

**Вступительное испытание по информатике для  
поступающих в 10 математико-информационный класс  
10 июля 2020 года**

Работа состоит из двух частей.

**Часть 1** включает задания с кратким ответом. К этим заданиям Вы должны самостоятельно сформулировать и записать *ответ* в указанной форме в отведённом для этого месте.

**Часть 2** включает задания, для выполнения которых Вам необходимо написать полное решение и ответ в произвольной форме. Перед решением указывайте номер задания.

**Часть 1**

1. (2 балла) Симметричным трехзначным числом будем считать число, запись которого имеет ровно три значащих цифры, и первая цифра совпадает с последней. Определите минимальное основание системы счисления, в которой можно записать не менее 100 симметричных трехзначных чисел.

**Решение.**

$ABA_x$  А может принимать  $(x - 1)$  значение, а В –  $x$  значений  $\Rightarrow$  всего чисел может быть  $x(x - 1)$

Т.к. чисел необходимо записать не менее 100, то  $x(x - 1) > 100$  решим неравенство  $x^2 - x - 100 > 0$

$$D = 1 + 400 = 401$$

Т.к.  $x > 0$  то  $x > \frac{1 + \sqrt{401}}{2}$

Сделаем оценку данного неравенства:

$$401 > 400$$

$$\sqrt{401} > \sqrt{400}$$

$$\sqrt{401} > 20$$

$$\frac{1 + \sqrt{401}}{2} > \frac{1 + 20}{2} = \frac{21}{2} = 10,5$$

Таким образом  $x > \frac{1 + \sqrt{401}}{2} > 10,5$

Минимальное  $x$  будет равно 11.

**Ответ.** 11.

2. (2 балла) Петя загадал последовательность из 4 чисел, в которой каждое следующее число на единицу меньше предыдущего. После этого он записал каждое число в системе счисления с определенным основанием, не меняя порядка чисел. Все числа записаны в системах счисления с разными основаниями. Получилась следующая запись: **31, 33, 35, 37**.

Для каждого числа определите, в какой системе счисления оно записано, если известно, что одно из чисел записано в восьмеричной системе счисления. В ответе укажите натуральное число, равное основанию этой системы счисления.

| Число             | 31 | 33 | 35 | 37 |
|-------------------|----|----|----|----|
| Система счисления |    |    |    |    |

**Решение:**

Возможны 4 случая записи восьмеричного числа:

- Если  $31_8 \Rightarrow 31_8=25$  то  $33_x=24$  ( $x=7$ ),  $35_y=23$  ( $y=6$ ),  $37_z=22$  ( $z=5$ ), но в 5-ой сс нет цифры 7 возникает противоречие.
- Если  $33_8 \Rightarrow 33_8=27$  то  $31_x=28$  ( $x=9$ ),  $35_y=26$  ( $y=7$ ),  $37_z=25$  ( $z=6$ ), но в 6-ой сс нет цифры 7 возникает противоречие.
- Если  $35_8 \Rightarrow 35_8=29$  то  $31_x=31$  ( $x=10$ ),  $33_y=30$  ( $y=9$ ),  $37_z=28$  ( $z=7$ ), но в 7-ой сс нет цифры 7 возникает противоречие.
- Если  $37_8 \Rightarrow 37_8=31$  то  $31_x=34$  ( $x=11$ ),  $33_y=33$  ( $y=10$ ),  $35_z=32$  ( $z=9$ ),

ПОДХОДИТ!

Остается записать в ответ, в какой системе счисления записано каждое число

**Ответ.**

| Число             | 31    | 33    | 35    | 37    |
|-------------------|-------|-------|-------|-------|
| Система счисления | 11    | 10    | 9     | 8     |
|                   | 0,5 б | 0,5 б | 0,5 б | 0,5 б |

3. (2 балла) Найдите натуральное число такое, что его запись в шестеричной системе счисления имеет ровно четыре значащих разряда и при этом выполняются следующие условия:

1. Две первые цифры его записи являются одинаковыми между собой, и две последние цифры также одинаковы между собой.
2. Две первые цифры отличны от последних двух цифр.
3. Число является полным квадратом, то есть оно является квадратом некоторого целого числа.

В ответе укажите четырехзначное число в шестеричной системе счисления.

**Решение:**

Задачи, связанные с системами счисления целесообразно решать, используя полную степенную запись числа. Перепишем условие:  $A*6^3 + A*6^2 + B*6 + B = X^2$ , где

A – первая и вторая цифра числа в шестеричной системе,

B – третья и четвертая цифра числа в шестеричной системе.

Упростим выражение:  $(36*A + B)*7 = X^2$

Проанализируем данное равенство.

Из условия задачи понятно, что A может принимать значения от 1 до 5, а B может принимать значения от 0 до 5.

Следовательно максимальное значение  $X^2$  может быть равно 1295, а минимальное равно 252.

Таким образом можно утверждать, что:  $15,87 \leq X \leq 35,98$

Поскольку по условию X целое, то нас интересует ряд целых чисел от 16 до 35. Кроме того, из равенства видно, что X должно быть кратно 7. Это сокращает ряд чисел до трех: 21, 28, 35.

Далее нужно решить независимо три уравнения:

$$(36*A + B)*7 = 21^2$$

$$(36*A + B)*7 = 28^2$$

$$(36*A + B)*7 = 35^2$$

Из полученных уравнений только второе имеет решение, при котором A и B будут целыми числами, попадающими в диапазоны, определенные выше. Получаем A = 3 и B = 4.

