

Вступительное испытание по информатике
для поступающих в 8 математико-информационный класс
25 апреля 2021 года

Задание 1 (5 баллов) Два соседа, Петя и Вася, учатся в одном классе. Им дали задание написать сочинение, набрать его в текстовом редакторе и отправить преподавателю. У Васи в два раза больше символов в сочинении. Для отправки сочинений каждый из ребят использует каналы связи с различной скоростью передачи данных. У Пети скорость доступа передачи данных 2 КБайт/с, а у Васи – 8 КБайт/с. Петя использовал при написании сочинения 2-х байтную таблицу символов Unicode. Для отправки его сочинения потребовалось 64 секунды. Сколько байт требуется для кодирования одного символа в таблице символов Васи, если известно, что на отpravку его сочинения ушло 16 секунд. Считается, что при отправке сочинения никакой служебной информации не передается, а файл сочинения также не содержит служебной информации. Приведите полное решение и запишите ответ – целое число байт.

Ответ: 1

Решение.

- 1) Петин файл = 2 КБайт/с * 64 с = 128 Кбайт; 2) Васин файл = 8 КБайт/с * 16 с = 128 Кбайт;
3) обозначим за X количество символов в сочинении Пети, тогда в сочинении Васи 2X символов. Петин файл = X * 2 байта = 2X байт; 4) Васин файл равен Петинскому по 1-2, значит, и Васин файл = 2X байт; 5) на один символ Васе потребовалось 2X байт / 2X символов = 1 байт/символ

Задание 2 (5 баллов) Исполнитель Редактор получает на вход строку символов и преобразовывает её. Редактор может выполнять команду **заменить** (v, w).

Эта команда заменяет в строке все вхождения символа v на цепочку w. Например, выполнение команды **заменить** (a, abc) преобразует строку abbcc в строку abcbbcc. Если в строке нет вхождений символа v, то выполнение команды **заменить** (v, w) не меняет эту строку.

Программа

Цикл повтори N раз
 Заменить (a, abcb)
 Заменить (c, abb)
КОНЕЦ повтори

Была выполнена для строки "abbcc". В итоге длина новой строки оказалась равна 5114 символа. Сколько в новой строке букв 'b'? Приведите полное решение и запишите ответ.

Ответ: 4090

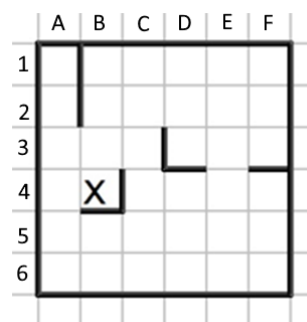
Решение. В исходной строке было: 1 буква 'a', 2 буквы 'b' и 2 буквы 'c'. После выполнения первой команды стало 1 буква 'a', 4 буквы 'b' и 3 буквы 'c'. После выполнения второй команды стало 4 буквы 'a', 10 букв 'b' и ни одной буквы 'c'. Тогда каждый следующий шаг цикла эквивалентен команде **заменить** (a, abbbb). Значит, после каждого шага цикла количество букв 'a' удваивается, а количество букв 'b' увеличивается на 4A, где A – количество букв 'a' в строке на предыдущем шаге. При этом количество букв 'c' остаётся равным 0. Таким образом, можно пересчитать A – количество букв 'a', B – количество букв 'b' и S – длину строки после каждого шага: $A = 2 * A$, $B = B + 4 * A$, $S = A + B$

A	B	S
4	10	14
8	26	34
16	58	74
32	122	154
64	250	314
128	506	634
256	1018	1274
512	2042	2554
1024	4090	5114

На последнем шаге $S = 5114$, $B = 4090$, значит, в новой строке 4090 букв 'b'.

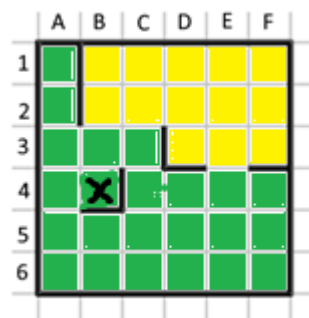
Можно решить это задание с помощью текстового процессора Word и его функции “заменить”. Создаем документ и вписываем в него исходную строку abbcc через пробел, для того чтобы процессор показывал нам количество слов. Затем применяем последовательно две операции заменить a на a b c b и c на a b b до тех пор пока количество слов не будет 5114. Находим количество букв b в получившемся тексте. Оно равно 4090. Это верный ответ.

