

Персональные данные абитуриента вносятся **только** в шифровальный лист!

1	2	3	4	5	6	7	8	9	Сумма	ШИФР (заполняет сотрудник ОКО)	
										Количество сохранённых файлов (заполняет технический специалист)	

**Вступительное испытание по информатике
для поступающих в 9 математико-информационный класс
8 мая 2021 года**

Задание 1. (4 балла) Петя изучил, как устроен QR-код и машинные системы счисления, и придумал свою собственную машиночитаемую оптическую метку. Петя каждой букве сопоставил десятичное число, которое переводится в двоичную систему счисления и кодируется минимально возможным одинаковым для всех букв количеством бит (код содержит незначащие нули). Далее битовые последовательности, обозначающие буквы записываются друг за другом слева направо сверху вниз, причем ноль обозначается белой клеткой, а единица обозначается черной клеткой. При кодировании используются следующие коды символов:

Символ	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M
Код символа	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13

Символ	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z
Код символа	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26

Петя зашифровал слово и получил следующий код:

Расшифруйте слово и запишите в ответ маленькими буквами без пробелов

Ответ: computerscience

Решение. Количество символов в алфавите – 26. Для оптимального хранения одного символа необходимо 5 бит. В таблице 5 строк по 15 клеток в каждой.

Разобьем таблицу на группы по 5 клеток:

Запишем двоичный код каждой группы клеток в соответствии с условием задачи (0- белая клетка, 1 – черная клетка):

00011	01111	01101
10000	10101	10100
00101	10010	10011
00011	01001	00101
01110	00011	00101

Переведем из двоичной системы в десятичную (с помощью калькулятора, электронных таблиц или языка программирования)

3	15	13
16	21	20
5	18	19
3	9	5
14	3	5

Запишем в строку и по таблице кодирования восстановим буквы:

3	15	13	16	21	20	5	18	19	3	9	5	14	3	5
С	О	М	Р	У	Т	Е	Р	С	С	І	Е	N	С	Е

Задание 2. (6 баллов) Приехал Петя в гости в поселок, в котором живут рыцари, лжецы и хитрецы, всего их в поселке 1024 человека. Рыцари всегда говорят правду, лжецы всегда лгут, а хитрецы чередуют правду и ложь, причем неизвестно, начинают ли они с правды или со лжи, все говорят по-разному.

Петя задал каждому жителю поселка последовательно три вопроса: «Вы лжец?», «Вы рыцарь?», «Вы хитрец?». На первый вопрос «Да» ответили 243 человека, а на третий вопрос «Да» ответили 415 человек. Сколько всего рыцарей в поселке? В ответе укажите целое число.

Ответ: 366

Решение:

Обозначим количество рыцарей как «Р», количество лжецов как «Л», хитрецов, которые начинают говорить со лжи «Х1» и хитрецов, которые начинают говорить с правды как «Х2».

На вопросы «Вы лжец?» положительно ответило следующее число жителей: $X1 = 243$

На вопросы «Вы рыцарь?» положительно ответило следующее число жителей:

$$Л + Р + Х2 = 1024 - X1 = 1024 - 243 = 781$$

На вопросы «Вы хитрец?» положительно ответило следующее число жителей: $Л + Х2 = 415$

Следовательно, количество рыцарей равно $Р = 781 - (Л + Х2) = 781 - 415 = 366$

Задание 3. (6 баллов) Дан фрагмент электронной таблицы в режиме отображения формул:

	A	B	C	D
1				
2			8	=C2+\$A\$1
3		10	=C2+B3	
4		=B3+\$A\$1		

Ячейку D2 скопировали во все ячейки диапазона E2:G2, ячейку B4 скопировали во все ячейки диапазона B5:B7. Ячейку C3 скопировали во все ячейки диапазона C3:G7. После перевода таблицы в режим отображения чисел значение ячейки G7 стало равно **29148**. Для какого значения ячейки A1 такое было возможно? В ответе укажите только значение в ячейке A1.