**Ответ:** 3344.

4. (7 баллов) Все четырёхбуквенные слова, составленные из букв Г, О, Р, А, записаны в алфавитном порядке и пронумерованы, начиная с 1. Начало списка выглядит так:

1. АААА
2. АААГ
3. АААО
4. АААР
5. ААГА

...

а) Под каким номером в списке идёт первое и последнее слово, в котором встречается **либо буква О, либо буква Р?**

| первое слово | последнее слово |
|--------------|-----------------|
|              |                 |

б) Под каким номером в списке идёт первое, второе, предпоследнее и последнее слово, в котором выполняется следующее условие: **если нет буквы О, то есть буквы А, Г и Р?**

| первое слово | второе слово | предпоследнее слово | последнее слово |
|--------------|--------------|---------------------|-----------------|
|              |              |                     |                 |

в) Под каким номером в списке идёт первое, второе, третье и последнее слово, в котором будет **ложно** следующее условие: **если есть буква Г, то есть буква А или буква Р?**

| первое слово | второе слово | третье слово | последнее слово |
|--------------|--------------|--------------|-----------------|
|              |              |              |                 |

**Решение:**

Самый простой вариант решения этой задачи – использование систем счисления; действительно, здесь расстановка слов в алфавитном порядке равносильна расстановке по возрастанию чисел, записанных в четверичной системе счисления (основание системы счисления равно количеству используемых букв).

Выполним замену

|   |   |   |   |
|---|---|---|---|
| А | Г | О | Р |
| 0 | 1 | 2 | 3 |

Далее будем отвечать на вопросы:

а) Под каким номером в списке идёт первое и последнее слово, в котором встречается **либо буква О, либо буква Р?**

Переформулируем: **встречается либо 2 либо 3**

первое слово =  $0002_4=2$       Это слово идёт под номером 3

последнее слово =  $3333_4=255$       Это слово идёт под номером 256

| первое слово | последнее слово |
|--------------|-----------------|
| 3            | 256             |
| <b>0,5 б</b> | <b>0,5 б</b>    |

б) Под каким номером в списке идёт первое, второе, предпоследнее и последнее слово, в котором выполняется следующее условие: **если нет буквы О, то есть буквы А, Г и Р?**

Переформулируем: **если нет 2, то есть 0, 1 и 3**      иными словами: **есть 2, или есть 0, 1 и 3**

первое слово =  $0002_4=2$       Это слово идёт под номером 3

второе слово =  $0012_4=6$       Это слово идёт под номером 7

предпоследнее слово =  $3323_4=251$       Это слово идёт под номером 252

последнее слово =  $3332_4=254$       Это слово идёт под номером 255

| первое слово | второе слово | предпоследнее слово | последнее слово |
|--------------|--------------|---------------------|-----------------|
| 3            | 7            | 252                 | 255             |
| <b>0,5 б</b> | <b>0,5 б</b> | <b>0,5 б</b>        | <b>0,5 б</b>    |

в) Под каким номером в списке идёт первое, второе, третье и последнее слово, в котором будет ложно следующее условие: **если есть буква Г, то есть буква А или буква Р?**

Переформулируем: условие ложно **если есть 1, то есть 0 или 3**

иными словами: условие ложно **нет 1, или есть (0 или 3)**

или условие истинно **есть 1 и нет 0 и нет 3**

первое слово =  $1111_4=85$  Это слово идёт под номером 86

второе слово =  $1112_4=86$  Это слово идёт под номером 87

третье слово =  $1121_4=89$  Это слово идёт под номером 90

последнее слово =  $2221_4=169$  Это слово идёт под номером 170

| первое слово | второе слово | третье слово | последнее слово |
|--------------|--------------|--------------|-----------------|
| 86           | 87           | 90           | 170             |
| <b>1 б</b>   | <b>1 б</b>   | <b>1 б</b>   | <b>1 б</b>      |

**Ответ:**

а) Под каким номером в списке идёт первое и последнее слово, в котором встречается **либо буква О, либо буква Р?**

| первое слово | последнее слово |
|--------------|-----------------|
| 3            | 256             |
| <b>0,5 б</b> | <b>0,5 б</b>    |

б) Под каким номером в списке идёт первое, второе, предпоследнее и последнее слово, в котором выполняется следующее условие: **если нет буквы О, то есть буквы А, Г и Р?**

| первое слово | второе слово | предпоследнее слово | последнее слово |
|--------------|--------------|---------------------|-----------------|
| 3            | 7            | 252                 | 255             |
| <b>0,5 б</b> | <b>0,5 б</b> | <b>0,5 б</b>        | <b>0,5 б</b>    |

в) Под каким номером в списке идёт первое, второе, третье и последнее слово, в котором будет ложно следующее условие: **если есть буква Г, то есть буква А или буква Р?**

| первое слово | второе слово | третье слово | последнее слово |
|--------------|--------------|--------------|-----------------|
| 86           | 87           | 90           | 170             |
| <b>1 б</b>   | <b>1 б</b>   | <b>1 б</b>   | <b>1 б</b>      |

**5. (2 балла)** Учитель задал ученикам задание построить таблицы истинности: Пете – для выражения F, а Васе – для выражения G. Каждое из этих выражений содержало шесть одних и тех же переменных.

