СПЕЦИАЛИЗИРОВАННЫЙ УЧЕБНО-НАУЧНЫЙ ЦЕНТР УРАЛЬСКОГО ФЕДЕРАЛЬНОГО УНИВЕРСИТЕТА

Решения вступительного экзамена по математике для поступающих в 10 хим. класс
2 мая 2022г.
1 вариант

Часть 1

1. *(3 балла)* Вычислите $\dfrac{2^{19}\cdot 27^3+15\cdot 4^9\cdot 9^4}{6^9\cdot 2^{10}+12^{10}}$.

Решение:

$$\frac{2^{19}\cdot 27^3+15\cdot 4^9\cdot 9^4}{6^9\cdot 2^{10}+12^{10}}=\frac{2^{19}\cdot 3^9+3\cdot 5\cdot 2^{18}\cdot 3^8}{2^9\cdot 3^9\cdot 2^{10}+2^{20}\cdot 3^{10}}=\frac{2^{19}\cdot 3^9+2^{18}\cdot 3^9\cdot 5}{2^{19}\cdot 3^9+2^{20}\cdot 3^{10}}=\frac{2^{18}\cdot 3^9(2+5)}{2^{19}\cdot 3^9(1+2\cdot 3)}=\frac{7}{2\cdot 7}=\frac{1}{2}.$$

Ответ: $\dfrac{1}{2}$.

2. *(2 балла)* Вычислите $\sqrt{8+2\sqrt{7}}-\sqrt{11-4\sqrt{7}}+2$.

Решение:

$$\sqrt{8+2\sqrt{7}}-\sqrt{11-4\sqrt{7}}+2=\sqrt{(1+\sqrt{7})^2}-\sqrt{(2-\sqrt{7})^2}+2=$$
$$=1+\sqrt{7}-\left|2-\sqrt{7}\right|+2=1+\sqrt{7}-(\sqrt{7}-2)+2=1+\sqrt{7}-\sqrt{7}+2+2=5\,.$$

Ответ: 5.

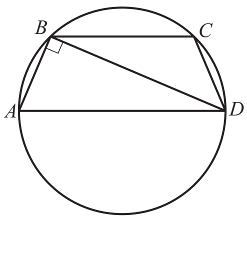
3. *(3 балла)* Решите неравенство $\left|\dfrac{x-2}{2x-1}\right|\geq 1$. В ответ запишите сумму всех целых решений неравенства.

Решение:

$$\left[\begin{array}{l}\dfrac{x-2}{2x-1}\geq 1,\\ \dfrac{x-2}{2x-1}\leq -1;\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\dfrac{x-2-2x+1}{2x-1}\geq 0,\\ \dfrac{x-2+2x-1}{2x-1}\leq 0;\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\dfrac{-x-1}{2x-1}\geq 0,\\ \dfrac{3x-3}{2x-1}\leq 0.\end{array}\right.$$

Получаем $x\in[-1;1]$. Сумма всех целых решений неравенства: $-1+0+1=0$.
Ответ: 0.

4. *(2 балла)* Трапеция $ABCD$ вписана в окружность $(BC \parallel AD)$. Известно, что $AB=6$ см; $BD\perp AB$; $BD=8$ см. Найдите площадь круга, ограниченного этой окружностью.



Решение: $AD^2=AB^2+BD^2, AD=10$. AD является диаметром описанной окружности (прямой угол опирается на полуокружность). $AD=2R$;
$R=5; S=\pi R^2=25\pi$.

Ответ: 25π.

5. *(2 балла)* Упростите выражение $\dfrac{6}{a-1}-\dfrac{10}{(a-1)^2}:\dfrac{10}{a^2-1}-\dfrac{2a+2}{a-1}$.

Решение:

$$\frac{6}{a-1}-\frac{10}{(a-1)^2}:\frac{10}{a^2-1}-\frac{2a+2}{a-1}=\frac{6}{a-1}-\frac{10\cdot(a-1)(a+1)}{(a-1)^2\cdot 10}-\frac{2a+2}{a-1}=$$
$$=\frac{6}{a-1}-\frac{a+1}{a-1}-\frac{2a+2}{a-1}=\frac{6-a-1-2a-2}{a-1}=\frac{-3a+3}{a-1}=-3\,.$$

Ответ: -3.