Ответ: 160

Решение. Обозначим значение в ячейке A1 за a, B3 за b, а C2 за c. Далее мы можем для каждой ячейки таблицы записать, сколько раз в сложении участвует каждая из ячеек. Будем записывать тройками «f s t», где для каждой ячейки A1 будет участвовать в сложении f раз, B3 – s раз, C2 – t раз.

	A	B	C	D	E	F	G	H
1								
2			001	101	201	301	401	
3		010	011	112	313	614	1015	
4		110	121	233	546	11510	21615	
5		210	331	564	101010	211520	422135	
6		310	641	11105	212015	423535	845670	
7		410	1051	21156	423521	847056	168126126	
8								

Для заполнения B3:B7 и C2:G2 достаточно просто посмотреть, как изменяется формула при копировании из B4 и D2 соответственно. Для заполнения C3:G7 достаточно просто для каждого значения f, s, и t записывать сумму между этими значениями сверху и слева.

Получаем уравнение для ячейки G7: $168 * a + 126 * (b + c) = 29148$

Заменим b и c на уже известные числа. $b = 10, c = 8.$

$$168 * a + 126 * 18 = 29148$$

$$168 * a = 29148 - 2268$$

$$168 * a = 26880$$

$$a = 160$$

Задание 4. (5 баллов) Дана таблица с описанием автомобилей в наличии на складе автосалона (Таблица 1, 10 строк), которая содержит информацию о типе привода (столбец A), типе кузова (столбец B), коде цвета (столбец C).

	A	B	C
1	Тип привода	Тип кузова	Код цвета
2	Передний	Седан	1000
3	Передний	Седан	1001
4	Передний	Седан	1002
5	Передний	Универсал	1000
6	Передний	Универсал	1005
7	Задний	Универсал	1006
8	Задний	Универсал	1002
9	Задний	Хэтчбек	1006
10	Задний	Хэтчбек	1007
11	Задний	Хэтчбек	1008

Строки исходной таблицы отсортировали сначала по одному столбцу, после чего для строк с одинаковым значением столбца применили сортировку по другому столбцу, после чего также для строк с одинаковым значением столбца применили сортировку по оставшемуся столбцу. При сортировке был выбран определенный порядок столбцов и характер сортировки для каждого столбца (по возрастанию или убыванию). Например, таблицу могли отсортировать по возрастанию столбца A, далее по убыванию столбца B, после чего по убыванию столбца C.

Значения во всех столбцах имеют строковый тип данных и сортируются в лексикографическом порядке. Строка с названиями столбцов не участвует в сортировке.

Укажите, сколько существует вариантов сортировки, при которых строки, выделенные цветом, останутся на своих прежних местах. В ответе запишите целое число.

