

## ВСТУПИТЕЛЬНАЯ РАБОТА ПО МАТЕМАТИКЕ

для поступающих в 8 физмат, матинф и химбио классы  
(2021, дистанционный этап)

Вам предстоит выполнить **10 заданий**. Введите ответы на задания в отведенные поля. Обратите внимание, что ответами могут быть лишь целые числа или конечные десятичные дроби (целая и дробная части в этом случае разделяются запятой). Дополнительной литературой, калькулятором, шаргалкой и т. п. пользоваться нельзя. Знаки градуса, процентов и единицы измерения в ответе писать НЕ нужно.

**Общее время выполнения работы — 90 минут**  
**Каждое задание оценивается 5 баллами**

1. Решите уравнение

$$\frac{2x - 3}{3} - \frac{2 - 3x}{2} = \frac{4x + 6}{4}.$$

Решение.

$$\begin{aligned} \frac{2x - 3}{3} - \frac{2 - 3x}{2} &= \frac{4x + 6}{4} \quad | \cdot 12 \\ 4(2x - 3) - 6(2 - 3x) &= 3(4x + 6) \\ 8x - 12 - 12 + 18x &= 12x + 18 \\ 14x &= 42 \\ x &= 3. \end{aligned}$$

Ответ: 3.

2. Найдите число, 2,4% которого равно  $\frac{11,7 \cdot 0,24 : \frac{5}{16}}{\left(4,06 - 2\frac{1}{2}\right) \cdot 0,8 \cdot 4\frac{4}{5}}$ .

Решение. Пусть искомое число равно  $x$ , а данная дробь равна  $a$ , тогда  $0,024x = a$ , откуда  $x = \frac{1000}{24}a$ . Получаем

$$\begin{aligned}
 x &= \frac{1000}{24} \cdot \frac{11,7 \cdot 0,24 : \frac{5}{16}}{\left(4,06 - 2\frac{1}{2}\right) \cdot 0,8 \cdot 4\frac{4}{5}} = \\
 &= \frac{1000}{24} \cdot \frac{\frac{117}{10} \cdot \frac{6}{25} \cdot \frac{16}{5}}{\frac{39}{25} \cdot \frac{4}{5} \cdot \frac{16}{5}} = \frac{1000}{24} \cdot \frac{117 \cdot 3 \cdot 16}{39 \cdot 4 \cdot 24} = 62,5.
 \end{aligned}$$

Ответ: 62,5.

**3.** Представьте число 200 в виде разности так, что 30% уменьшаемого равны 70% вычитаемого. В ответ запишите уменьшаемое.

*Решение.* Пусть  $x$  – уменьшаемое, а  $y$  – вычитаемое. Тогда

$$\begin{cases} x - y = 200, \\ 0,3x = 0,7y. \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = x - 200, \\ 0,3x = 0,7(x - 200). \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 150, \\ x = 350. \end{cases}$$

Ответ: 350.

**4.** Велосипедист ехал со скоростью 22 км/ч. Когда ему осталось проехать на 7 км меньше, чем он проехал, он изменил скорость и стал ехать со скоростью 33 км/ч. Средняя скорость велосипедиста на всём пути оказалась равной 25 км/ч. Какое расстояние проехал велосипедист?

*Решение.* Составим таблицу:

	$S$	$V$	$t$
I	$x$	22	$\frac{x}{22}$
II	$x - 7$	33	$\frac{x-7}{33}$

Средняя скорость на всем пути

$$\frac{2x - 7}{\frac{x}{22} + \frac{x-7}{33}} = 25.$$

Откуда

$$\begin{aligned}
 2x - 7 &= 25 \cdot \left(\frac{x}{22} + \frac{x-7}{33}\right) \\
 2x - 7 &= 25 \cdot \frac{5x - 14}{66} \\
 132x - 7 \cdot 66 &= 125x - 25 \cdot 14 \\
 7x &= 7 \cdot 66 - 25 \cdot 14 \\
 x &= 16.
 \end{aligned}$$

Всего велосипедист проехал  $2x - 7 = 25$  км.

Ответ: 25 км.

5. Вася хочет вычеркнуть из числа 123456 три цифры так, чтобы полученное число делилось на 27. Если ему это удастся, то запишите полученное в результате число, в противном случае, запишите 0.