Задание 3 (6,5 баллов) Дана клетчатая доска размером 6х6, представляющая собой лабиринт с препятствиями (между любыми двумя соседними клетками может находиться стена). Робот-путешественник перемещается по лабиринту, выполняя следующие команды: вверх, вниз, влево, вправо. При исполнении команды робот следует в заданном направлении, пока не упрется в препятствие или границу лабиринта. Таким образом, при исполнении одной команды робот перемещается в заданном направлении до тех пор, пока это возможно. Если движение продолжить невозможно, робот переходит к следующей команде. После исполнения всех команд робот прекращает движение. Известно, что робот выполнил команды “вправо”, “вниз”, “влево”, “вверх”, “влево”, “вниз” и оказался в точке, отмеченной на схеме. Сколько существует клеток, откуда робот мог начать движение и оказаться в заданной точке, завершив исполнение команд? Запишите ответ и обоснуйте его. В ответе укажите целое число и перечислите клетки.



Ответ: 13 (B1, C1, D1, E1, F1, B2, C2, D2, E2, F2, D3, E3, F3)

Решение. Если робот начал движение в одной из зеленых клеток, то после выполнения команд “вправо”, “вниз” он оказался в одной из клеток шестой строки или в клетке B4. Оттуда, выполнив команды “влево”, “вверх”, он попал в клетку A1, а из неё, выполнив команды “влево”, “вниз” – в клетку A6. Если же робот начал движение в одной из желтых клеток, то после выполнения команд “вправо”, “вниз” он оказался в клетке F3. Оттуда, выполнив команды “влево”, “вверх”, он попал в клетку D1, а из неё, выполнив команды “влево”, “вниз” – в клетку B4.



Задание 4 (6 баллов) Дан фрагмент электронной таблицы в режиме отображения формул.

	A	B	C
3	=A1+A2	=A1+B1+B2	=A3+B3
4	=A2+A3	=A2+B2+B3	=A4+B4
5	=A3+A4	=A3+B3+B4	=A5+B5
6	=A4+A5	=A4+B4+B5	=A6+B6
7	=A5+A6	=A5+B5+B6	=A7+B7
8	=A6+A7	=A6+B6+B7	=A8+B8
9	=A7+A8	=A7+B7+B8	=A9+B9

В ячейках A1, B1, A2 и B2 заданы натуральные числа.

Запишите в ответ сумму чисел в ячейках A1, B1, A2 и B2, если известна часть таблицы:

	A	B	C
1			
2			
3			95
4			156
5			296
6			517
7			923
8		1155	1615
9		2078	2823

Приведите полное решение и запишите ответ.

Ответ: 70

Решение. Рассмотрим значение ячейки C9:

$$C9 = 2823 = A9 + B9 = (A7 + A8) + (A7 + B7 + B8) = A7 + (A7 + B7) + (A8 + B8) = A7 + C7 + C8 = A7 + 923 + 1615$$

Из этого следует, что

$$A7 = C9 - C8 - C7 = 285$$

По аналогии вычислим значения для A1, ..., A6

	A	B	C
1	25		
2	20		
3	45		95
4	65		156
5	110		296
6	175		517
7	285		923
8		1155	1615
9		2078	2823

Нам нужно вычислить сумму $A1 + B1 + A2 + B2$

$$A1 + B1 + A2 + B2 = B3 + A2$$

$$B3 = C3 - A3 = 95 - 45 = 50$$

	A	B	C
1	25		
2	20		
3	45	50	95
4	65		156
5	110		296
6	175		517
7	285		923
8		1155	1615
9		2078	2823

$$A1 + B1 + A2 + B2 = B3 + A2 = 50 + 20 = 70$$

Задание 5 (3,5 балла) Пете нужно было написать программу, которая подсчитывает сумму произведений элементов, расположенных в каждой строке таблицы, в которой 5 строк и 5 столбцов. То есть программа должна получить произведения элементов каждой из пяти строк и сложить полученные значения. Вывести нужно только одно число – найденную сумму.

Петя написал программу, но допустил ошибку и в результате его программа неправильно решает поставленную задачу.

Помогите Пете найти ошибку во фрагменте его программы, если известно, что он перепутал в нем местами две строки:

```
(1) S := 0
(2) P := 1
(3) нц для J от 1 до 5
(4)     нц для I от 1 до 5
(5)         P := P * T [ I , J ]
(6)     кц
(7)     S := S + P
(8)     P := 1
(9) кц
(10) вывод S
```

Обращение $T [I , J]$ возвращает значение отдельной ячейки таблицы причем первый индекс (I) обозначает номер строки, а второй индекс (J) – номер столбца.

нц и **кц** обозначают начало цикла и конец цикла соответственно.

