СУНЦ УрФУ
РАЗБОР вступительного экзамена по математике
для поступающих в 10 ФМ, ФТ, МИ и СЭ классы
Вариант 1

Часть 1

1. *(2 балла)* Вычислите: $74,7 \cdot \dfrac{2}{21} + (-105,3) \cdot 2\dfrac{3}{7} - (-105,3) \cdot \dfrac{2}{21} - 2\dfrac{3}{7} \cdot 74,7$.

Решение:

$$74,7 \cdot \frac{2}{21} + (-105,3) \cdot 2\frac{3}{7} - (-105,3) \cdot \frac{2}{21} - 2\frac{3}{7} \cdot 74,7 =$$

$$= (-105,3) \cdot \left(2\frac{3}{7} - \frac{2}{21}\right) + 74,7 \cdot \left(\frac{2}{21} - 2\frac{3}{7}\right) = \left(2\frac{3}{7} - \frac{2}{21}\right)(-105,3 - 74,7) = \frac{7}{3} \cdot (-180) = -420.$$

Ответ: -420.

2. *(2 балла)* Найдите числа a, b и c, если выполняются условия: $a + b + c = 21$ и $(a + b) : (b + c) : (c + a) = 5 : 9 : 7$.

Решение: пусть $a+b = 5x$, $b+c = 9x$, $a+c = 7x$. Сложив эти равенства, получим $2(a+b+c) = 21x$, откуда $x = 2$. Из $a + b = 10$ и $a + b + c = 21$ находим $c = 11$. Подставляя $x = 2$ и $c = 11$, определяем $b = 7$ и $a = 3$.

Ответ: $a = 3$, $b = 7$ и $c = 11$.

3. *(2 балла)* Решите неравенство: $\dfrac{(x-1)^2}{|x-1|} \leqslant 1$.

Решение: учитывая, что $(x - 1)^2 = |x - 1|^2$, сократим левую часть неравенства при $x \neq 1$. Осталось решить $|x - 1| \leqslant 1$ при $x \neq 1$. Решением первого неравенства являются все $x \in [0; 2]$. С учетом ОДЗ из этого отрезка надо исключить одну точку $x = 1$.

Ответ: $[0; 1) \cup (1; 2]$.

4. *(2 балла)* Две окружности касаются внутренним образом (рис. 1). Параллельные хорды AB и CD являются касательными к меньшей окружности, причем $AB = CD = 10$ см. Найдите площадь заштрихованной фигуры.

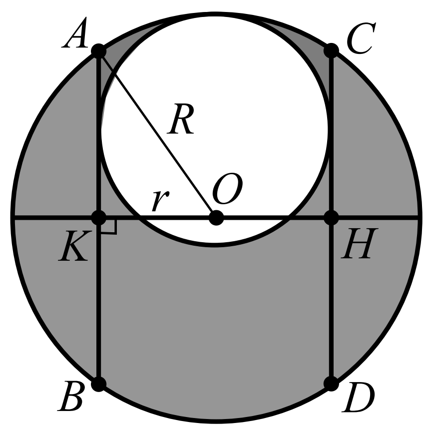

Рис. 1

Решение: проведем диаметр большей окружности (с центром в точке O радиуса R) перпендикулярно данным хордам и обозначим точки пересечения его с хордами через K и H (рис. 1). Тогда K — середина $[AB]$ и $KH = 2r$ — диаметр меньшей окружности. Из теоремы Пифагра сразу получим, что $R^2 - r^2 = (AB/2)^2 = 25$. Площадь заштрихованной фигуры равна $\pi(R^2 - r^2) = 25\pi$.

Ответ: 25π.

5. *(2 балла)* В сплав магния и алюминия, содержащий 15 кг алюминия, добавили 10 кг магния, после чего содержание магния в сплаве повысилось на 5%. Сколько весил сплав первоначально?

Решение: пусть x(кг) — масса магния в первом сплаве, тогда получим уравнение

$$\frac{x+10}{x+25} \cdot 100 - \frac{x}{x+15} \cdot 100 = 5.$$

После несложных преобразований получим квадратное уравнение $x^2+40x-2625 = 0$ с единственным неотрицательным корнем $x = 35$. Отсюда $x + 15 = 50$(кг) — первоначальная масса сплава.

Ответ: 50.

6. *(3 балла)* Решите уравнение $3\left(2-\sqrt{3}\right)^2+2\left(2-\sqrt{3}\right)-3=-3+2x+3x^2$.