6. *(2 балла)* Звездочкой обозначают знаки “+” или “−” совершенно произвольно. Может ли выполняться равенство $1*2*3*4*5*6*7*8*9=30$? Если “да”, то запишите пример расстановки знаков.

Решение: При сложении или вычитании пяти нечетных чисел будет получаться нечетное число. При сложении или вычитании полученного нечетного числа с остальными четными числами будет получаться нечетное число.

Ответ: нет.

7. *(2 балла)* Первоначальную цену товара увеличили сначала на 60%, а затем еще на 25% от новой цены. На сколько процентов нужно уменьшить окончательную цену, чтобы вернуться к первоначальной цене?

Решение: Пусть x – первоначальная цена товара, $1,6x$ – цена после повышения, $1,25\cdot 1,6x=2x$ – цена после повторного повышения. Тогда $2x-100\%$. Получаем: $x-50\%$. Это значит, что понижать нужно на 50%.

Ответ: 50%.

8. *(3 балла)* Найдите область определения функции $f(x)=\sqrt{\dfrac{(2+x-x^2)(x-4)}{(x+3)(x^2-4)}}$.

Решение:

$$\frac{(2+x-x^2)(x-4)}{(x+3)(x^2-4)}\geq 0 \qquad \frac{(x+1)(x-2)(x-4)}{(x+3)(x-2)(x+2)}\leq 0\,.$$

Ответ: $x\in(-3;-2)\cup[-1;2)\cup(2;4]$.

9. *(3 балла)* Решите уравнение $x^2+2x+\sqrt{x^2+2x+8}=12$. В ответ запишите сумму его корней.

Решение:

$$x^2+2x+\sqrt{x^2+2x+8}+8-8-12=0; \qquad x^2+2x+8+\sqrt{x^2+2x+8}-20=0.$$

Пусть $\sqrt{x^2+2x+8}=t\geq 0$, тогда $t^2+t-20=0$, откуда $t_1=-5$, $t_2=4$. Корень t_1 не удовлетворяет условию $t\geq 0$. Выполним обратную замену

$$\sqrt{x^2+2x+8}=4; x^2+2x+8=16 \qquad x^2+2x-8=0.$$

Откуда $x_1=-4; x_2=2$.

Ответ: -2.

10. *(3 балла)* Найдите длину биссектрисы AD прямоугольного треугольника ABC с прямым углом A, если $AB=3, AC=2$.

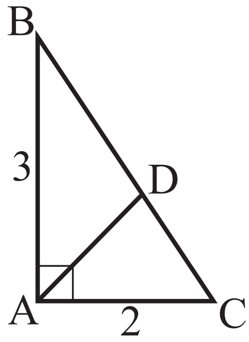
Решение:

По теореме о биссектрисе угла треугольника $\dfrac{BD}{DC} = \dfrac{AB}{AC} = \dfrac{3}{2}$.

По теореме Пифагора $BC^2 = AB^2 + AC^2$; $BC = \sqrt{13}$, тогда из треугольника $\triangle\ ABC$: $\cos\angle C = \dfrac{2}{\sqrt{13}}$, значит $DC = \dfrac{2}{5}\sqrt{13}$.

По теореме косинусов $AD^2 = AC^2 + DC^2 - 2 \cdot AC \cdot DC \cdot \cos\angle C$; $AD = \sqrt{\dfrac{72}{25}} = \dfrac{6\sqrt{2}}{5}$.

Ответ: $\dfrac{6\sqrt{2}}{5}$.



Часть 2

11. *(5 баллов)* Имеется два раствора. Если смешать их в пропорции 1 : 3, то получится 12% раствор. Если смешать эти растворы в пропорции 4 : 7, то получится 17% раствор. Какова процентная концентрация исходных растворов?

Решение: Пусть концентрация $I-$го раствора составляет $x\%$, концентрация $II-$го раствора составляет $y\%$. При смешивании этих растворов в пропорции 1 : 3 получим $III-$й раствор.