После того, как ребята выполнили задание, они обнаружили, что в получившихся таблицах истинности есть ровно 10 одинаковых строк, причем ровно в 3 из них в столбце значений стоит 1.

Затем они построили таблицу истинности для выражения  $F \vee G$ . Сколько строк этой таблицы содержит 1 в столбце значений?

**Решение.** Поскольку таблицы истинности каждого из выражений  $F$  и  $G$  содержало 6 одних и тех же переменных, то в каждой из таблиц  $2^6 = 64$  наборов строк, выражение  $F \vee G$  тоже содержит эти же самые 6 переменных и тоже 64 набора строк.

Т.к. 10 одинаковых строк – это 10 наборов переменных, на которых выражения  $F$  и  $G$  принимают одинаковые значения, причём в трёх случаях из 10 это 1 (и, значит, выражение  $F \vee G$  в этих случаях тоже равно 1), а в остальных семи случаях – это 0 (и, значит, выражение  $F \vee G$  в этих случаях тоже равно 0).

На остальных наборах переменных выражения  $F$  и  $G$  принимают разные значения, то есть одно из них 1, а второе 0, тогда  $F \vee G$  равно 1. Таким образом,  $F \vee G$  равно 0 только в семи случаях, следовательно,  $F \vee G$  равно 1 всего в  $64 - 7 = 57$  случаях.

**Ответ.** 57

6. (2 балла) Арсений, Рита и Коля играют в игру: у каждого из них есть несколько карточек, на которых написаны натуральные числа (числа на карточках могут повторяться). Рите достались карточки с числами 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20, а Коле – с числами 5, 10, 15, 20, 25, 30, 35, 40, 45, 50. Известно, что для каждой карточки истинно хотя бы одно из следующих высказываний ведущего:

«Если такая карточка есть у Арсения, то такая же есть и у Риты»,

«Если такой карточки нет у Коли, то такой же нет и у Арсения».

Определите наибольшее возможное количество различных чисел, которые могут быть написаны на карточках, находящихся у Арсения.

**Решение:** Все карточки, которые есть у Риты, могут быть у Арсения – для них будет истинным первое высказывание. Все карточки, которые есть у Коли, могут быть у Арсения – для них будет истинным второе высказывание. Если же какой-то карточки нет ни у Риты, ни у Коли, её не может быть и у Арсения, иначе ложными окажутся оба высказывания ведущего. Таким образом, максимально у Арсения может быть набор из карточек

2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20, 5, 10, 15, 20, 25, 30, 35, 40, 45, 50.

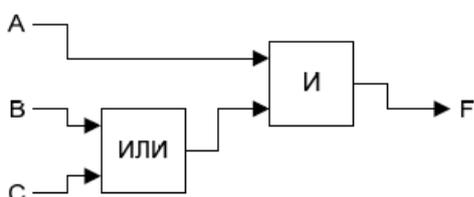
Различных чисел в этом наборе встречается 18:

2, 4, 5, 6, 8, 10, 12, 14, 15, 16, 18, 20, 25, 30, 35, 40, 45, 50.

**Ответ:** 18

7. (3 балла) Петя придумал задание для олимпиады, в результате выполнения которого участники должны были построить логическую схему по заданной полной таблице истинности. К сожалению, Петя не учел, что по одной и той же таблице истинности можно построить различные соответствующие ей логические схемы, а дополнительных требований к ответу он не предъявлял. Среди ответов участников встретились пять различных вариантов схем, и Пете нужно определить, какие из них соответствуют той же полной таблице истинности, что и его вариант ответа. Помогите ему в этом.

Вариант ответа, который предполагал Петя:





Из таблицы видно, что столбцы значений для схем 1, 3 и 4 совпали со столбцом значений Петинной схемы, а для схем 2 и 5 – не совпали.

Ответ. Схеме Пети соответствуют ответы участников 1, 3, 4.

8. (2 балла) Три друга Алеша, Вася, Сёма стремились получить проходной балл по итогам вступительного экзамена и поступить в СУНЦ. Их тренер высказал следующие предположения:

- 1) Если уж Алеша получит проходной балл, то Вася и Сёма точно его получают
- 2) Либо Алеша и Сёма получают проходной балл одновременно, либо одновременно не получают.
- 3) Для того, чтобы Сёма получил проходной балл, необходимо, чтобы Вася тоже его получил.

По завершении экзамена оказалось, что одно из трёх предположений ложно. Кто из названных ребят поступил?

**Решение 1: таблицей истинности**

Введем обозначения логических высказываний

A – Алеша поступил в СУНЦ,

B – Вася поступил в СУНЦ и

C – Сёма поступил в СУНЦ

и построим таблицу истинности, обозначив истину 1, а ложь 0.

| A | B | C | 1) | 2) | 3) |
|---|---|---|----|----|----|
| 0 | 0 | 0 | 1  | 1  | 1  |
| 0 | 0 | 1 | 1  | 0  | 0  |
| 0 | 1 | 0 | 1  | 1  | 1  |
| 0 | 1 | 1 | 1  | 0  | 1  |
| 1 | 0 | 0 | 0  | 0  | 1  |
| 1 | 0 | 1 | 0  | 1  | 0  |
| 1 | 1 | 0 | 0  | 0  | 1  |
| 1 | 1 | 1 | 1  | 1  | 1  |