Решение: сразу сократим на -3 обе части, перенесем переменные в левую часть и выполним группировку

$$3\left((2-\sqrt{3})^2-x^2\right)+2\left((2-\sqrt{3})-x\right)=0 \Leftrightarrow 3\left((2-\sqrt{3})-x\right)\cdot\left((2-\sqrt{3})+x\right)+2\left((2-\sqrt{3})-x\right)=0 \Leftrightarrow$$

$$\left((2-\sqrt{3})-x\right)\left(3((2-\sqrt{3})+x)+2\right)=0,$$

откуда находим корни $x_1=2-\sqrt{3}$ и $x_2=(-8/3)+\sqrt{3}$.

Ответ: $x_1=2-\sqrt{3}$ и $x_2=(-8/3)+\sqrt{3}$.

7. *(3 балла)* При $2<x<6$ упростите выражение $\dfrac{x^2+x-42}{\sqrt{36-12x+x^2}}+\dfrac{x^2+5x-14}{\sqrt{4-4x+x^2}}$.

Решение: при $x\in(2;6)$ преобразуем знаменатели следующим образом

$$\sqrt{36-12x+x^2}=\sqrt{(6-x)^2}=|6-x|=6-x,$$

$$\sqrt{4-4x+x^2}=\sqrt{(2-x)^2}=|2-x|=x-2.$$

Теперь находим корни числителей и раскладываем числители на множители следующим образом: $x^2+x-42=(x-6)(x+7)$ и $x^2+5x-14=(x-2)(x+7)$. Исходное выражение преобразовали к виду

$$\frac{(x-6)(x+7)}{6-x}+\frac{(x-2)(x+7)}{x-2}=-(x+7)+x+7=0.$$

Ответ: 0.

8. *(3 балла)* Около трапеции с высотой 3 см описана окружность. Угол между радиусами окружности, проведенными к концам боковой стороны, равен 60°. Найдите площадь трапеции

Решение: по условию центральный угол AOB равен 60° (рис. 2), откуда $\angle ADB=30^\circ$ (по свойству вписанного угла, опирающегося на ту же дугу). Из прямоугольного треугольника BDH сразу находим $BD=6$. Учитывая, что в окружность можно вписать только равнобедренную трапецию, получим $AC=6$, $\angle CAD=\angle ADB=30^\circ$. Отсюда угол между диагоналями AC и BD равен 60° (наименьший угол, образованный прямыми, которые их содержат), поэтому $S_{ABCD}=\frac{1}{2}AC\cdot BD\cdot\sin 60^\circ=$ $=18\cdot(\sqrt{3}/2)=9\sqrt{3}$.

Ответ: $9\sqrt{3}$.

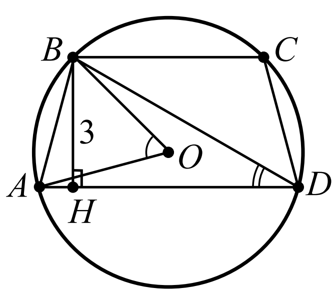

Рис. 2

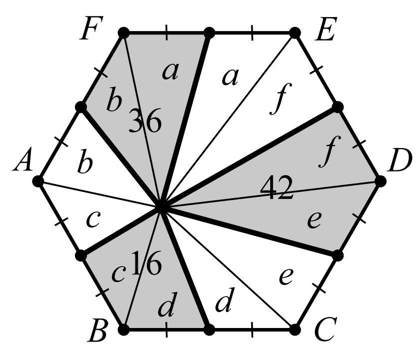

Рис. 3

9. *(3 балла)* Найти площадь фигуры, координаты точек которой удовлетворяют неравенству $|x-1|+|y-1| \leqslant 4$.

Решение: сделав замену $x' = x-1$, $y' = y-1$, мы параллельно перенесли точки искомой фигуры на вектор $\overrightarrow{v} = (-1,-1)$. При параллельном переносе площадь сохраняется, поэтому достаточно найти площадь фигуры в плоскости $O'x'y'$, координаты точек которой удовлетворяют неравенству $|x'|+|y'| \leqslant 4$. Нетрудно понять, что этой фигурой будет квадрат, диагонали которого имеют длину 8, лежат на координатных осях и пересекаются в точке O'. Очевидно, что площадь такого квадрата равна 32.

Ответ: 32.

10. *(3 балла)* Найдите площадь правильного шестиугольника $ABCDEF$, если известны площади трех его подмножеств на рис. 3.