	Масса	Концентрация %	Масса вещества
$I-$й раствор	1	$x\%$	$\dfrac{x}{100}$
$II-$й раствор	3	$y\%$	$3 \cdot \dfrac{y}{100}$
$III-$й раствор	4	12%	$4 \cdot \dfrac{12}{100}$

При смешивании этих растворов в пропорции 4 : 7 получим $IV-$й раствор.

	Масса	Концентрация %	Масса вещества
$I-$й раствор	4	$x\%$	$4 \cdot \dfrac{x}{100}$
$II-$й раствор	7	$y\%$	$7 \cdot \dfrac{y}{100}$
$IV-$й раствор	11	17%	$11 \cdot \dfrac{17}{100}$

Составим и решим систему уравнений:

$$\begin{cases} \dfrac{x}{100} + 3 \cdot \dfrac{y}{100} = 4 \cdot \dfrac{12}{100}, \\ 4 \cdot \dfrac{x}{100} + 7 \cdot \dfrac{y}{100} = 11 \cdot \dfrac{17}{100}; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 45, \\ y = 1. \end{cases}$$

Ответ: концентрация I-го раствора составляет 45%, концентрация II-го раствора составляет 1%.

Критерии:

3 балла – вычислительная ошибка;

2 балла – верно составлена система;

1 балл – верно составлено одно уравнениею

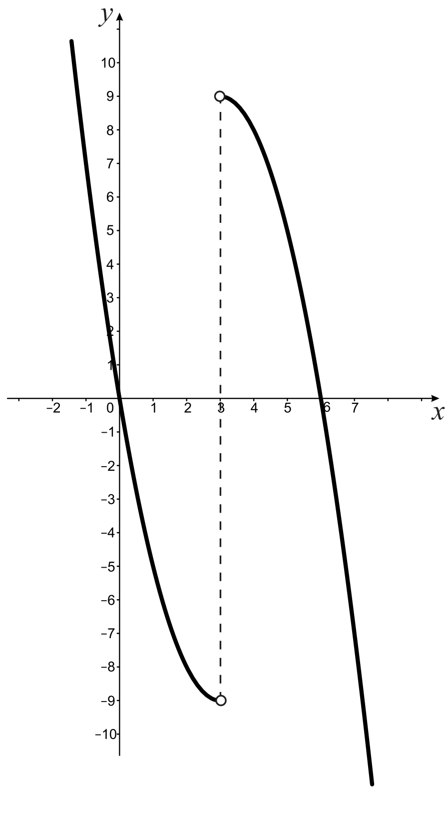
12. *(5 баллов)* Найдите все значения параметра a такие, что уравнение $(a-1)x^4 - \sqrt{2}x^2 + 4 = 0$ имеет два различных корня.

Решение:
1-й случай: $a = 1$; $-\sqrt{2}x^2 + 4 = 0$; $x^2 = 2\sqrt{2} \Rightarrow x = \pm\sqrt[4]{8}$
2-й случай: $a \neq 1$; Сделаем замену $x^2 = t \geq 0$; $(a-1)t^2 - \sqrt{2}t + 4 = 0$. Два корня будет если $D = 0$ и $t > 0$ или $D > 0$ и корни имеют разные знаки. $D = 18 - 16$a. $D = 0$ при $a = \dfrac{9}{8}$, $t = 4\sqrt{2} > 0$. $D > 0$, по теореме Виета $t_1 \cdot t_2 = \dfrac{4}{a-1} < 0$; $\Rightarrow a < 1$

Ответ: $a \in (-\infty; 1] \cup \{\dfrac{9}{8}\}$.

Критерии:
4 балла – ошибка в объединении ответов или не рассмотрен случай, когда старший коэффициент равен 0
3 балла – вычислительная ошибка;
2 балла – ошибка в определении знаков корней квадратного уравнения;
1 балл – рассмотрен один случай ($D = 0$ или старший коэффициент равен 0).

13. *(7 баллов)* Постройте график функции $y = \dfrac{|x-3|}{3-x}(x^2 - 6x)$. При каких значениях m прямая $y = m$ имеет две общие точки с графиком?