Ответ: 5

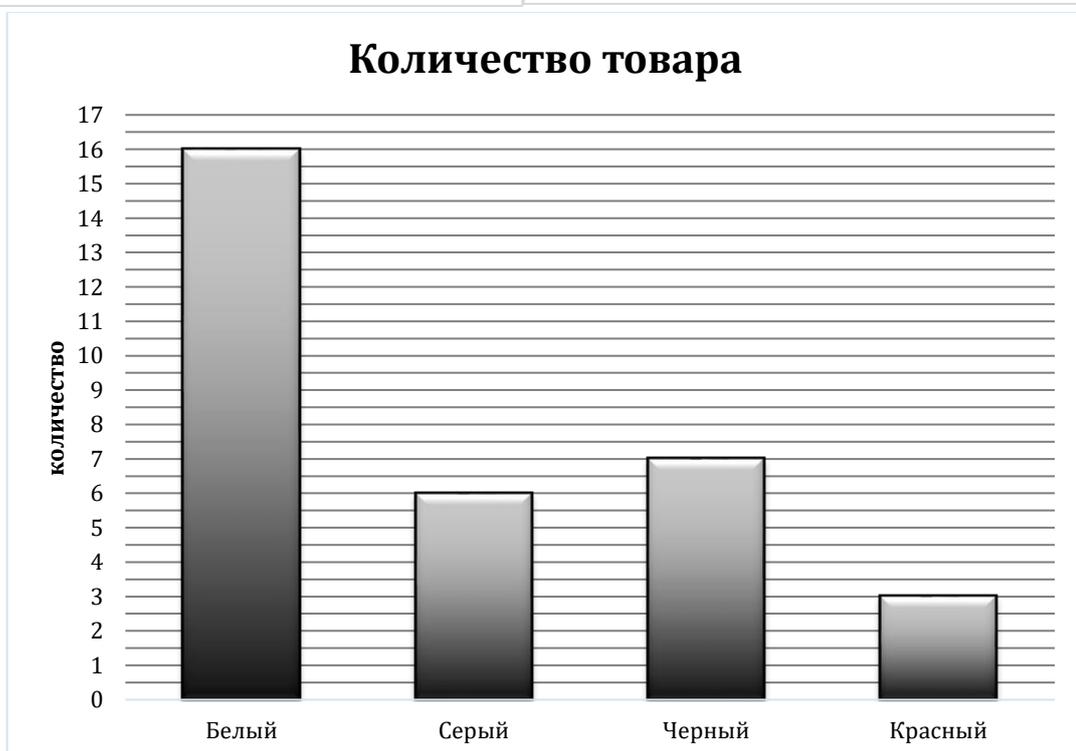
Решение. Если таблицу сортировали сначала по столбцу С, то указанные строки не могли остаться на своих местах: по возрастанию столбца С первые три значения – 1000, 1000, 1001, а по убыванию столбца С первые три значения – 1008, 1007, 1006.

Если таблицу сортировали сначала по столбцу А, то сортировать могли только по убыванию. При этом вторым по очереди сортировки не мог быть столбец С, так как тогда первые три значения опять были бы 1000, 1000, 1001 или 1005, 1002, 1001. Значит, в этом случае вторым по очереди сортировки был столбец В, и по столбцу В сортировка могла проводиться только по возрастанию, так как иначе два первых значения были бы Универсал. Третьим по очереди сортировки был столбец С, и по нему сортировка могла проводиться только по возрастанию. Это один вариант сортировки.

Предположим теперь, что таблицу сортировали сначала по столбцу В. По нему сортировать могли только по возрастанию. После этого могли отсортировать по столбцу А как угодно, поскольку у всех Седанов один и тот же тип привода и у всех Хэтчбеков один и тот же тип привода, а затем – по столбцу С в порядке возрастания. Это ещё два варианта сортировки. А также могли отсортировать по столбцу В по возрастанию, потом по столбцу С по возрастанию, а затем – по столбцу А как угодно. Это ещё два варианта сортировки.

Всего получилось пять вариантов.

Задание 5. (4 балла) На диаграммах отображена информация о продажах техники в некотором магазине: соотношение видов проданного товара, стран производителей, число продаж товаров различных цветов. Исходя из предложенных диаграмм, укажите, какие из высказываний являются истинными. Высказывания следует рассматривать отдельно друг от друга. В ответе укажите через запятую номера верных высказываний в порядке возрастания.



1. Хотя бы один телевизор из Японии белого цвета
2. Среди товаров, произведенных в России, могло быть 3 красных утюга
3. Все холодильники были произведены в Китае, причем все они были черного цвета
4. Все красные и серые товары могли бы произвести в одной стране, если бы всего было 2 красных товара

Ответ: 2, 4

Решение. По последней диаграмме видно, что всего товаров было 32 штуки. Тогда из первой диаграммы можно заключить, что было 16 телевизоров, 8 холодильников и 8 утюгов, а из второй – что каждая страна произвела по 8 единиц товара. Белых товаров 16, и значит, все они могут быть холодильниками или утюгами, таким образом, может не быть ни одного белого телевизора, так что про высказывание 1 нельзя сказать, что оно истинно.