Из анализа таблицы следует, что одно из трёх предположений ложно только когда Вася и Сёма поступили

**Ответ:** Вася и Сёма поступили в СУНЦ.

**Решение 2: Законами логики**

Введем обозначения

A – Алеша поступил в СУНЦ, B – Вася поступил в СУНЦ и C – Сёма поступил в СУНЦ

- 1) Если уж Алеша получит проходной балл, то Вася и Сёма точно его получают

$$F1 = A \rightarrow BC = \bar{A} + BC$$

Также для удобства сразу рассмотрим отрицание этого высказывания

$$\bar{F1} = \overline{A \rightarrow BC} = \overline{\bar{A} + BC} = A(\bar{B} + \bar{C})$$

- 2) Либо Алеша и Сёма получают проходной балл одновременно, либо одновременно не получают.

$$F2 = A \Leftrightarrow C = AC + \bar{A} \cdot \bar{C} \quad \text{и отрицание} \quad \bar{F2} = \overline{A \Leftrightarrow C} = \overline{AC + \bar{A} \cdot \bar{C}} = \bar{A} \cdot C + A \cdot \bar{C}$$

- 3) Для того, чтобы Сёма получил проходной балл, необходимо, чтобы Вася тоже его получил.

$$F3 = C \rightarrow B = \bar{C} + B \quad \text{и отрицание} \quad \bar{F3} = \overline{C \rightarrow B} = \overline{\bar{C} + B} = C \cdot \bar{B}$$

Т.к. одно из трёх предположений ложно, рассмотрим 3 случая:

$$\begin{aligned}
 \text{I) } \overline{F1} \cdot F2 \cdot F3 &= A(\overline{B+C}) \cdot (AC + \overline{A} \cdot \overline{C}) \cdot (\overline{C+B}) = \\
 &= A(AC + \overline{A} \cdot \overline{C}) \cdot (\overline{B+C}) \cdot (\overline{C+B}) = \\
 &= AC \cdot (\overline{B} \cdot \overline{C} + \overline{C} + B \cdot \overline{C}) = AC\overline{C} = 0
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{II) } F1 \cdot \overline{F2} \cdot F3 &= (\overline{A+BC}) \cdot (\overline{A} \cdot C + A \cdot \overline{C}) \cdot (\overline{C+B}) = \\
 &= (\overline{A} \cdot C + \overline{A} \cdot B \cdot C) \cdot (\overline{C+B}) = \\
 &= \overline{A} \cdot C\overline{C} + \overline{A} \cdot B \cdot C\overline{C} + \overline{A} \cdot CB + \overline{A} \cdot B \cdot CB = \\
 &= \overline{A} \cdot CB + \overline{A} \cdot B \cdot C = \overline{A} \cdot B \cdot C = 1
 \end{aligned}$$

$$\Rightarrow \overline{A} = 1 \quad (A=0) \quad B=1 \quad C=1$$

$$\begin{aligned}
 \text{III) } F1 \cdot F2 \cdot \overline{F3} &= (\overline{A+BC}) \cdot (AC + \overline{A} \cdot \overline{C}) \cdot C \cdot \overline{B} = \\
 &= C \cdot \overline{B} \cdot (\overline{A+BC}) \cdot (AC + \overline{A} \cdot \overline{C}) = \\
 &= C \cdot (\overline{A} \cdot \overline{B} + BC \cdot \overline{B}) \cdot (AC + \overline{A} \cdot \overline{C}) = \\
 &= \overline{A} \cdot \overline{B} \cdot C \cdot (AC + \overline{A} \cdot \overline{C}) = 0
 \end{aligned}$$

Ответ: Вася и Сёма поступили в СУНЦ

### Решение 3: Деревом

- 1) Если уж Алеша получит проходной балл, то Вася и Сёма точно его получат
- 2) Либо Алеша и Сёма получают проходной балл одновременно, либо одновременно не получают.
- 3) Для того, чтобы Сёма получил проходной балл, необходимо, чтобы Вася тоже его получил

### Построим дерево всевозможных вариантов

| Алеша | получил проходной балл |            |            |            | не получил проходной балл |            |            |            |
|-------|------------------------|------------|------------|------------|---------------------------|------------|------------|------------|
|       | получил                |            | не получил |            | получил                   |            | не получил |            |
| Вася  | получил                |            | не получил |            | получил                   |            | не получил |            |
| Сёма  | получил                | не получил | получил    | не получил | получил                   | не получил | получил    | не получил |
| 1)    | +                      | -          | -          | -          | +                         | +          | +          | +          |
| 2)    | +                      | -          | +          | -          | -                         | +          | -          | +          |
| 3)    | +                      | +          | -          | +          | +                         | +          | -          | +          |
|       | X                      | X          | X          | X          | !                         | X          | X          | X          |

Из анализа дерева следует, что одно из трёх предположений ложно только когда Вася и Сёма поступили