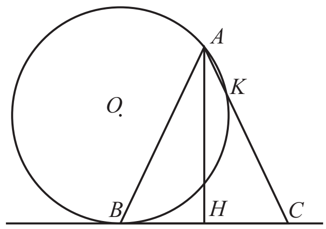
Решение: ООФ: $x \neq 3$

$$y = \begin{cases} -x^2 + 6x; & x > 3 \\ x^2 - 6x; & x < 3 \end{cases}$$

Найдем координаты выколотых точек ($x = 3$):
$y(3) = -9 + 18 = 9$; $A(3; 9)$.
$y(3) = 9 - 18 = -9$; $B(3; -9)$.
Прямая $y = m$ параллельна Ox и имеет с графиком ровно 2 общие точки при $m \in (-9; 9)$.
Ответ: $m \in (-9; 9)$.

Критерии:
6 баллов – неверно указаны значения параметра в концах отрезка;
4 балла – верно построен график;
2 балла – верно построен 1 случай графика с применением понятия модуля.

14. *(8 баллов)* Окружность радиуса $\sqrt{13}$ проходит через вершину A равнобедренного треугольника ABC, касается основания BC в точке B и пересекает сторону AC в точке K так, что $3AK = KC$. Найти длину боковой стороны треугольника ABC.



Решение: Пусть $AK = x; KC = 3x; AB = AC = 4x$. По теореме о квадрате касательной $BC^2 = CK \cdot CA = 12x^2; BC = 2x\sqrt{3}$. В треугольнике ABH: $\cos \angle ABH = \dfrac{BH}{AB} = \dfrac{0,5BC}{AC} = \dfrac{x\sqrt{3}}{4x} = \dfrac{\sqrt{3}}{4}$. По теореме об угле между касательной и хордой $\angle ABC = \dfrac{1}{2}\overset{\smile}{AB} = \alpha; \angle AOB = 2\alpha$ (центральный угол); $cos2\alpha = 2cos^2\alpha - 1 = -\dfrac{5}{8}$. В треугольнике AOB по теореме косинусов

$$AB^2 = OB^2 + OA^2 - 2OB \cdot OA \cos \angle BOA = 13 + 13 - 2 \cdot \sqrt{13} \cdot \sqrt{13} \cdot \left(-\frac{5}{8}\right) = \frac{169}{4}; \quad AB = \frac{13}{2} = 6,5.$$

Ответ: $6,5$.

Критерии:

7 баллов – вычислительная ошибка;

4 балла – применение теоремы об угле между касательной и хордой;

3 балла – верно найден косинус $\angle ABC$;

1 балл – применение теоремы о квадрате касательной.

СПЕЦИАЛИЗИРОВАННЫЙ УЧЕБНО-НАУЧНЫЙ ЦЕНТР УРАЛЬСКОГО ФЕДЕРАЛЬНОГО УНИВЕРСИТЕТА

Решения вступительного экзамена по математике для поступающих в 10 хим. класс
2 мая 2022г.
2 вариант

1. *(3 балла)* Вычислите $\dfrac{4^{15}\cdot 9^9-4\cdot 3^{20}\cdot 8^9}{2^9\cdot 6^{19}-5\cdot 2^{29}\cdot 27^6}$.

Решение:

$$\frac{4^{15}\cdot 9^9-4\cdot 3^{20}\cdot 8^9}{2^9\cdot 6^{19}-5\cdot 2^{29}\cdot 27^6}=\frac{2^{30}\cdot 3^{18}-2^2\cdot 3^{20}\cdot 2^{27}}{2^9\cdot 2^{19}\cdot 3^{19}-5\cdot 2^{29}\cdot 3^{18}}=\frac{2^{30}\cdot 3^{18}-2^{29}\cdot 3^{20}}{2^{28}\cdot 3^{19}-5\cdot 2^{29}\cdot 3^{18}}=$$
$$=\frac{2^{29}\cdot 3^{18}(2-3^2)}{2^{28}\cdot 3^{18}(3-5\cdot 2)}=\frac{2\cdot(-7)}{-7}=2.$$

Ответ: 2.

2. *(2 балла)* Вычислите $\sqrt{6-2\sqrt5}+\sqrt{14-6\sqrt5}-3$.