В России произведено 8 товаров, все они могли быть утюгами (утюгов 8), а красных единиц товара 3, так что 3 из этих утюгов могли быть красными. Высказывание 2 истинно.

Все холодильники могли быть произведены в Китае (есть 8 холодильников и 8 товаров из Китая), но все холодильники не могли быть чёрного цвета, так как холодильников 8, а чёрных товаров только 7. Следовательно, один холодильник обязательно не чёрный. Высказывание 3 ложно.

Если бы всего было 2 красных товара, а серых 6, то красных и серых вместе было бы 8, и их могли бы произвести в одной стране, т.к. в одной стране произвели 8 единиц товара. Высказывание 4 истинно.

Задание 6. (7 баллов) Петя решил опробовать новый скоростной лифт в 107-этажном здании. В лифте работают только кнопки "вверх на 5 этажей" и "вниз на 3 этажа". Кнопка "вверх на 5 этажей" работает только тогда, когда можно подняться на 5 этажей, а кнопка "вниз на 3 этажа" работает только тогда, когда можно спуститься на три этажа.

За какое минимальное количество нажатий Петя сможет посетить все этажи?
Примечание: Первый этаж, с которого начал кататься в лифте Петя, не считается.

Ответ: 109

Решение. Пусть один этаж отличается от другого на 8, тогда попасть с одного на другой можно не менее чем за 8 нажатий, т.к. остаток $(5, 8) =$ остаток $(-3, 8) = 5$, а 5 и 8 взаимно просты, поэтому, чтобы разность этажей делилась на 8, нужно, чтобы остаток 5 умножился минимум на 8, т.е. нужно 8 нажатий.

С первого этажа за одно нажатие можно приехать только на 6-й, за два – только на 3-й или 11-й, за три – только на 8-й или 16-й, за четыре – только на 5-й, 13-й, 21-й. Таким образом, чтобы попасть на 2-й этаж, требуется минимум пять нажатий. При этом среди промежуточных этажей не было ни одного такого, который даёт остаток 2 при делении на 8. Тогда, чтобы добраться со 2-го до 106 этажа, посетив все те, которые дают остаток 2 при делении на 8 (10, 18, 26, 34, 42, 50, 58, 66, 74, 82, 90, 98, 106), нужно не менее $8 \cdot 13$ нажатий. Значит, всего Пете потребуется не менее $5 + 8 \cdot 13 = 109$ нажатий.

Петя сможет посетить все этажи за 109 нажатий, например, так:

1-6-3-8-5-2-7-4-9-6-11-16-13-10-15-12-17-14-19-24-21-18-23-20-25-22-27-24-21-26-31-28-33-30-35-32-29-34-39-36-41-38-43-40-37-42-47-44-49-46-51-48-45-50-55-52-57-54-59-56-53-58-63-60-65-62-67-64-61-66-71-68-73-70-75-72-69-74-79-76-81-78-83-80-77-82-87-84-89-86-91-88-85-90-95-92-97-94-99-96-93-98-103-100-105-102-107-104-101-106.

Задание 7. (7 баллов) 16 монет лежат в виде квадрата 4×4 . Известно, что фальшивых монет ровно две (они одинаковые по весу и легче настоящих) и они лежат в соседних по стороне клетках. Найдите за три взвешивания на чашечных весах без гирь обе фальшивые монеты. В качестве решения приведите алгоритм.

Решение.

1	2	3	4
5	6	7	8
9	10	11	12
13	14	15	16

Пронумеруем монеты.

