

**СУНЦ УрФУ**  
**Вступительный экзамен по математике**  
**для поступающих в 9 химико-биологический класс**  
**2021 год**

1. Известно, что пятизначное число  $456**$  делится на 25 и на 9. Найдите это число. Если существует несколько таких чисел, то в ответ запишите их сумму.

Решение: Число делится на 25, следовательно, оканчивается на 00, 25, 50 или 75. Число делится на 9, значит, сумма его цифр кратна 9. Лишь сумма  $4+5+6+7+5=27$  кратна 9.

Ответ: 45675

2. Сколько целочисленных решений имеет неравенство  $|3x - 5| < 10$ ?

Решение: неравенство  $|3x - 5| < 10$  равносильно двойному неравенству

$$-10 < 3x - 5 < 10,$$

$$-5 < 3x < 15,$$

$$\frac{-5}{3} < x < \frac{15}{3},$$

$$-1\frac{2}{3} < x < 5.$$

6 целочисленных решений, удовлетворяющие неравенству: -1, 0, 1, 2, 3, 4.

Ответ: 6

3. Найти значение выражения

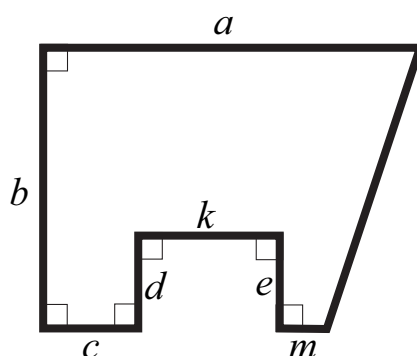
$$\frac{a^8 b^7}{(ab)^{-10} a^{16} b^{15}}, \text{ если } a = 2021, b = -1.$$

Решение: преобразуем выражение

$$\begin{aligned} \frac{a^8 b^7}{(ab)^{-10} a^{16} b^{15}} &= \frac{a^8}{a^{-10} a^{16}} \cdot \frac{b^7}{b^{-10} b^{15}} = \frac{a^8}{a^6} \cdot \frac{b^7}{b^5} = \\ &= a^2 b^2 = 2021^2 (-1)^2 = 2021^2 = 4084441. \end{aligned}$$

Ответ: 4084441

4. Найдите площадь фигуры, если  $a = 10$ ,  $b = 8$ ,  $c = d = e = 3$ ,  $k = 4$ ,  $5$ ,  $m = k/3$ .



Решение: для вычисления площади данной фигуры вычтем из площади трапеции с основаниями  $a$ ,  $c + k + m$  и высотой  $b$  площадь прямоугольника  $d \cdot k$

$$\frac{a + c + k + m}{2} \cdot b - d \cdot k = \frac{10 + 3 + 4,5 + 1,5}{2} \cdot 8 - 3 \cdot 4,5 = 76 - 13,5 = 62,5.$$

Ответ: 62,5

5. Вычислите  $\frac{135^2 - 135 \cdot 150 + 75^2}{135^2 - 15^2 + 45^2 - 105^2}$ .

Решение: воспользуемся формулами сокращенного умножения

$$\begin{aligned} \frac{135^2 - 135 \cdot 150 + 75^2}{135^2 - 15^2 + 45^2 - 105^2} &= \frac{135^2 - 2 \cdot 135 \cdot 75}{(135^2 - 105^2) + (45^2 - 15^2)} = \\ &= \frac{(135 - 75)^2}{(135 + 105)(135 - 105) + (45 + 15)(45 - 15)} = \frac{60^2}{240 \cdot 30 + 60 \cdot 30} = \\ &= \frac{60 \cdot 60}{60 \cdot 30 \cdot 5} = \frac{2}{5} = 0,4. \end{aligned}$$

Ответ: 0,4

6. Решите систему уравнений

$$\begin{cases} 4x + y^2 + 8 = 0, \\ 13x - 10y^2 + 1 = 0. \end{cases}$$

В ответ укажите количество действительных решений системы.

Решение:

$$\begin{cases} y^2 = -4x - 8, \\ 13x - 10(-4x - 8) + 1 = 0; \end{cases}$$

$$\begin{cases} y^2 = -4x - 8, \\ 53x + 81 = 0; \end{cases}$$

$$\begin{cases} y^2 = -4 \cdot \left(-\frac{81}{53}\right) - 8, \\ x = -\frac{81}{53}. \end{cases}$$

$-4 \cdot \left(-\frac{81}{53}\right) - 8 = \frac{324}{53} - 8 < 0$ , следовательно, система не имеет действительных решений.

Ответ: 0.

7. В стакане налито 250 мл молока. Маша хочет, чтобы молоко никогда не кончалось, поэтому, как только отпивает 50 мл, то доливает в стакан воду и перемешивает. Сколько процентов молока будет в стакане после третьей такой операции? Знак процента писать НЕ нужно.

Решение: Пусть после первого переливания содержание молока  $x\%$ , тогда

$$200 \cdot 100\% + 50 \cdot 0\% = 250 \cdot x\%,$$

$$x = \frac{20000}{250}\% = 80\%.$$

После второго переливания содержание молока  $y\%$ , тогда

$$200 \cdot 80\% + 50 \cdot 0\% = 250 \cdot y\%,$$

$$y = \frac{16000}{250}\% = 64\%.$$

После третьего переливания содержание молока  $z\%$ , тогда

$$200 \cdot 64\% + 50 \cdot 0\% = 250 \cdot z\%,$$

$$y = \frac{12800}{250}\% = 51,2\%.$$

Ответ: 51,2

8. Стороны треугольника равны  $2\sqrt{2}$ ,  $\sqrt{2}$ ,  $\sqrt{6}$ . Найдите наименьший угол треугольника.

Решение: заметим, что  $(2\sqrt{2})^2 = (\sqrt{2})^2 + (\sqrt{6})^2$ , то есть стороны треугольника удовлетворяют теореме Пифагора, а, следовательно, треугольник прямоугольный. В прямоугольном треугольнике катет  $\sqrt{2}$  равен половине гипотенузы  $2\sqrt{2}$ . Значит, углы треугольника равны  $30^\circ$ ,  $60^\circ$ ,  $90^\circ$ . Наименьший угол равен  $30^\circ$ .

Ответ: 30

9. В трапеции  $ABCD$  длины боковых сторон  $AB$  и  $CD$  равны 4 и 5 соответственно, основание  $BC$  равно 1. Проведена биссектриса угла  $ADC$ , которая пересекает сторону  $AB$  в середине. Найдите угол  $BAD$ .

Решение:

Ответ: 90

10. Найти все значения числа  $a$ , при которых построенные в одной системе координат графики функций  $y = ax^2 + 2x - 1$  и  $y = -2x + 3$  имеют ровно одну общую точку. Если ответов существует больше одного, в ответ запишите их произведение.

Решение: для ответа на задачу достаточно понять, что при  $a = 0$  прямые  $y = 2x - 1$  и  $y = -2x + 3$  имеют ровно одну общую точку, значит произведение всех значений числа  $a$  равно 0.

Ответ: 0