Решение: воспользуемся известным фактом, что медиана делит площадь треугольника пополам и обозначим площади треугольников так, как это сделано на рис 3. Учитывая, что по условию $a+b=36$, $c+d=16$ и $e+f=42$, получим

$$S_{ABCDEF} = 2(a+b+c+d+e+f) = 2(36+16+42) = 188.$$

Ответ: 188.

Часть 2

11. *(6 баллов)* Решите систему уравнений $\begin{cases} x^2y+xy^2=30, \\ x+xy+y=11. \end{cases}$

Решение: Сделаем замену $\begin{cases} x+y=a, \\ xy=b \end{cases}$ и получим систему $\begin{cases} ab=30, \\ a+b=11, \end{cases}$ решением которой являются пары $(5,6)$ и $(6,5)$. Возвращаясь к переменным x и y, получим две системы: $\begin{cases} x+y=5, \\ xy=6 \end{cases}$ и $\begin{cases} x+y=6, \\ xy=5. \end{cases}$. Из первой системы получаем два решения $(2,3)$, $(3,2)$, из второй — $(1,5)$, $(5,1)$.

Ответ: $(2,3)$, $(3,2)$, $(1,5)$, $(5,1)$.

12. *(6 баллов)* Площадь трапеции $ABCD$ равна 68, а основания относятся $AD:BC = 3:1$. На основании BC выбрана точка M так, что $BM:MC = 3:2$. Найдите площади треугольников, на которые диагональ AC разбивает треугольник AMD.

Решение: обозначим $BM = 3x$, тогда $MC = 2x$ и $AD = 15x$ (рис. 4). Площадь трапеции равна $10x \cdot h = 68$, где h — длина ее высоты, тогда площадь треугольника AMD равна $\frac{1}{2} \cdot 15xh = 51$. Теперь заметим, что треугольники COM и AOD подобны (по двум углам) с коэффициентом подобия $2x : 15x = 2 : 15$, откуда $MO : OD = 2 : 15$. Учитывая, что треугольники AOM, AOD и AMD имеют общую высоту из точки A, получим $S_{AOM} = \frac{2}{17} \cdot S_{AMD} = 6$ и $S_{AOD} = \frac{15}{17} \cdot S_{AMD} = 45$.

Ответ: 6 и 45.

13. *(6 баллов)* К прямоугольной доске 7см×9см добавили одну клетку 1см×1см так, как это сделано на рис. 5. Можно ли получившуюся фигуру замостить «доминошками» 1см×2см? «Доминошки» не должны выходить за границы фигуры и накладываться друг на друга, их также нельзя ставить на ребро. Ответ обосновать.

Решение: разделим доску на клетки 1см×1см и раскрасим их в шахматном порядке так, как это сделано на рис. 5. Елси бы фигуру можно было замостить «доминошками» указанным образом, то одна «доминошка» занимала одну белую и одну черную клетки, поэтому количество белых и количество черных клеток должны быть одинаковыми. Нетрудно убедиться, что черных клеток на две больше. Противоречие, поэтому такое замощение невозможно.

Ответ: нет.

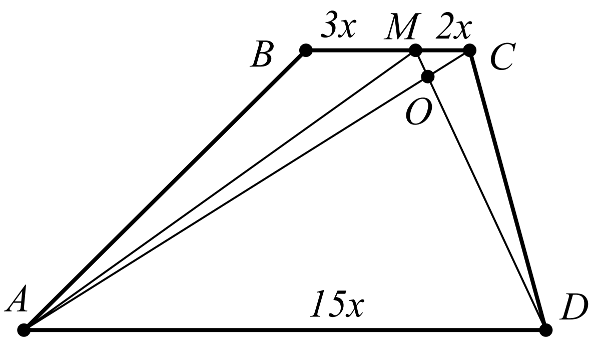

Рис. 4

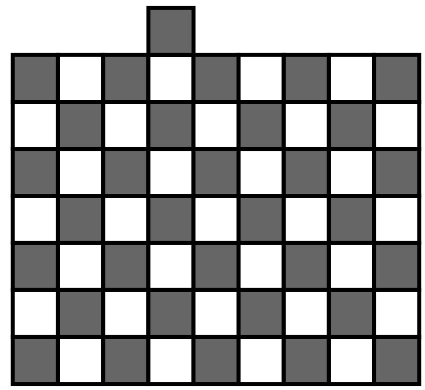

Рис. 5

14. *(7 баллов)* Найдите все значения параметра a, при каждом из которых уравнение

$$\left(x^2 - 2ax + 2a - 1\right)\sqrt{x+a} = 0$$

имеет в точности два различных корня.