Первое взвешивание. Кладём на первую чашку монеты: 3, 4, 7, 8, а на вторую: 9, 10, 13, 14

Если весы уравнились, то на чашках нет фальшивых монет (на разных чашках нет соседних монет). Тогда фальшивые монеты среди 1, 2, 5, 6, 11, 12, 15, 16. Взвешиваем второй раз: первая чашка – 1 и 5, вторая чашка – 12 и 16. Если снова получили равновесие, то третьим взвешиванием

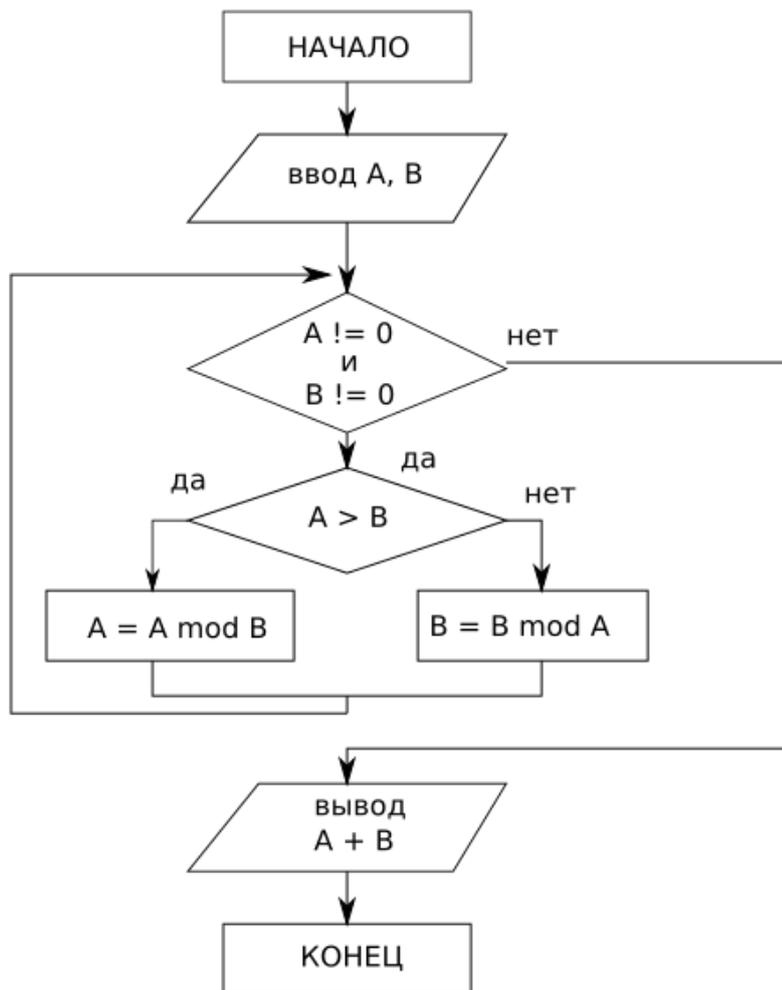
сравниваем 2 и 11 монеты. Если легче 2, то фальшивые 2 и 6, если легче 11, то фальшивые 11 и 15.

Если при втором взвешивании оказались легче 1 и 5, то третьим взвешиванием сравниваем их. Если получаем равновесие, то фальшивые обе – 1 и 5. Если легче 1, то фальшивые 1 и 2, если легче 5, то фальшивые 5 и 6. Случай, когда легче 12 и 16, разбирается аналогично.

Рассмотрим второй случай. Если в первом взвешивании не получили равновесие, то достаточно рассмотреть случай, когда легче 3, 4, 7 и 8. Тогда сравниваем вторым взвешиванием монеты 2 и 6 с монетами 11 и 4. Если получили равновесие, то сравниваем монеты 7 и 8. Если 7 и 8 тоже дают равновесие, то они обе фальшивые. Если легче 7, то фальшивые 7 и 3, иначе фальшивые 8 и 12. Если при втором взвешивании легче 2 и 6, то сравниваем 2 и 6. Если легче 2, то фальшивые 2 и 3, если легче 6, то фальшивые 6 и 7. Если при втором взвешивании легче 4 и 11, сравниваем 3 и 8. Та монета, которая легче, вместе с 4 и даёт пару фальшивых. В случае равновесия монет 3 и 8 фальшивые 7 и 11.