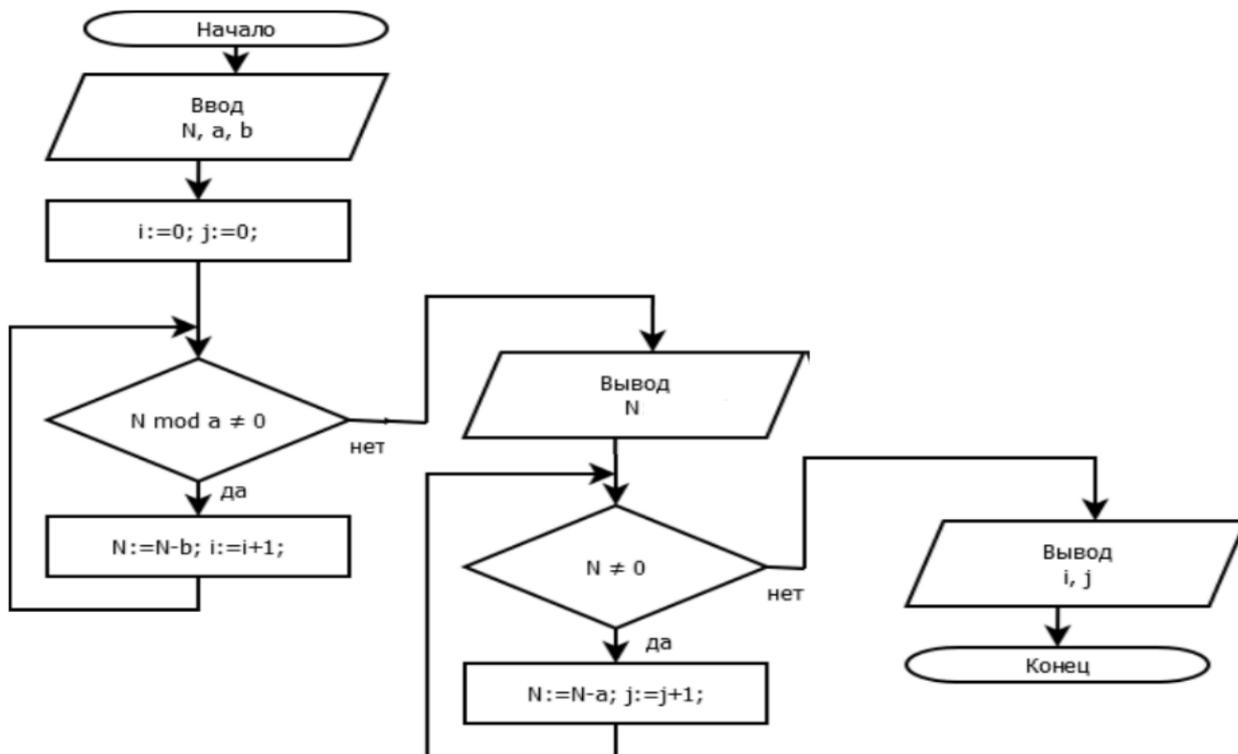
Ответ: Вася и Сёма поступили в СУНЦ.

9. (2 балла) Дана блок-схема алгоритма, который по трем заданным натуральным числам  $N$ ,  $a$  и  $b$  вычисляет два значения  $i$  и  $j$ .

Операция  $N \bmod a$  вычисляет остаток от деления  $N$  на  $a$ .

Известно, что перед выполнением алгоритма были введены значения  $a=3$  и  $b=5$ , а после его выполнения были напечатаны значения  $i=2$  и  $j=6$ .

- а) Определите, какое значение  $N$  было введено перед началом выполнения алгоритма
- б) Определите, какое значение  $N$  было напечатано в процессе выполнения алгоритма



**Решение.** а) Заметим, что из  $N$  два раза вычитали  $b$ , поскольку после выполнения алгоритма  $i = 2$ , значит, число  $N - 2b = N - 10$  делится на  $a = 3$ . И в это число 3 укладывается  $j = 6$  раз, значит,  $N - 10 = 3 \cdot 6 = 18$ , откуда  $N = 28$ .

б) Вывод на печать числа  $N$  происходит после выполнения первого цикла, но перед выполнением второго. К этому моменту из  $N$  только два раза вычли  $b$ , значит, оно стало равно  $N - 10 = 18$ .

**Ответ:** а) 28; б) 18

10.(2 балла) Приведен фрагмент программы обработки целочисленного массива MAS из пяти элементов. Индексация элементов массива начинается с 1.

```

нц для I от 1 до 4
  MAS[I+1]:= MAS[I+1]+ MAS[I]*5+3
кц
  
```

*Примечание:* знаком  $:=$  обозначена операция присваивания.

**нц** и **кц** обозначают начало цикла и конец цикла соответственно.

Определите исходные значения элементов массива MAS до начала выполнения фрагмента программы, если известно, что после его выполнения значения элементов массива стали следующие:

|               |   |    |    |     |      |
|---------------|---|----|----|-----|------|
| <b>I</b>      | 1 | 2  | 3  | 4   | 5    |
| <b>MAS[I]</b> | 1 | 10 | 58 | 297 | 1491 |

Запишите в таблицу исходные значения элементов массива

|               |   |   |   |   |   |
|---------------|---|---|---|---|---|
| <b>I</b>      | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| <b>MAS[I]</b> |   |   |   |   |   |