Решение: данное уравнение равносильно совокупности

$$\left[\begin{array}{l} x + a = 0, \\ \left\{\begin{array}{l} x^2 - 2ax + 2a - 1 = 0, \\ x + a \geqslant 0. \end{array}\right. \end{array}\right.$$

Заметим, что $x = -a$ всегда является решением уравнения. При любом значении a квадратное уравнение $x^2 - 2ax + 2a - 1 = 0$ имеет два корня (возможно, совпадающие) $x = 2a - 1$ и 1. Поэтому, чтобы исходное уравнение имело в точности два различных корня, нужно, чтобы какие-нибудь два корня из трех были равны и все удовлетворяли ОДЗ, либо все они были различны, но ровно один из корней квадратного уравнения не попадал в ОДЗ. Таким образом получаем следующие случаи:

1) $\left\{\begin{array}{l} 2a - 1 = 1, \\ 1 > -a; \end{array}\right.$ 2) $\left\{\begin{array}{l} 2a - 1 = -a, \\ 1 > -a; \end{array}\right.$ 3) $\left\{\begin{array}{l} 1 = -a, \\ 2a - 1 > -a; \end{array}\right.$ 4) $\left\{\begin{array}{l} 2a - 1 > -a, \\ 1 < -a; \end{array}\right.$ 5) $\left\{\begin{array}{l} 1 > -a, \\ 2a - 1 < -a. \end{array}\right.$

Первые две системы нам дают значения $a = 1$ и $a = \dfrac{1}{3}$, третья и четвертая решений не имеют, из пятой получим промежуток $-1 < a < \dfrac{1}{3}$.

Ответ: $a \in \left(-1; \dfrac{1}{3}\right] \cup \{1\}$.

СУНЦ УрФУ
РАЗБОР вступительного экзамена по математике
для поступающих в 10 ФМ, ФТ, МИ и СЭ классы
Вариант 2

Часть 1

1. *(2 балла)* Вычислите: $0,815 \cdot \left(-\dfrac{2}{3}\right) - \dfrac{1}{6} \cdot (-4,385) + (0,815) \cdot \dfrac{1}{6} - (-4,385) \cdot \left(-\dfrac{2}{3}\right)$.

Решение:

$$0,815 \cdot \left(-\frac{2}{3}\right) - \frac{1}{6} \cdot (-4,385) + (0,815) \cdot \frac{1}{6} - (-4,385) \cdot \left(-\frac{2}{3}\right) =$$

$$= 0,815 \cdot \left(-\frac{2}{3} + \frac{1}{6}\right) + (-4,385) \cdot \left(-\frac{1}{6} + \frac{2}{3}\right) = \left(\frac{1}{6} - \frac{2}{3}\right)(0,815 + 4,385) = -2,6.$$

Ответ: $-2,6$.

2. *(2 балла)* Найдите числа a, b и c, если выполняются условия: $a+b+c = 18$ и $(a+b):(b+c):(c+a) = 2:4:3$.

Решение: пусть $a+b = 2x$, $b+c = 4x$, $a+c = 3x$. Сложив эти равенства, получим $2(a+b+c) = 9x$, откуда $x = 4$. Из $a+b = 8$ и $a+b+c = 18$ находим $c = 10$. Подставляя $x = 4$ и $c = 10$, определяем $b = 6$ и $a = 2$.

Ответ: $a = 2$, $b = 6$ и $c = 10$.

3. *(2 балла)* Решите неравенство: $\dfrac{(2-x)^2}{|2-x|} \leqslant 1$.

Решение: учитывая, что $(2-x)^2 = |2-x|^2$, сократим левую часть неравенства при $x \neq 2$. Осталось решить $|2-x| \leqslant 1$ при $x \neq 2$. Решением первого неравенства являются все $x \in [1;3]$. С учетом ОДЗ из этого отрезка надо исключить одну точку $x = 2$.

Ответ: $[1;2) \cup (2;3]$.

4. *(2 балла)* Две окружности касаются внутренним образом (рис. 1). Параллельные и равные хорды AB и CD являются касательными к меньшей окружности. Площадь заштрихованной фигуры равна 36π. Найдите длину хорды AB.