Решение. Если число делится на 27, то оно делится на 9. Число делится на 9, тогда и только тогда, когда сумма его цифр делится на 9. Следовательно, сумма цифр получившегося числа должна делиться на 9. Сумма цифр числа 123456 равна  $1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 = 21$ . Чтобы сумма цифр получившегося числа была равна 9, вычеркнем цифры, дающие в сумме 12. Если это числа 6, 5 и 1, тогда получим число 234, оно не делится на 27. Если это числа 3, 4 и 5, то получим 126, не делящееся на 27. Вычеркнем 2, 4 и 6, получим 135 — делится на 27.

Ответ: 135.

6. Найдите периметр равнобедренного треугольника, если две его стороны равны 4 см и 9 см. Если ответов существует больше одного, в ответ запишите их сумму.

Решение. Треугольник со сторонами 4, 4 и 9 не существует, значит, дан треугольник со сторонами 9, 9 и 4. Его периметр равен 22.

Ответ: 22.

7. В остроугольном треугольнике  $MNK$  угол  $M$  равен  $60^\circ$ . Биссектриса  $MA$  пересекает высоту  $NH$  в точке  $Q$ . Найдите отношение  $NQ : QH$ .

Решение. В прямоугольном треугольнике  $MHQ$ , напротив  $\angle QMH = 30^\circ$  лежит катет  $QH = \frac{1}{2}MQ$ . Биссектриса  $MQ$  делит  $\angle NMH$  на два равных угла по  $30^\circ$ , поэтому  $\angle MNH = 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ = \angle NMQ$ , значит,  $NQ = QM$  и  $\frac{NQ}{QH} = \frac{2 \cdot MQ}{MQ} = 2$ .

Ответ: 2.

8. Прямая  $m$  задана уравнением  $y = \frac{1}{3}x - 1$ . Известно, что прямая  $l$  перпендикулярна  $m$  и проходит через точку с координатами  $(1; 1)$ . Найти координаты точки пересечения прямых  $m$  и  $l$ . В ответе укажите ординату полученной точки.

Решение. Поскольку прямая  $l$  перпендикулярна  $m$ , то её уравнение имеет вид:  $y = -3x + b$ . Точка с координатами  $(1; 1)$  принадлежит прямой  $l$ , значит  $1 = -3 + b$ , откуда  $b = 4$ . Итак, уравнение прямой  $l$ :  $y = -3x + 4$ . Найдём координаты точки пересечения прямых  $l$  и  $m$ .

$$\begin{cases} y = -3x + 4, \\ y = \frac{1}{3}x - 1; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = -3x + 4, \\ -3x + 4 = \frac{1}{3}x - 1; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = -0,5, \\ x = 1,5. \end{cases} \Leftrightarrow$$

Ответ:  $-0,5$ .

9. Вычислите  $\frac{(5^{40} + 5^{41} + 5^{42})(4^9 - 2^{19} + 16^5)}{31 \cdot 50^{19}}$ .

*Решение.*

$$\begin{aligned} \frac{(5^{40} + 5^{41} + 5^{42})(4^9 - 2^{19} + 16^5)}{31 \cdot 50^{19}} &= \frac{5^{40}(1 + 5 + 25) \cdot 2^{18}(1 - 2 + 4)}{31 \cdot (5^2 \cdot 2)^{19}} = \\ &= \frac{5^{40} \cdot 31 \cdot 2^{18} \cdot 3}{31 \cdot 5^{38} \cdot 2^{19}} = \frac{25 \cdot 3}{2} = 37,5. \end{aligned}$$

*Ответ:* 37,5.

**10.** Три девочки делили 240 конфет. Сначала Аня дала Ире и Тане столько конфет, сколько у них было. Затем Ира дала Тане и Ане столько, сколько у них стало. И наконец, Таня дала Ане и Ире столько, сколько у них к этому моменту имелось. В результате всем досталось поровну. Сколько конфет было у Ани до того, как девочки стали делить конфеты?

*Решение.* Мы знаем, что в конце у всех оказалось по 80 конфет, а перед этим у Ани и Иры было вдвое меньше. Значит, у Ани и Иры было по 40, а у Тани – 160. А перед этим у Ани и Тани было вдвое меньше, т. е. у Ани было 20, у Тани – 80, у Иры – 140. И наконец, возьмём половину конфет у Иры и Тани и вернем Ане. Значит у Ани было 130 конфет, у Иры – 40, а у Тани – 70.

*Ответ:* 130.

## Ответы

1) 3

2) 62,5

3) 350

4) 25

5) 135

6) 22

7) 2

8) -0,5

9) 37,5

10) 130