**Решение:** Заметим, что значение  $MAS[1]$  не меняется, значит,  $MAS[1]=1$  во время всего фрагмента программы.

Составим трассировочную таблицу от последнего шага до первого

| № шаг | Значения после шага | Оператор | Вычисления | Значения до шага |
|-------|---------------------|----------|------------|------------------|
|-------|---------------------|----------|------------|------------------|

|            |                            |                              |   |                           |
|------------|----------------------------|------------------------------|---|---------------------------|
| <b>a</b>   |                            |                              |   |                           |
| <b>i=4</b> | MAS[4]=297<br>MAS[5]=1491  | MAS[5] = MAS[5] + MAS[4]*5+3 | 1491 = MAS[5] + 297*5+3<br>MAS[5] = 1491-1485-3 = 3 | MAS[4]=297<br>MAS[5] = 3  |
| <b>i=3</b> | MAS[3] = 58<br>MAS[4]=297  | MAS[4] = MAS[4] + MAS[3]*5+3 | 297 = MAS[4] + 58*5+3<br>MAS[4] = 297-290-3 = 4     | MAS[3] = 58<br>MAS[4] = 4 |
| <b>i=2</b> | MAS[2] = 10<br>MAS[3] = 58 | MAS[3] = MAS[3] + MAS[2]*5+3 | 58 = MAS[3] + 10*5+3<br>MAS[3] = 58-50-3 = 5        | MAS[2] = 10<br>MAS[3] = 5 |
| <b>i=1</b> | MAS[1]=1<br>MAS[2] = 10    | MAS[2] = MAS[2] + MAS[1]*5+3 | 10 = MAS[2] + 1*5+3<br>MAS[2] = 10 - 3 - 5 = 2      | MAS[1]=1<br>MAS[2] = 2    |

**Ответ:**

|               |   |              |              |              |              |
|---------------|---|--------------|--------------|--------------|--------------|
| <b>I</b>      | 1 | 2            | 3            | 4            | 5            |
| <b>MAS[I]</b> | 1 | 2            | 5            | 4            | 3            |
|               |   | <b>0,5 б</b> | <b>0,5 б</b> | <b>0,5 б</b> | <b>0,5 б</b> |

**11. (2 балла)** При записи фотографии в память фотоаппарата к ней добавляется служебная информация о дате, месте и параметрах съемки. Эта информация занимает ровно 24 КБайта. Фотоаппарат позволяет снимать как одиночные фотографии, так и серии из трех фотографий с различными параметрами диафрагмы. В таких сериях указанная выше служебная информация добавляется только к первой фотографии, а к последующим фотографиям серии присоединяется только служебная информация об изменении диафрагмы в объеме ровно 8 КБайт на каждую.

Юный фотограф сделал несколько одиночных фотографий и несколько серий, его фотографии имели разрешение 2048 на 1360 точек и глубину цвета 24 бита. Фотографии сохраняются без сжатия. Другой информации кроме самих фотографий и описанной служебной в памяти нет. Какое максимальное количество серий мог сделать фотограф, если известно, что серий ровно в 3 раза меньше, чем одиночных фотографий, а сохраненный объем данных не превышает 192 МБайт.

**Решение:**

1. Объем одиночной фотографии равен  $24 \text{ бита} * 1360 * 2048 + 24 \text{ Кбайта} = 3 * 1360 * 2 \text{ Кбайт} + 24 \text{ Кбайта} = 8184 \text{ Кбайт}$ .

2. Объем серии равен  $3 * 8160 \text{ Кбайт} + 24 \text{ Кбайта} + 8 \text{ Кбайт} + 8 \text{ Кбайт} = 24480 \text{ Кбайт} + 40 \text{ Кбайт} = 24520 \text{ Кбайт}$

3. Пусть серий было  $x$ , а одиночных фотографий  $3x$ . Тогда общий объем данных равен  $24520x + 3 * 8184x = 24520x + 24552x = 49072x \text{ Кбайт}$ , по условию это не больше  $192 \text{ Мбайта} = 196608 \text{ Кбайт}$ , а  $x$  – целое, значит,  $x$  не больше  $[196608/49072] = 4$

**Ответ 4**

**12. (2 балла)** В организации установлен сейф. Для его открытия используется комбинация из 4 символов. Каждый символ может с равной вероятностью принимать значение соответствующее натуральному числу в диапазоне от 1 до 8. Какое количество информации будет нести в себе сообщение одного сотрудника другому:

«В коде, открывающем сейф первый и третий символы – четные.»

В ответе укажите целое число бит.

**Решение:**

4 символа, на каждый символ 8 комбинаций => Всего  $8^4 = 2^{12}$

«В коде, открывающем сейф первый и третий символы – четные.»

2 символа, на каждый из которых 8 комбинаций, и 2 символа, на каждый из которых 4 комбинации (2, 4, 6, 8) => Подходит  $4*8*4*8$ , т.е.  $8^2*4^2=2^{10}$

$$\text{Вероятность: } P = \frac{\text{подходит}}{\text{всего}} = \frac{2^{10}}{2^{12}} = \frac{1}{2^2} = \frac{1}{4}$$

Каждый бит уменьшает вероятность в 2 раза. Вероятность 1 уменьшена в 4 раза ( $2^2$ ) =>  $1+1=2$  бита

**Ответ. 2**

**13.(1 балл)** Сервер автоматически сохраняет файлы в специальный каталог, при этом переименовывая их в **ВИ-2020\_xxx.pdf** (xxx - порядковый номер от 000 до 999). Поиск в каталоге по маске **ВИ-2020\_\*.pdf** выдал 853 файла. Затем из каталога удалили все файлы, имя которых подходит под маску **ВИ-2020\_?5?.pdf**. Сколько файлов осталось в каталоге?