Решение: проведем диаметр большей окружности (с центром в точке O радиуса R) перпендикулярно данным хордам и обозначим точки пересечения его с хордами через K и H (рис. 1). Тогда K — середина $[AB]$ и $KH = 2r$ — диаметр меньшей окружности. Из теоремы Пифагра сразу получим, что $R^2 - r^2 = (AB/2)^2$. Площадь заштрихованной фигуры равна $\pi(R^2 - r^2) = 36\pi$, поэтому $(AB/2)^2 = 36$ или $AB = 12$.

Ответ: 12.

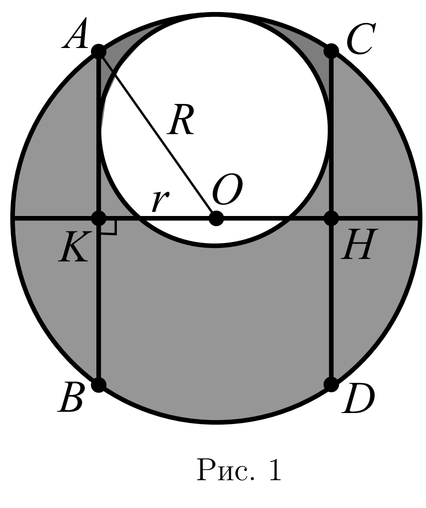

Рис. 1

5. *(2 балла)* В сплав магния и алюминия, содержащий 3 кг алюминия, добавили 2 кг магния, после чего содержание магния в сплаве повысилось на 5%. Сколько весил сплав первоначально?

Решение: пусть x(кг) — масса магния в первом сплаве, тогда получим уравнение

$$\frac{x+2}{x+5} \cdot 100 - \frac{x}{x+3} \cdot 100 = 5.$$

После несложных преобразований получим квадратное уравнение $x^2+8x-105=0$ с единственным неотрицательным корнем $x=7$. Отсюда $x+3=10$(кг) — первоначальная масса сплава.

Ответ: 10.

6. *(3 балла)* Решите уравнение $5\left(1+\sqrt{2}\right)^2-2\left(1+\sqrt{2}\right)+43=43+2x+5x^2$.

Решение: сразу сократим на 43 обе части, перенесем переменные в левую часть и выполним группировку

$$5\left((1+\sqrt{2})^2-x^2\right)-2\left((1+\sqrt{2})+x\right)=0 \Leftrightarrow 5\left((1+\sqrt{2})-x\right)\cdot\left((1+\sqrt{2})+x\right)-2\left((1+\sqrt{2})+x\right)=0 \Leftrightarrow$$

$$\left((1+\sqrt{2})+x\right)\left(5((1+\sqrt{2})-x)-2\right)=0,$$

откуда находим корни $x_1=-\sqrt{2}-1$ и $x_2=(3/5)+\sqrt{2}$.

Ответ: $x_1=-\sqrt{2}-1$ и $x_2=(3/5)+\sqrt{2}$.

7. *(3 балла)* При $3<x<5$ упростите выражение $\dfrac{x^2-7x+12}{\sqrt{9-6x+x^2}}+\dfrac{x^2+3x-40}{\sqrt{25-10x+x^2}}$.

Решение: при $x\in(3;5)$ преобразуем знаменатели следующим образом

$$\sqrt{9-6x+x^2}=\sqrt{(3-x)^2}=|3-x|=x-3,$$

$$\sqrt{25-10x+x^2}=\sqrt{(5-x)^2}=|5-x|=5-x.$$

Теперь находим корни числителей и раскладываем числители на множители следующим образом: $x^2-7x+12=(x-3)(x-4)$ и $x^2+3x-40=(x-5)(x+8)$. Исходное выражение преобразовали к виду

$$\frac{(x-3)(x-4)}{x-3}+\frac{(x-5)(x+8)}{5-x}=(x-4)-(x+8)=-12.$$

Ответ: -12.