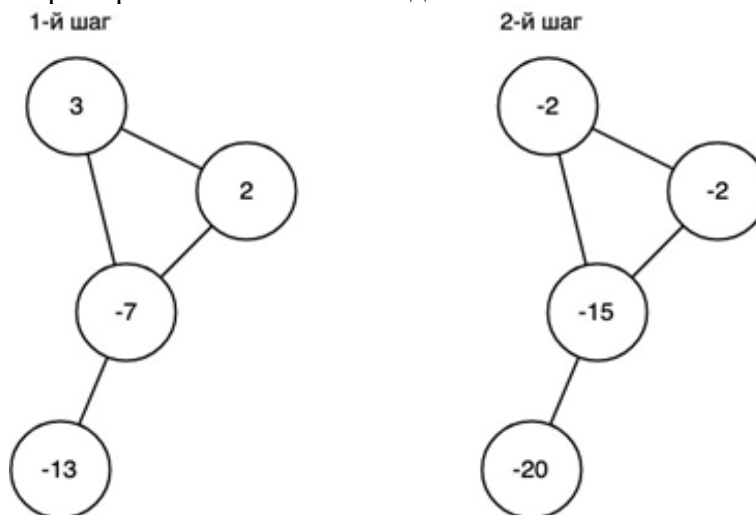
В ответе напишите две цифры, соответствующие номерам строк, которые перепутал местами Петя. Запишите ответ и обоснуйте его.

Ответ: 3 и 4

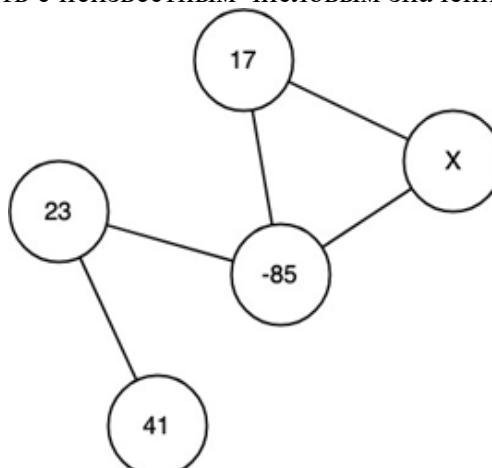
Решение. Во внешнем цикле к сумме прибавляется произведение элементов очередной строки, поэтому внешний цикл должен быть по строкам (I), а внутренний цикл считает для каждой строки произведение её элементов, меняя номер столбца (J), поэтому он должен быть по столбцам.

Задание 6 (5 баллов) Имеется сеть с узлами-числовыми значениями. Если числовое значение узла не равно нулю, то все связанные с ним узлы прибавляют это значение. За один шаг каждый узел сети прибавляет к своему значению значения всех соседних узлов, причем прибавляются те значения, которые были в сети на момент начала шага.

Можете взглянуть на пример изменения сети за один шаг:



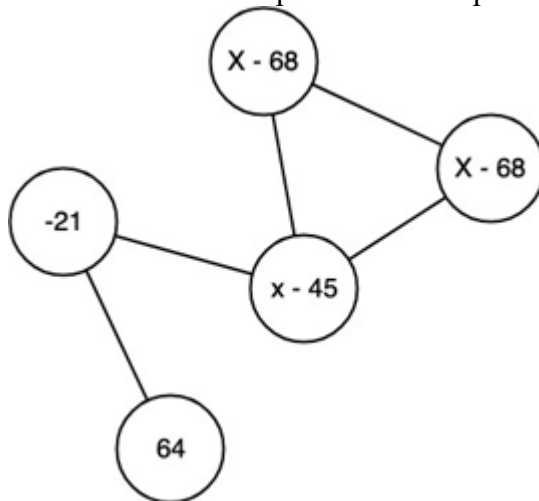
Петя придумал некоторую сеть с неизвестным числовым значением узла X:



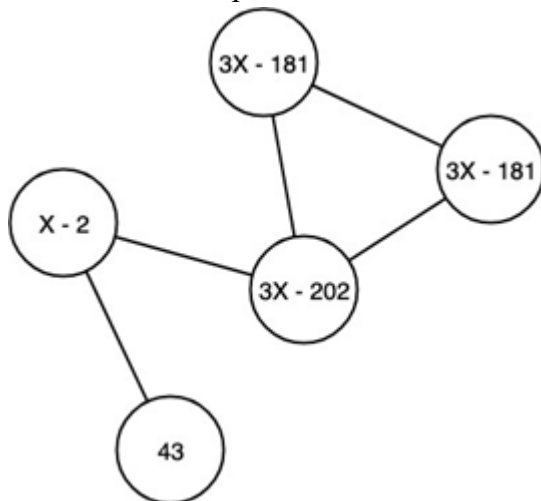
Чему равен X, если известно, что через 3 шага сумма всех узлов будет равна 1? В ответе укажите целое число. Приведите полное решение и запишите ответ.