Первое взвешивание																							
3, 4, 7, 8 на первой чашке, 9, 10, 13, 14 на второй																							
Равновесие					9, 10, 13, 14 легче					3, 4, 7, 8 легче													
Второе взвешивание					Второе взвешивание					Второе взвешивание													
1 и 5 на первой чашке, 12 и 16 на второй					11 и 15 на первой чашке, 13 и 6 на второй					2 и 6 на первой чашке, 11 и 4 на второй													
Равновесие		12 и 16 легче			1 и 5 легче			Равновесие		13 и 6 легче			11 и 15 легче		Равновесие		11 и 4 легче		2 и 6 легче				
Третье взвешивание		Третье взвешивание			Третье взвешивание			Третье взвешивание		Третье взвешивание			Третье взвешивание		Третье взвешивание		Третье взвешивание		Третье взвешивание				
2 с 11		12 и 16			1 и 5			9 и 10		9 и 14			11 и 15		7 и 8		3 и 8		2 и 6				
2 легче	11 легче	12 легче	равны	16 легче	1 легче	равны	5 легче	9 легче	равны	10 легче	9 легче	равны	14 легче	11 легче	15 легче	7 легче	равны	8 легче	3 легче	равны	8 легче	Легче 2	Легче 6
2 и 6	11 и 15	11 и 12	12 и 16	15 и 16	1 и 2	1 и 5	5 и 6	9 и 5	9 и 10	10 и 14	9 и 13	10 и 6	14 и 13	10 и 11	14 и 15	7 и 3	7 и 8	8 и 12	3 и 4	7 и 11	8 и 4	2 и 3	6 и 7

Задание 8. (4 балла) Петя нарисовал блок-схему алгоритма, который по заданным натуральным числам **A** и **B**, вычисляет новое значение и выводит его на экран.



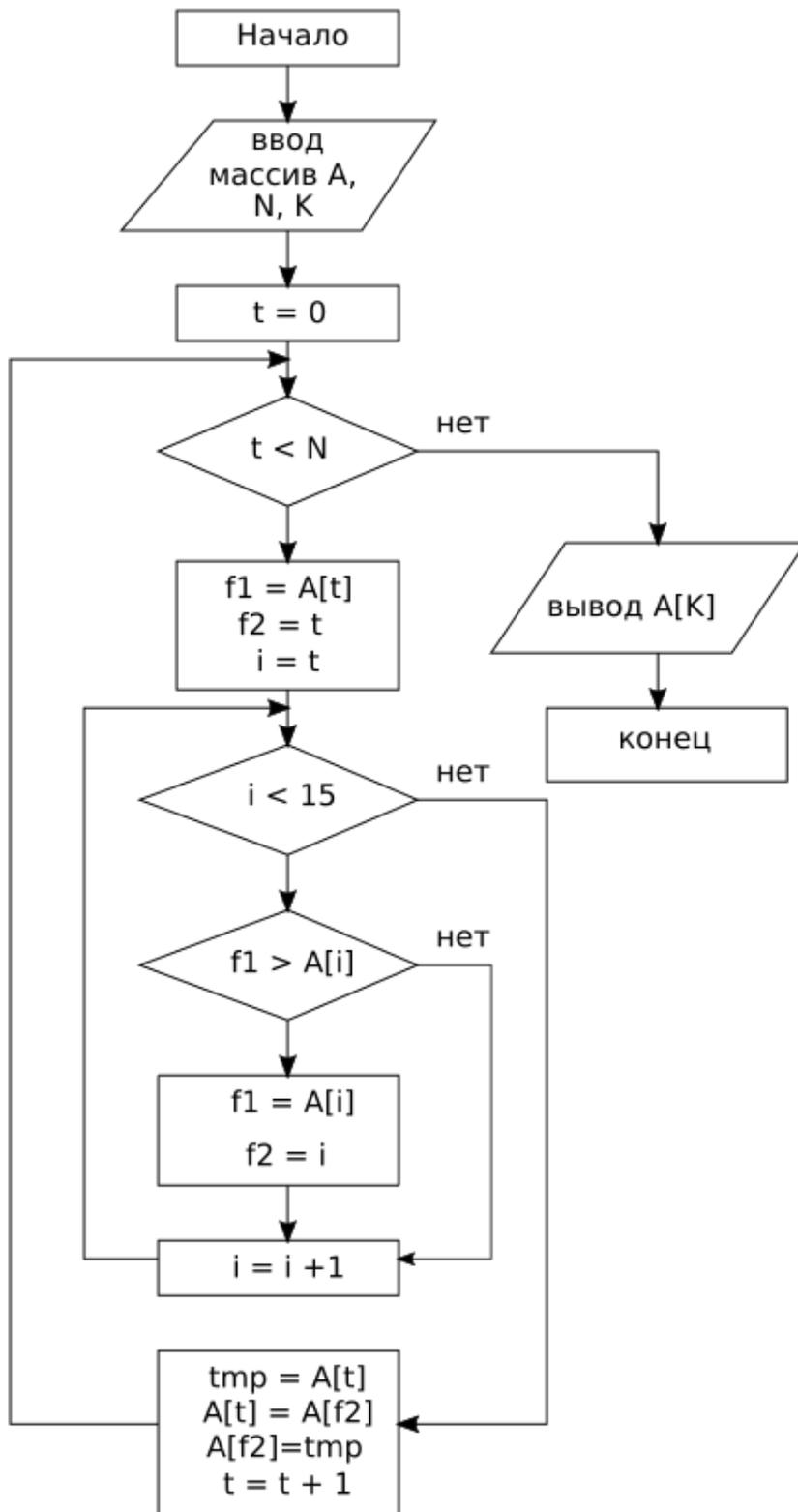
Операция $A \bmod B$ вычисляет остаток от деления A на B .