8. *(3 балла)* Около трапеции со средней линией 3 см описана окружность. Угол между радиусами окружности, проведенными к концам боковой стороны, равен 120°. Найдите площадь трапеции

Решение: по условию центральный угол AOB равен 120° (рис. 2), откуда $\angle ADB=60^\circ$ (по свойству вписанного угла, опирающегося на ту же дугу). Учитывая, что в окружность можно вписать только равнобедренную трапецию, получим $AH=(AD-BC)/2$, откуда $DH=AD-(AD-BC)/2=$ $=(AD+BC)/2=3$. Из прямоугольного треугольника BDH сразу находим $BD=3/\cos 60^\circ=6$. Также из равнобедренности трапеции получим $AC=6$, $\angle CAD=\angle ADB=60^\circ$. Отсюда угол между диагоналями AC и BD равен 60°, поэтому $S_{ABCD}=\frac{1}{2}AC\cdot BD\cdot\sin 60^\circ=18\cdot(\sqrt{3}/2)=9\sqrt{3}$.

Ответ: $9\sqrt{3}$.

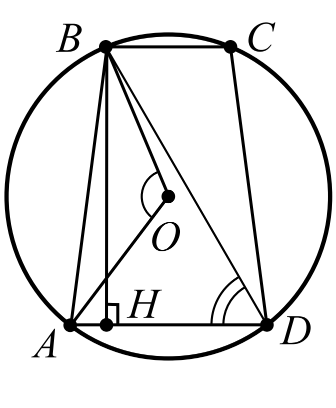

Рис. 2

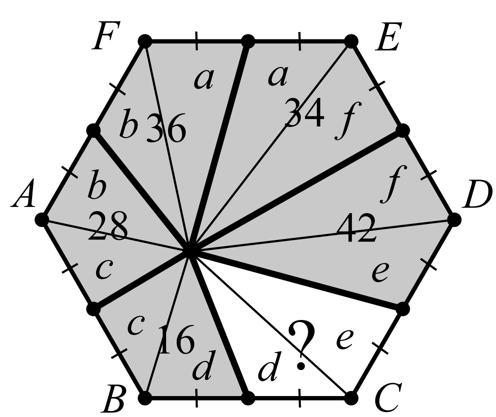

Рис. 3

9. *(3 балла)* Найти площадь фигуры, координаты точек которой удовлетворяют неравенству $|x+1|+|y-1| \leqslant 2$.

Решение: сделав замену $x' = x+1$, $y' = y-1$, мы параллельно перенесли точки искомой фигуры на вектор $\overrightarrow{v} = (1, -1)$. При параллельном переносе площадь сохраняется, поэтому достаточно найти площадь фигуры в плоскости $O'x'y'$, координаты точек которой удовлетворяют неравенству $|x'|+|y'| \leqslant 2$. Нетрудно понять, что этой фигурой будет квадрат, диагонали которого имеют длину 4, лежат на координатных осях и пересекаются в точке O'. Очевидно, что площадь такого квадрата равна 8.

Ответ: 8.

10. *(3 балла)* Найдите площадь незаштрихованной части правильного шестиугольника $ABCDEF$, если известны площади пяти его подмножеств на рис. 3.

Решение: воспользуемся известным фактом, что медиана делит площадь треугольника пополам и обозначим площади треугольников так, как это сделано на рис 3. Учитывая, что по условию $a+b=36$, $c+d=16$ и $e+f=42$, получим

$$S_{ABCDEF} = 2(a+b+c+d+e+f) = 2(36+16+42) = 188.$$

Теперь легко находится площадь оставшейся части $d+e = 188-16-34-42-28-36 = 32$.

Ответ: 32.

Часть 2

11. *(6 баллов)* Решите систему уравнений $\begin{cases} x^2y+xy^2=-6, \\ x+xy+y=-1. \end{cases}$

Решение: Сделаем замену $\begin{cases} x+y=a, \\ xy=b \end{cases}$ и получим систему $\begin{cases} ab=-6, \\ a+b=-1, \end{cases}$ решением которой являются пары $(-3,2)$ и $(2,-3)$. Возвращаясь к x и y, получим две системы $\begin{cases} x+y=-3, \\ xy=2 \end{cases}$ и $\begin{cases} x+y=2, \\ xy=-3. \end{cases}$ Из первой системы получаем два решения $(-1,-2)$, $(-2,-1)$, из второй — $(-1,3)$, $(3,-1)$.

Ответ: $(-1,-2)$, $(-2,-1)$, $(-1,3)$, $(3,-1)$.

12. *(6 баллов)* Площадь трапеции $ABCD$ равна 66, а основания относятся $AD : BC = 2 : 1$. На основании BC выбрана точка M так, что $BM : MC = 1 : 3$. Найдите площади треугольников, на которые диагональ AC разбивает треугольник AMD.

