

СУНЦ УрФУ
Вступительный экзамен по математике
для поступающих в 10 химический класс
2021 год

1. (5 баллов) Вычислите значение выражения $\frac{\sqrt{2,8} \cdot \sqrt{4,2}}{\sqrt{0,24}}$.

Решение. $\frac{\sqrt{2,8} \cdot \sqrt{4,2}}{\sqrt{0,24}} = \sqrt{\frac{2,8 \cdot 4,2}{0,24}} = \sqrt{\frac{28 \cdot 42 \cdot 100}{10 \cdot 10 \cdot 24}} = \sqrt{49} = 7.$

Ответ. 7.

2. (5 баллов) При каком значении b корнем уравнения $-3x^2 + bx - 2b - 12 = 0$ является число 6?

Решение. Подставив $x = 6$ в уравнение, получим $-3 \cdot 6^2 + b \cdot 6 - 2b - 12 = 0 \iff 4b = 120 \iff b = 30.$

Ответ. 30.

3. (5 баллов) Найдите разность арифметической прогрессии, первый член которой равен -21 , а двенадцатый равен 1.

Решение. Подставим $a_1 = -21$ и $a_{12} = 1$ в формулу общего члена прогрессии $a_n = a_1 + (n - 1)d$. Получим $1 = -21 + (12 - 1)d$, откуда $d = 2$.

Ответ. 2.

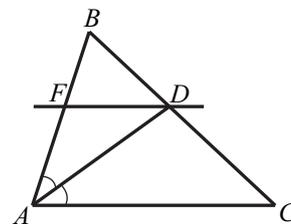
4. (5 баллов) Найдите сумму целых чисел, входящих в область определения функции $y = \sqrt{25 - x^2}$.

Решение. Областью определения функции является множество решений неравенства $25 - x^2 \geq 0 \iff (5 - x)(5 + x) \geq 0 \iff -5 \leq x \leq 5$. Все целые числа из этого множества – это $-5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5$. Их сумма равна 0.

Ответ. 0.

5. (5 баллов)

Отрезок AD – биссектриса треугольника ABC . Через точку D проведена прямая, параллельная стороне AC и пересекающая сторону AB в точке F . Найдите угол AFD треугольника ADF , если $\angle BAC = 72^\circ$.



Решение. $\angle AFD$ и $\angle FAC$ – односторонние при параллельных прямых FD и AC и секущей AD . Поэтому $\angle AFD = 180^\circ - 72^\circ = 108^\circ$.

Ответ. 108.

6. (5 баллов) Преобразуйте выражение $\frac{27^{-1} \cdot 9^5}{16^0 \cdot 3^{-3}}$. В ответ запишите показатель степени с основанием 3.

Решение. $\frac{27^{-1} \cdot 9^5}{16^0 \cdot 3^{-3}} = (3^3)^{-1} \cdot (3^2)^5 \cdot (1 \cdot 3^{-3}) = 3^{-3+10-(-3)} = 3^{10}$.

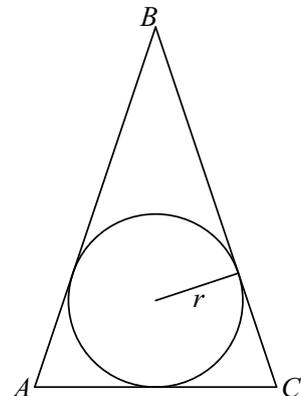
Ответ. 10.

7. (5 баллов) В равнобедренном треугольнике длина основания равна 12 см, а его периметр 32 см. Найдите радиус окружности, вписанной в треугольник.

Решение. Пусть AC – основание равнобедренного треугольника ABC . Найдём боковую сторону AB .
 $AB = \frac{32 - 12}{2} = 10$. По формуле Герона вычислим площадь треугольника:

$$S = \sqrt{16 \cdot (16 - 10) \cdot (16 - 10) \cdot (16 - 12)} = 48.$$

Используем формулу $S = p \cdot r$ и найдём радиус вписанной окружности: $r = \frac{48}{16} = 3$.



Ответ. 3.

8. (5 баллов) Найдите наибольшее значение функции $y = -x^2 - 2x + 3$.

Решение. Так как старший коэффициент квадратного трехчлена равен -1 , то функция $y = -x^2 - 2x + 3$ принимает наибольшее значение в точке $x_0 = -\frac{b}{2a} = -1$,
 $y(-1) = -1 + 2 + 3 = 4$.

Ответ. 4.

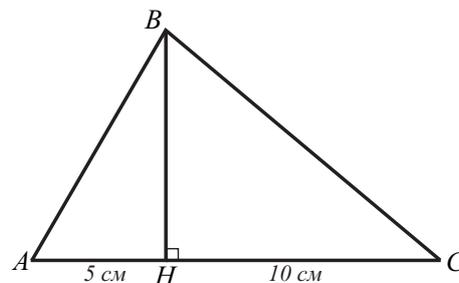
9. (5 баллов) Один мастер может выполнить заказ за 28 часов, а другой за 21 час. За сколько часов выполнят заказ оба мастера, работая вместе?

Решение. Производительность первого рабочего равна $\frac{1}{28}$ (заказа в час), производительность второго – $\frac{1}{21}$. Тогда вместе они работают с производительностью $\frac{1}{28} + \frac{1}{21} = \frac{1}{12}$, и следовательно, на выполнение заказа у них уходит 12 часов.

Ответ. 12.

10. (5 баллов) Одна из сторон треугольника на 3 см меньше другой, высота делит третью сторону на отрезки длиной 5 см и 10 см. Найти периметр треугольника.

Решение. Пусть высота BH треугольника ABC равна h см, сторона AB треугольника равна x см, тогда сторона BC равна $(x + 3)$ см. Для прямоугольных треугольников ABH и CBH запишем теорему Пифагора и получим систему



$$\begin{cases} x^2 = h^2 + 25, \\ (x + 3)^2 = h^2 + 100. \end{cases}$$

Вычитая из первого уравнения второе, получим $x^2 - (x + 3)^2 = -75$, откуда $x = 11$.
Итак, $AB = 11$, $BC = 14$, $AC = 15$, а периметр треугольника равен 40 см.

Ответ. 40.