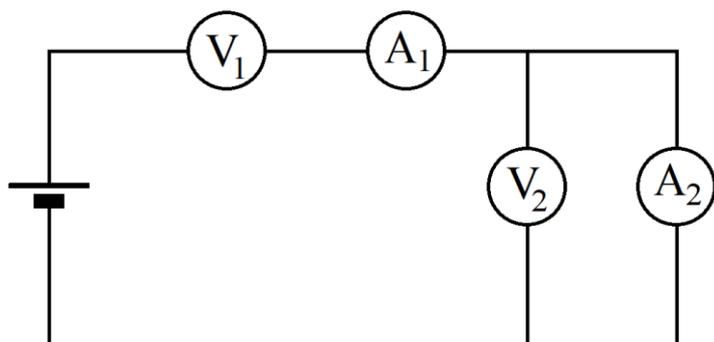
$$F_3 = k(M + m)g + kmg;$$

$$F_3 = 500 + 400 = 900 \text{ (Н)}.$$

**Критерии проверки:**

№	Содержание критерия	Балл
1	Нахождение коэффициента трения	1
2	Нахождение силы $F_2$	До 2 баллов
3	Нахождение силы $F_3$	До 2 баллов
4	Рисунки с правильно расставленными силами (по 1 баллу за каждую ситуацию)	До 3 баллов

6. Схему собирают из батарейки, двух одинаковых амперметров и двух одинаковых вольтметров. Амперметры  $A_1$  и  $A_2$  показывают соответственно 1,1 мА и 0,9 мА; вольтметр  $V_2$  показывает 0,25 В. Что показывает вольтметр  $V_1$ ? Чему равно напряжение батареи?



ВОЗМОЖНОЕ РЕШЕНИЕ:  
Обозначим ток через первый вольтметр и амперметр  $I_1$ , ток через второй амперметр  $I_2$ , ток через второй вольтметр  $I_{V2}$ . Закон сохранения заряда (правило Кирхгофа для узла, закон параллельного соединения

проводников) дает

$$I_{V2} = I_1 - I_2;$$

$$I_{V2} = 0,2 \text{ мА.}$$

Тогда становится возможным найти сопротивление вольтметра:

$$R_V = \frac{V_2}{I_{V2}}; \quad R_V = 125 \text{ Ом.}$$

Находим напряжение на первом вольтметре

$$V_1 = I_1 \cdot R_V; \quad V_1 = 0,1375 \text{ В.}$$

Зная показания второго вольтметра и ток через второй амперметр, находим сопротивление амперметра

$$R_A = \frac{V_2}{I_2}; \quad R_A = 278 \text{ Ом.}$$

Тогда можно найти напряжение на первом амперметре

$$U_1 = I_1 \cdot R_A; \quad U_1 = 0,305 \text{ В.}$$

Зная все напряжения, определим напряжение на клеммах источника

$$U = V_1 + U_1 + V_2;$$

$$U = 1,93 \text{ В.}$$

**Критерии проверки:**

№	Содержание критерия	Балл
1	Написано соотношение между токами через $V_2$ , $A_2$ и $A_1$	1
2	Определено сопротивление вольтметра	2
3	Определено сопротивление амперметра	2
4	Определено напряжение на первом вольтметре	2
5	Определено напряжение батареи	2