Решение:

$$\sqrt{6-2\sqrt5}+\sqrt{14-6\sqrt5}-3=\sqrt{(1-\sqrt5)^2}+\sqrt{(3-\sqrt5)^2}-3=\left|1-\sqrt5\right|+\left|3-\sqrt5\right|-3=$$
$$=\sqrt5-1+3-\sqrt5-3=-1.$$

Ответ: -1.

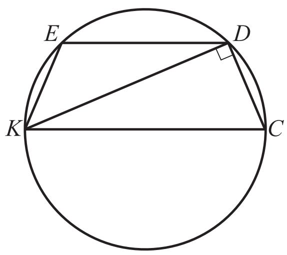
3. *(3 балла)* Решите неравенство $\left|\dfrac{x-3}{2x-3}\right|\geq 1$. В ответ запишите сумму всех целых решений неравенства.

Решение:

$$\left[\begin{array}{l}\dfrac{x-3}{2x-3}\geq 1,\\ \dfrac{x-3}{2x-3}\leq -1;\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\dfrac{x-3-2x+3}{2x-3}\geq 0,\\ \dfrac{x-3+2x-3}{2x-3}\leq 0;\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\dfrac{-x}{2x-3}\geq 0,\\ \dfrac{3x-6}{2x-3}\leq 0.\end{array}\right.$$

Получаем $x\in[0;2]$. Сумма всех целых решений неравенства: $0+1+2=3$.
Ответ: 3.

4. *(2 балла)* Трапеция $CDEK$ ($KC\parallel ED$) вписана в окружность. Известно, что $CD=5$ см, $KD\perp CD$, $KD=12$ см. Найдите длину окружности.



Решение: По теореме Пифагора $KC^2=KD^2+CD^2, KC=13$. KC является диаметром описанной окружности (прямой угол опирается на полуокружность), значит $KC=2R; R=6,5; C=2\pi R=13\pi$.

Ответ: 13π.

5. *(2 балла)* Упростите выражение $\dfrac{a-2}{a+1}-\dfrac{5}{(a+1)^2}:\dfrac{5}{a^2-1}-\dfrac{3a+2}{a+1}$.

Решение:

$$\frac{a-2}{a+1}-\frac{5\cdot(a-1)(a+1)}{(a+1)^2\cdot 5}-\frac{3a+2}{a+1}=\frac{a-2}{a+1}-\frac{a-1}{a+1}-\frac{3a+2}{a+1}=$$
$$=\frac{a-2-a+1-3a-2}{a+1}=\frac{-3a-3}{a+1}=-3.$$

Ответ: -3.

6. *(2 балла)* Звездочкой обозначают знаки "+" или "−" совершенно произвольно. Может ли выполняться равенство $1*2*3*4*5*6*7*8*9=20$? Если "да", то запишите пример расстановки знаков.

Решение: При сложении или вычитании пяти нечетных чисел будет получаться нечетное число. При сложении или вычитании полученного нечетного числа с остальными четными числами будет получаться нечетное число.

Ответ: нет.

7. *(2 балла)* Первоначальную цену товара повысили на 25%, а затем понизили на 36% от новой цены. На сколько процентов нужно повысить окончательную цену, чтобы вернуться к первоначальной цене?

Решение:

Пусть x – первоначальная цена товара, $1,25x$ – цена после повышения, $0,64\cdot 1,25=0,8x$ – цена после понижения. Тогда $0,8x-100\%$. Получаем: $x-125\%$. Это значит, что повысить нужно на 25%.

Ответ: 25%.

8. *(3 балла)* Найдите область определения функции $f(x)=\sqrt{\dfrac{(-12+7x-x^2)(x-16)}{(x+1)(x^2-16)}}$.

Решение:

$$\frac{(-12+7x-x^2)(x-16)}{(x^2-16)(x+1)}\geq 0;\qquad \frac{(x-4)(x-3)(x-16)}{(x-4)(x+4)(x-1)}\leq 0.$$

Ответ: $x\in(-4;-1)\cup[3;4)\cup(4;16]$.

9. *(3 балла)* Решите уравнение $x^2-x+\sqrt{x^2-x-2}=8$. В ответ запишите сумму его корней.