Помогите Пете определить, какое значение было выведено на экран после выполнения алгоритма, если перед его выполнением были заданы значения $A = 3196$ и $B = 1128$.

Ответ: 188

Решение. Заметим, что данный алгоритм вычисляет наибольший общий делитель двух чисел. Таким образом нужно найти НОД (3196, 1128). Разложим на простые: $1128 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 47$, $3196 = 2 \cdot 2 \cdot 17 \cdot 47$, то есть $\text{НОД}(3196, 1128) = 2 \cdot 2 \cdot 47 = 188$.

Задание 9. (7 баллов) Для представленного ниже алгоритма известно, что на вход ему подали массив $A = [53, 96, 73, 97, 26, 88, 14, 62, 76, 32, 64, 75, 60, 4, 80]$ и $N = 15$, а на выходе получилось одно число. Найдите такое минимальное натуральное число K , при котором будет выведено число 88.



Примечание: индексация массива начинается с 0.
 В ответе укажите единственное число - значение K.

Ответ: 12

Решение:

Заметим, что данный алгоритм выполняет сортировку массива A, путем сдвигов в левый край минимальных элементов. Таким образом нужно найти, на какой позиции будет стоять число 88.

После сортировки массив A = [4, 14, 26, 32, 53, 60, 62, 64, 73, 75, 76, 80, 88, 96, 97].
 Поскольку нумерация с 0, то A[K] = 88, если K = 12.