Решение: обозначим $BM = x$, тогда $MC = 3x$ и $AD = 8x$ (рис. 4). Площадь трапеции равна $6x \cdot h = 66$, где h — длина ее высоты, тогда площадь треугольника AMD равна $\frac{1}{2} \cdot 8xh = 44$. Теперь заметим, что треугольники COM и AOD подобны (по двум углам) с коэффициентом подобия $3x : 8x = 3 : 8$, откуда $MO : OD = 3 : 8$. Учитывая, что треугольники AOM, AOD и AMD имеют общую высоту из точки A, получим $S_{AOM} = \frac{3}{11} \cdot S_{AMD} = 12$ и $S_{AOD} = \frac{8}{11} \cdot S_{AMD} = 32$.

Ответ: 12 и 32.

13. *(6 баллов)* К прямоугольной доске 8см×8см добавили две клетки 1см×1см так, как это сделано на рис. 5. Можно ли получившуюся фигуру замостить «доминошками» 1см×2см? «Доминошки» не должны выходить за границы фигуры и накладываться друг на друга, их также нельзя ставить на ребро. Ответ обосновать.

Решение: разделим доску на клетки 1см×1см и раскрасим их в шахматном порядке так, как это сделано на рис. 5. Если бы фигуру можно было замостить «доминошками» указанным образом, то одна «доминошка» занимала одну белую и одну черную клетки, поэтому количество белых и количество черных клеток должны быть одинаковыми. Нетрудно убедиться, что черных клеток на две больше. Противоречие, поэтому такое замощение невозможно.

Ответ: нет.

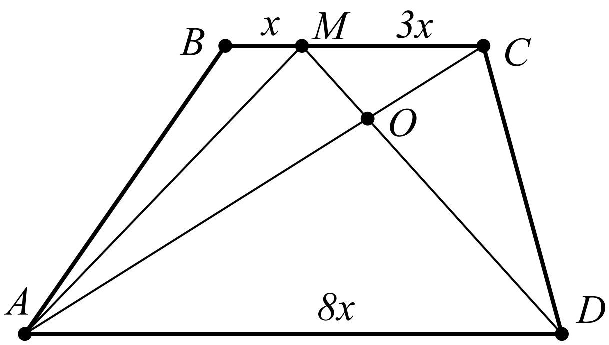

Рис. 4

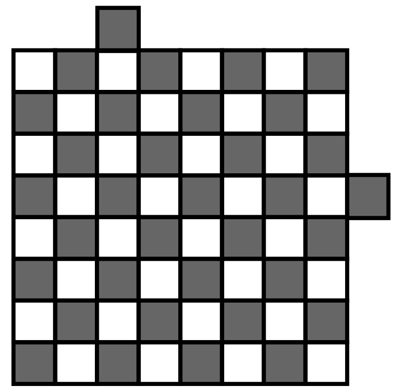

Рис. 5

14. *(7 баллов)* Найдите все значения параметра a, при каждом из которых уравнение

$$\left(x^2+(2a-2)x+1-2a\right)\sqrt{x-a}=0$$

имеет в точности два различных корня.

Решение: Данное уравнение равносильно совокупности

$$\left[\begin{array}{l} x-a=0, \\ \left\{\begin{array}{l} x^2+(2a-2)x+1-2a=0, \\ x-a\geqslant 0. \end{array}\right. \end{array}\right.$$

Заметим, что $x=a$ всегда является решением уравнения. При любом значении a квадратное уравнение $x^2+(2a-2)x+1-2a=0$ имеет два корня (возможно, совпадающие) $x=1-2a$ и 1. Поэтому, чтобы исходное уравнение имело в точности два различных корня, нужно, чтобы какие-нибудь два корня из трех были равны и все удовлетворяли ОДЗ, либо все они были различны, но ровно один из корней квадратного уравнения не попадал в ОДЗ. Таким образом получаем следующие случаи:

1) $\left\{\begin{array}{l} 1-2a=1, \\ 1>a; \end{array}\right.$ 2) $\left\{\begin{array}{l} 1-2a=a, \\ 1>a; \end{array}\right.$ 3) $\left\{\begin{array}{l} 1=a, \\ 1-2a>a; \end{array}\right.$ 4) $\left\{\begin{array}{l} 1-2a>a, \\ 1<a; \end{array}\right.$ 5) $\left\{\begin{array}{l} 1>a, \\ 1-2a<a. \end{array}\right.$

Первые две системы нам дают значения $a=0$ и $a=\dfrac{1}{3}$, третья и четвертая решений не имеют, из пятой получим промежуток $\dfrac{1}{3}<a<1$.