Решение:

$$x^2-x-2+\sqrt{x^2-x-2}-6=0.$$

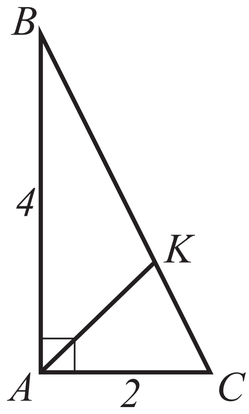
Пусть $\sqrt{x^2-x-2}=t\geq 0$; $t^2+t-6=0$; $t_1=-3$, $t_2=2$. Корень t_1 не удовлетворяет условию $t\geq 0$. Выполним обратную замену

$$\sqrt{x^2-x-2}=2;\qquad x^2-x-2=4;\qquad x^2-x-6=0$$

Откуда $x_1=3; x_2=-2$.

Ответ: 1.

10. *(3 балла)*Найдите длину биссектрисы AK прямоугольного треугольника ABC с прямым углом A, если $AB = 4, AC = 2$.



Решение: По теореме о биссектрисе угла треугольника $\dfrac{BK}{KC} = \dfrac{AB}{AC} = \dfrac{4}{2}$.
По теореме Пифагора $BC^2 = AB^2 + AC^2$; $BC = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$, значит $KC = \dfrac{2}{3}\sqrt{5}$. Из треугольника $\triangle\ ABC$: $\cos\angle C = \dfrac{1}{\sqrt{5}}$. По теореме косинусов

$$AK^2 = AC^2 + KC^2 - 2\cdot AC\cdot KC\cdot\cos\angle C.$$

Откуда $AK = \dfrac{4}{3}\sqrt{2}$.

Ответ: $\dfrac{4}{3}\sqrt{2}$.

Часть 2

11. *(5 баллов)* Имеется два раствора. Если смешать их в пропорции 2 : 5, то получится 18% раствор. Если смешать эти растворы в пропорции 3 : 4, то получится 25% раствор. Какова процентная концентрация исходных растворов?

Решение: Пусть концентрация $I-$го раствора составляет $x\%$, концентрация $II-$го раствора составляет $y\%$. При смешивании этих растворов в пропорции 2 : 5 получим $III-$й раствор.

	Масса	Концентрация %	Масса вещества
$I-$й раствор	2	$x\%$	$2\dfrac{x}{100}$
$II-$й раствор	5	$y\%$	$5\cdot\dfrac{y}{100}$
$III-$й раствор	7	18%	$7\cdot\dfrac{18}{100}$

При смешивании этих растворов в пропорции 3 : 4 получим $IV-$й раствор.

	Масса	Концентрация %	Масса вещества
$I-$й раствор	3	$x\%$	$3\cdot\dfrac{x}{100}$
$II-$й раствор	4	$y\%$	$4\cdot\dfrac{y}{100}$
$IV-$й раствор	7	25%	$7\cdot\dfrac{25}{100}$

Составим и решим систему уравнений:

$$\begin{cases} 2\dfrac{x}{100} + 5\cdot\dfrac{y}{100} = 7\cdot\dfrac{18}{100} \\ 3\cdot\dfrac{x}{100} + 4\cdot\dfrac{y}{100} = 7\cdot\dfrac{25}{100}; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 53, \\ y = 4. \end{cases}$$

Ответ: концентрация I-го раствора составляет 53%, концентрация II-го раствора составляет 4%.

Критерии:

3 балла – вычислительная ошибка;

2 балла – верно составлена система;

1 балл – верно составлено одно уравнение.

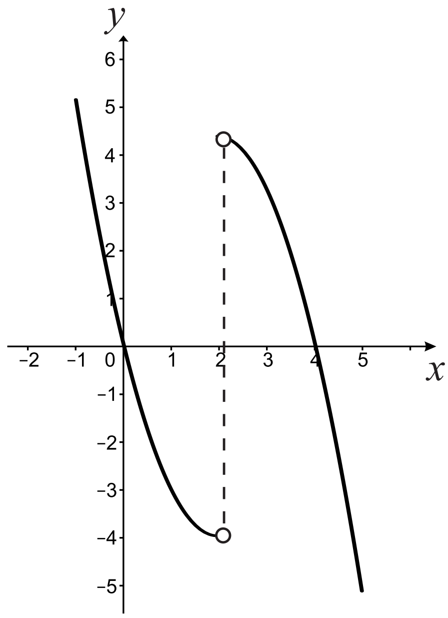
12. *(5 баллов)* Найдите все значения параметра a такие, что уравнение $(a-2)x^4-\sqrt{6}x^2+12=0$ имеет два различных корня.