Ответ: 55

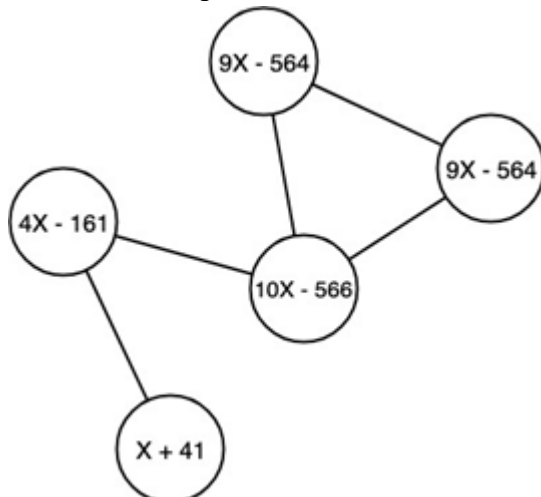
Решение. Выполним первый шаг алгоритма:



Выполним второй шаг:



Выполним третий шаг:



Можно составить уравнение:

$$4X - 161 + 9X - 564 + 9X - 564 + 10X - 566 + X + 41 = 1$$

Решим уравнение:

$$4X - 161 + 9X - 564 + 9X - 564 + 10X - 566 + X + 41 = 33X - 1814 = 1$$

$$33X = 1815$$

$$X = 55$$

Задание 7 (7 баллов) На дискотеке в ряд стоят три прожектора, которые поочерёдно светят в следующем порядке: левый, средний, правый, средний, левый, средний, правый, средний и т.д. (слева направо, затем налево, опять направо, ...). Каждый прожектор горит в течение одной секунды.

Известно, что лампа левого прожектора имеет ресурс A секунд горения, среднего — B секунд, правого — C секунд. Необходимо определить сколько времени сможет продолжаться этот процесс горения прожекторов и какой прожектор первым исчерпает свой ресурс.

Например

Ресурс ламп	ответ
$A=3$ $B=3$ $C=3$	7 В

Пояснение к примеру

Прожектора горят в следующем порядке: левый, средний, правый, средний, левый, средний, правый. После этого должен загореться средний прожектор, но он уже выработал ресурс и загореться не сможет. Поэтому процесс обрывается после 7 с.

Сколько времени сможет продолжаться этот процесс горения прожекторов и какой прожектор первым исчерпает свой ресурс если:

а) $A=10, B=11, C=12$

Ответ: 23В

б) $A=123, B=456, C=789$

Ответ: 492А

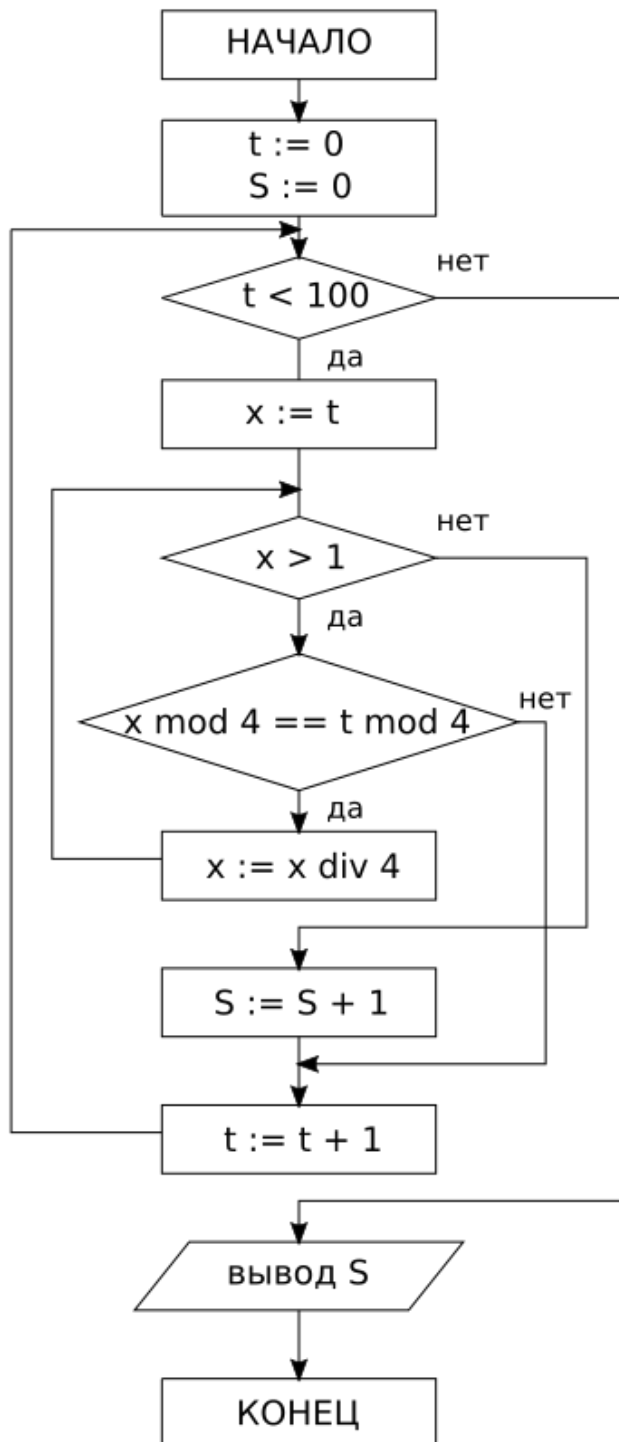
Решение.