**Решение:**

**ВИ-2020\_xxx.pdf**

**ВИ-2020\_\*.pdf** выдал 853 файла (их номера будут от 000 до 852)

**ВИ-2020\_?5?.pdf** на первом месте может стоять 9 цифр (от 0 до 8)

для каждой цифры от 0 до 7, стоящей на первом месте, на последнем месте может стоять 10 цифр ( $8*10=80$  вариантов файлов)

для цифры 8, стоящей на первом месте, на последнем месте может стоять 3 цифры от 0 до 2 (3 варианта файлов)

т.о.  $80+3=83$  файла удалили осталось  $853-83=770$

**Ответ. 770**

**14.(2 балла)** Дан список файлов:

rabota.ttf  
rabotenka.com  
pobeda.ost  
raseborot.com  
pomelo.cuo  
rostiobot.ty  
rabotnik.bco  
sotrudnik.dbt  
kassir33.tot  
rassobor.com

Для каждой маски определите, сколько файлов будет выбрано в результате её применения.

1. r\*bo\*.\*
2. \*bo\*.c\*
3. \*e\*.\*o\*
4. \*a\*bo\*.\*
5. \*a\*bot\*.\*
6. \*a\*o\*.\*o\*
7. \*abo\*.\*om
8. .\*a\*o\*.\*

| Номер маски       | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
|-------------------|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Количество файлов |   |   |   |   |   |   |   |   |

**Решение.** В результате применения масок будут выбраны:

1. 6 файлов (1, 2, 4, 6, 7, 10)
2. 3 файла (2, 4, 10)

3. 4 файла (2, 3, 4, 5)
4. 5 файлов (1, 2, 4, 7, 10)
5. 3 файла (1, 2, 7)
6. 4 файла (2, 4, 7, 10)
7. 1 файл (2)
8. 5 файлов (1, 2, 4, 7, 10)

**Ответ:**

|                   |        |        |        |        |        |        |        |        |
|-------------------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| Номер маски       | 1      | 2      | 3      | 4      | 5      | 6      | 7      | 8      |
| Количество файлов | 6      | 3      | 4      | 5      | 3      | 4      | 1      | 5      |
|                   | 0,25 б |

**15.(3 балла)** База данных содержит сведения о проливах. К этой базе было сделано несколько запросов. В таблице приведены запросы и количество записей, отобранных из базы данных по этим запросам:

| Запрос   | Количество записей |
|--|--------------------|
| ((Длина (км) < 300) <b>ИЛИ</b> (Ширина (км) > 50))   | 20                 |
| ((Ширина (км) > 50) <b>И</b> (Местоположение = Атлантический океан))   | 10                 |
| ((Длина (км) < 300) <b>ИЛИ</b> (Ширина (км) > 50)) <b>И</b> ((Местоположение = Атлантический океан) <b>ИЛИ</b> (Длина (км) < 300) <b>ИЛИ</b> (Глубина (м) > 50)) | 10                 |
| ((Глубина (м) > 50) <b>ИЛИ</b> (Местоположение = Атлантический океан) <b>ИЛИ</b> (Длина (км) < 300))   | 15                 |
| ((Местоположение = Атлантический океан) <b>И</b> (Глубина (м) > 50))   | 5                  |

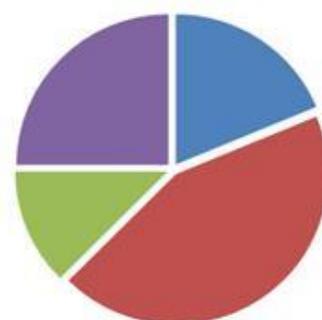
Известно, что каждая запись этой базы данных была отобрана хотя бы по одному из запросов. Сколько всего записей в этой базе данных?

**Решение.** Известно, что каждая запись этой базы данных удовлетворяет хотя бы одному из приведенных запросов. Если запись не удовлетворяет четвертому запросу, то она не удовлетворяет ни второму, ни третьему, ни пятому запросу, а значит, она удовлетворяет первому запросу, причем для этой записи условия (Местоположение = Атлантический океан), (Длина (км) < 300), ((Глубина (м) > 50) ложны, а значит, истинно условие (Ширина (км) > 50). А таких записей в базе данных  $20 - 10 = 10$ , т.к. они входят в 20, удовлетворяющих первому запросу, но не входят в 10, удовлетворяющих третьему. Таким образом, в базе данных есть 15 записей, удовлетворяющих четвертому запросу, и 10 записей, не удовлетворяющих четвертому запросу, значит, всего в ней 25 записей.

**Ответ.** 25

**16.(1 балл)** Дан фрагмент электронной таблицы. Известно, что все числа, появившиеся в ячейках, целые.

|   | A  | B      |
|---|----|--------|
| 1 | 6  | =A1-A2 |
| 2 |    | =A3-A2 |
| 3 | 10 | =A1/B1 |
| 4 | 18 | =B2-B1 |



Какое число должно быть записано в ячейке A2, чтобы построенная после выполнения вычислений диаграмма по значениям диапазона ячеек B1:B4 соответствовала рисунку? **Решение.** Из последней строчки видно, что  $B2 = B1 + B4$ , а на диаграмме бордовый сектор равен сумме синего и фиолетового. Значит, зелёный сектор соответствует ячейке B3, и он ровно в два раза меньше фиолетового, значит, или  $2A1/B1 = B1$  (т.е.  $(B1)^2 = 12$ ), или  $2A1/B1 = B4 = B2 - B1 = A3 - A1 = 4$  (т.е.  $B1 = 2A1/4 = 3$ ). Поскольку по условию числа целые, а 12 не является полным квадратом, остаётся ответ  $B1 = 3$ , откуда  $A2 = 3$ .