Решение:
1-й случай: $a=2$; $-\sqrt{6}x^2+12=0$; $x^2=\sqrt{24} \Rightarrow x=\pm\sqrt[4]{24}$
2-й случай: $a\neq 2$; Сделаем замену $x^2=t\geq 0$; $(a-2)t^2-\sqrt{6}t+12=0$. Два корня будет если $D=0$ и $t>0$ или $D>0$ и корни имеют разные знаки. $D=102-48$а. $D=0$ при $a=\dfrac{51}{24}$, $t=4\sqrt{6}>0$. $D>0$, по теореме Виета $t_1\cdot t_2=\dfrac{12}{a-2}<0$; $\Rightarrow a<2$

Ответ: $a\in(-\infty;2]\cup\{\dfrac{17}{8}\}$.

Критерии:
4 балла – ошибка в объединении ответов или не рассмотрен случай, когда старший коэффициент равен 0;
3 балла – вычислительная ошибка;
2 балла – ошибка в определении знаков корней квадратного уравнения;
1 балл – рассмотрен один случай ($D=0$ или старший коэффициент равен 0).

13. *(7 баллов)* Постройте график функции $y=\dfrac{|x-2|}{2-x}(x^2-4x)$. При каких значениях m прямая $y=m$ имеет две общие точки с графиком?



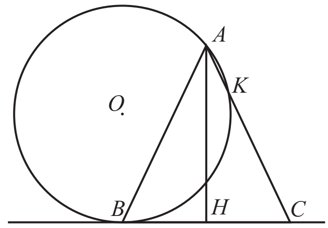
Решение: ООФ: $x\neq 2$

$$y=\begin{cases}-x^2+4x; & x>2\\ x^2-4x; & x<2\end{cases}$$

Найдем координаты выколотых точек ($x=2$):
$y(2)=-4+8=4; A(2;4)$.
$y(2)=4-8=-4; B(2;-4)$.
Прямая $y=m$ параллельна Ox и имеет с графиком ровно 2 общие точки при $m\in(-4;4)$.
Ответ: $m\in(-4;4)$.

Критерии:
6 баллов – неверно указаны значения параметра в концах отрезка;
4 балла – верно построен график;
2 балла – верно построен 1 случай графика с применением понятия модуля.

14. *(8 баллов)* Окружность радиуса $\sqrt{15}$ проходит через вершину A равнобедренного треугольника ABC, касается основания BC в точке B и пересекает сторону AC в точке K так, что $KC=3AK$. Найти длину боковой стороны треугольника ABC.



Решение: $AK=x; KC=3x; AB=AC=4x$. По теореме о квадрате касательной
$BC^2=CK\cdot CA=12x^2; BC=2x\sqrt{3}$. В треугольнике ABH $cos\angle ABH=\dfrac{BH}{AB}=\dfrac{0,5BC}{AC}=\dfrac{x\sqrt{3}}{4x}=\dfrac{\sqrt{3}}{4}$. По теореме об угле между касательной и хордой $\angle ABC=\dfrac{1}{2}\smile{AB}=$

$\alpha; \angle AOB = 2\alpha$ (центральный угол); $cos 2\alpha = 2cos^2\alpha - 1 = -\frac{5}{8}$. В треугольнике AOB по теореме косинусов

$$AB^2 = OB^2 + OA^2 - 2OB \cdot OAcos\angle BOA = 15 + 15 - 2 \cdot \sqrt{15} \cdot \sqrt{15} \cdot (-\frac{5}{8}) = \frac{195}{4};.$$

Откуда $AB = \frac{\sqrt{195}}{2}$. **Ответ:** $\frac{\sqrt{195}}{2}$.

Критерии:

7 баллов – вычислительная ошибка;

4 балла – применение теоремы об угле между касательной и хордой;

3 балла – верно найден косинус $\angle ABC$;

1 балл – применение теоремы о квадрате касательной$^{.}$