Если ресурс первого прожектора равен A , а ресурс остальных прожекторов неограничен, то прожектора смогут гореть $4A$ секунд. Если ресурс второго прожектора равен B , а ресурсы остальных прожекторов неограничены, то время горения будет $2B + 1$. Наконец, если ограничено только время горения третьего прожектора C , то ответ будет $4C + 2$. Необходимо вывести наименьшую из этих величин.

Реализация на Питоне

```
a = int(input())
b = int(input())
c = int(input())
ans = min(4 * a, 2 * b + 1, 4 * c + 2)
print(ans)
if ans == 4 * a:
    print('A')
elif ans == 2 * b + 1:
    print('B')
else:
    print('C')
```

Задание 8 (6 баллов) Петя придумал некоторые особые числа и написал алгоритм, который подсчитывает их количество:



Определите, что будет выведено на экран после завершения работы алгоритма.

Комментарий: Операция присваивания обозначается $:=$. Условие равенства двух чисел обозначается $==$. Функция **mod** вычисляет остаток от деления первого аргумента на второй, а функция **div** вычисляет целую часть от деления первого аргумента на второй.

Приведите полное решение и запишите ответ.

Ответ: 18

Решение. В алгоритме рассматриваются значения переменной t от 0 до 99. Для $t=0$ и $t=1$ не происходит входа во внутренний цикл, оба раза к S добавляется 1 (после этого $S = 2$). Для t от 2 до 7 внутренний цикл срабатывает 1 раз (на первом входе $x = t$, поэтому и остатки от деления на 4 у них совпадают), а затем становится $x \leq 1$, и к S каждый раз добавляется 1 (после этого $S = 8$). Для t от 8 до 31 к S добавляется 1 только в тех случаях, когда у t и $t \text{ div } 4$ совпадают остатки от деления на 4 (т.е. только для $t = 10, 15, 16, 21, 26, 31$). После этого $S = 14$. Для остальных t , чтобы к S прибавилась 1, необходимо, чтобы остатки совпали не только у t и $t \text{ div } 4$, но и у t и $t \text{ div } 4 \text{ div } 4$ (это выполняется только для $t = 42, 63, 64, 85$). Окончательное значение $S = 18$.

Задание 9 (5 баллов) Имеются бракованные чашечные весы, которые правильно показывают, какая чашка тяжелее, только в том случае, когда на чашках лежат разные веса. Если на чашках лежат равные веса, то всегда перетягивает правая чашка. Дано 7 монет, из которых одна фальшивая (более легкая). Можно ли за 3 взвешивания определить фальшивую монету? Приведите полное решение и запишите ответ.

Ответ: Можно.

Решение. Первое взвешивание – положить на каждую чашку по 3 монеты и одну отложить в сторону. Если фальшивая была среди тех монет, которые положили на весы, она будет в той чашке, которая оказалась легче. Если фальшивую отложили, из показаний весов ничего не следует. Таким образом, после первого взвешивания точно вне подозрений 3 монеты, которые оказались в более тяжелой чашке. Осталось 4 монеты, среди которых точно есть фальшивая. Второе взвешивание – положим их по 2 в разные чашки весов – фальшивая в более легкой чашке. Третье взвешивание – возьмем 2 монеты из более легкой чашки, среди них точно есть фальшивая, положим их по одной в разные чашки – фальшивая в более легкой.