**Вступительное испытание по информатике
для поступающих в 9 математико-информационный класс СУНЦ УрФУ**

8 мая 2021 года

Задание	Ответ	Балл	Критерии
1	computerscience	4	По 0,25 балла за каждую правильно найденную букву + бонус 0,25 балла, если правильны все
2	366	6	1 балл – замечено, что рыцари и лжецы не могут сказать «Да» на первый вопрос 3 балла – верный ответ, но задача решена в предположении, что все хитрецы одинаковые 6 баллов – полное решение
3	160	6	1 балл – замечено, что в ячейках D2, E2, F2, G2 находятся числа $8+A1$, $8+2*A1$, $8+3*A1$, $8+4*A1$ ИЛИ что в ячейках B4, B5, B6, B7 находятся числа $10+A1$, $10+2*A1$, $10+3*A1$, $10+4*A1$ 2 балла – замечено, что в ячейках D2, E2, F2, G2 находятся числа $8+A1$, $8+2*A1$, $8+3*A1$, $8+4*A1$ И что в ячейках B4, B5, B6, B7 находятся числа $10+A1$, $10+2*A1$, $10+3*A1$, $10+4*A1$ 3 балла – одна ошибка при копировании формулы 4 балла – правильно вычислены формулы, зависящие только от A1, B3(10) и C2(8), для не менее чем 20 ячеек из диапазона C3:G7 5 баллов – доказано, что в ячейке G7 находится число $168 * A1 + 126 * 18$ 6 баллов – найдено значение A1
4	5	5	По 1 баллу за каждый правильный вариант сортировки при условии верного обоснования, без обоснования 0 баллов, неполное обоснование 0,5 балла; -0,5 за каждый неправильный вариант
5	2, 4	4	По 1 баллу за каждое высказывание из данных четырех (проведен анализ, сделан вывод, истинно оно, ложно или нельзя определить) при условии верного обоснования, без обоснования 0 баллов, неполное обоснование 0,5 балла
6	109	7	1 балл – приведен пример, когда Петя сможет за не более чем 112 нажатий посетить все этажи 2 балла – приведен пример, когда Петя сможет за 109 нажатий посетить все этажи, оценка не доказана 5 баллов – доказана оценка (Пете потребуется не более 109 нажатий), примера нет 1 балл – доказано, что если два этажа имеют одинаковые остатки от деления на 8, то с одного на другой можно попасть за не менее чем 8 нажатий, примера нет 2 балла – доказано, что остатки от деления на 8 при каждом нажатии меняются по циклу: 1, 6, 3, 0, 5, 2, 7, 4, примера нет 3 балла – полный перебор, который превышает память 6 баллов – в целом верно, но не обосновано, что после 13 повторений цикла из 8 нажатий осталось посетить два этажа

7		7	1 балл – верно первое взвешивание (противоположные четверти), дальнейшее неверно 2 балла – определяются правильно не менее 4 пар фальшивых монет 3 балла – определяются правильно не менее 8 пар фальшивых монет 4 балла – определяются правильно не менее 12 пар фальшивых монет 5 баллов – определяются правильно не менее 16 пар фальшивых монет 6 баллов – определяются правильно не менее 20 пар фальшивых монет 7 баллов – все пары определяются правильно			
8	188	4		Ручная прокрутка	программа	алгебраически
			0 баллов		Ошибок в программе две или больше	
			1 балл	Выполнен 1 шаг цикла	Одна ошибка из набора: используется ИЛИ вместо И; перепутаны ТО и ИНАЧЕ, ЕСЛИ вместо ПОКА	Замечено, что это алгоритм нахождения НОД
			2 балла	Выполнены 2 шага цикла	Используется // вместо %, остальное верно	Верно выполнено разложение на простые
			3 балла	Выполнены 3 шага цикла	Неверный вывод или отсутствие вывода	Выбраны общие простые
			4 балла	Полное решение		
9	12	7		Ручная прокрутка	программа	алгебраически
			1 балл	Выполнен 1 шаг внешнего цикла	Не более двух ошибок из перечисленных ниже	Доказано, что внутренний цикл находит минимальный элемент
			2 балла	Выполнены 3 шага внешнего цикла	Одна ошибка в организации цикла	Доказано, что внутренний цикл меняет местами минимальный элемент с t-м по порядку
			3 балла	Выполнены 6 шагов внешнего цикла	Одна ошибка в условном операторе	Доказано, что это алгоритм сортировки
			5 баллов	Выполнены 12 шагов внешнего цикла	Неверный вывод или отсутствие вывода	Верно написано про сортировку, но итоговый массив выписан в обратном порядке
			7 баллов	Полное решение		