Ответ: $a\in\{0\}\cup\left[\dfrac{1}{3};1\right)$.

Ответы
Вариант 1

1. -420. **2.** $a = 3$, $b = 7$ и $c = 11$. **3.** $[0; 1) \cup (1; 2]$. **4.** 25π. **5.** 50.
6. $x_1 = 2 - \sqrt{3}$ и $x_2 = (-8/3) + \sqrt{3}$. **7.** 0. **8.** $9\sqrt{3}$. **9.** 32. **10.** 188.

11. $(2, 3)$, $(3, 2)$, $(1, 5)$, $(5, 1)$. **12.** 6 и 45. **13.** Нет. **14.** $a \in \left(-1; \frac{1}{3}\right] \cup \{1\}$.

Критерии проверки

1. Верный по модулю ответ, но противоположный по знаку — 1 балл.
2. Хотя бы одна верно найденная переменная — 1 балл.
3. Отличающийся от верного конечным количеством точек — 1 балл.
5. Записанная в ответ масса магния — 1 балл.
6. Только один верно найденный корень — 1 балл.

По остальным задачам первой части максимум дается только при условии верного ответа, иначе — 0 баллов.

11. 2 балла — за решение системы относительно $x + y$, xy (нахождение хотя бы одной пары), ИЛИ получение верного уравнения-следствия относительно x или y.
По 1 баллу — за каждую верно полученную пару решений (x, y).
Минус балл — за каждую арифметическую ошибку.

12. 2 балла — за верно найденную площадь треугольника AMD.
2 балла — за верно найденное отношение, в котором диагональ делит отрезок MD.
По 1 баллу — за каждую верно найденную площадь треугольников, на которые диагональ разбивает треугольник AMD.
Минус балл — за каждую арифметическую ошибку.

13. 3 балла — за шахматную раскраску.
2 балла — замечание того, что «доминошка» покрывает два разноцветных поля.
1 балл — определение разного количества черных и белых полей.

14. 1 балл — за переход к равносильной совокупности.
1 балл — за верное нахождение корней квадратного уравнения.
По 1 баллу — за каждый случай (подходящий условию задачи и доведенный до конца).
Минус 1 балл — за каждую арифметическую ошибку.

Ответы
Вариант 2

1. $-2,6$. **2.** $a = 2$, $b = 6$ и $c = 10$. **3.** $[1;2) \cup (2;3]$. **4.** 12. **5.** 10.
6. $x_1 = -\sqrt{2} - 1$ и $x_2 = (3/5) + \sqrt{2}$. **7.** -12. **8.** $9\sqrt{3}$. **9.** 8. **10.** 32.

11. $(-1,-2)$, $(-2,-1)$, $(-1,3)$, $(3,-1)$. **12.** 12 и 32. **13.** Нет. **14.** $a \in \{0\} \cup \left[\frac{1}{3};1\right)$.

Критерии проверки

1. Верный по модулю ответ, но противоположный по знаку — 1 балл.
2. Хотя бы одна верно найденная переменная — 1 балл.
3. Отличающийся от верного конечным количеством точек — 1 балл.
5. Записанная в ответ масса магния — 1 балл.
6. Только один верно найденный корень — 1 балл.

По остальным задачам первой части максимум дается только при условии верного ответа, иначе — 0 баллов.

11. 2 балла — за решение системы относительно $x + y$, xy (нахождение хотя бы одной пары), ИЛИ получение верного уравнения-следствия относительно x или y.
По 1 баллу — за каждую верно полученную пару решений (x, y).
Минус балл — за каждую арифметическую ошибку.

12. 2 балла — за верно найденную площадь треугольника AMD.
2 балла — за верно найденное отношение, в котором диагональ делит отрезок MD.
По 1 баллу — за каждую верно найденную площадь треугольников, на которые диагональ разбивает треугольник AMD.
Минус балл — за каждую арифметическую ошибку.

13. 3 балла — за шахматную раскраску.
2 балла — замечание того, что «доминошка» покрывает два разноцветных поля.
1 балл — определение разного количества черных и белых полей.

14. 1 балл — за переход к равносильной совокупности.
1 балл — за верное нахождение корней квадратного уравнения.
По 1 баллу — за каждый случай (подходящий условию задачи и доведенный до конца).
Минус 1 балл — за каждую арифметическую ошибку.