**Ответ.** 3

**17.(2 балла)** Фрагмент электронной таблицы представлен в режиме отображения формул. Ячейку B2 скопировали в каждую ячейку диапазона B3:B6. Ячейку C1 скопировали в каждую ячейку диапазона C2:C6. Какое положительное вещественное число меньше единицы нужно поместить в ячейку D2, чтобы в результате вычислений в ячейке C7 получилось значение 0,3222? В ответе укажите вещественное число, используя в качестве разделителя целой и дробной части запятую. Число не должно иметь больше 4 знаков после запятой.

|   | A | B  | C   | D | E |
|---|---|--|---|---|---|
| 1 | 1 | =D2*E2                                       | =ЕСЛИ(B1>=1; ОКРВНИЗ(B1;1)*СТЕПЕНЬ(10;-A1);0) |   |   |
| 2 | 2 | =ЕСЛИ(B1>=1;(B1-ОКРВНИЗ(B1;1))*E\$2;B1*E\$2) |   |   | 5 |
| 3 | 3 |  |   |   |   |
| 4 | 4 |  |   |   |   |
| 5 | 5 |  |   |   |   |
| 6 | 6 |  |   |   |   |
| 7 |   |  | =СУММ(C1:C6)                                  |   |   |
| 8 |   |  |   |   |   |
| 9 |   |  |   |   |   |

**Решение.** По условию число в ячейке D2 меньше 1, значит, произведение D2\*E2 меньше 5, значит, ОКРВНИЗ(B1; 1) содержит одну цифру, и, если  $B1 < 1$ , то эта цифра 0. Таким образом, значение B2 равно дробной части B1, умноженной на 5, а значит, тоже не может содержать больше одной цифры в целой части. Каждая ячейка C[i] содержит целую часть соответствующей B[i], умноженную на  $10^{-i}$ , то есть одну цифру в i-том разряде после запятой. Сумма всех ячеек C[i] равна 0,3222, значит, ячейки содержали следующие значения:  $C6 = 0$ ,  $C5 = 0$ ,  $C4 = 0,0002$ ,  $C3 = 0,002$ ,  $C2 = 0,02$ ,  $C1 = 0,3$ . Отсюда  $B6 < 1$ ,  $B5 < 1$ ,  $ОКРВНИЗ(B2,1) = ОКРВНИЗ(B3,1) = ОКРВНИЗ(B4,1) = 2$ ,  $ОКРВНИЗ(B1,1) = 3$ . Поскольку  $B6 < 1$ , значит,  $B5 < 0,2$ , а дробная часть (B4)  $< 0,04$ , т.е.  $2 \leq B4 < 2,04$ , следовательно,  $0,4 \leq$  дробная часть (B3)  $< 0,408$ , т.е.  $2,4 \leq B3 < 2,408$ , откуда  $2,48 \leq B2 < 2,4816$ ,  $3,496 \leq B1 < 3,49632$ ,  $0,6992 \leq D2 < 0,69922$ . Число с 4 знаками после запятой, удовлетворяющее этому условию, это 0,6992.

**Ответ.** 0,6992

## Часть 2

**18. (3 балла)** В данном логическом выражении приняты следующие обозначения: операция «НЕ» обозначается чертой сверху, операция «ИЛИ» – знаком +, а операция «И» – знаком  $\cdot$ .

Упростите логическое выражение или укажите его результат (при его однозначности). Результат упрощения может содержать только операции НЕ, И и ИЛИ.

$$\overline{\overline{\overline{A + B + C + A + C + A \cdot B}}}$$

Решение должно быть развернутым, выполнено на бумаге или в текстовом процессоре. Файл с решением прикрепите в качестве ответа. Убедитесь, что фотография (скан) хорошо читается.

**Решение.**

**1 способ (законами логики):**

$$\begin{aligned} & \overline{\overline{\overline{A + B + C + A + C + A \cdot B}}} = \\ & = \overline{\overline{(\overline{A + B + C}) \cdot (A + C) + A \cdot \overline{B}}} = \\ & = \overline{\overline{\overline{A \cdot (A + C) + B \cdot (A + C) + C \cdot (A + C) + A \cdot \overline{B}}}} = \\ & = \overline{\overline{\overline{A \cdot A + A \cdot C + A \cdot \overline{B} + B \cdot C + A \cdot C + C \cdot C + A \cdot \overline{B}}}} = \\ & = \overline{\overline{\overline{A \cdot \overline{B} + C \cdot (\overline{A + B + A + 1}) + A \cdot \overline{B}}}} = \\ & = \overline{\overline{\overline{A \cdot \overline{B} + C + \overline{A + B}}}} = \\ & = \overline{\overline{(\overline{A \cdot \overline{B} + C}) \cdot (\overline{A + B})}} = \\ & = \overline{\overline{(A \cdot \overline{B} + C) \cdot (\overline{A + B})}} = \\ & = \overline{\overline{A \cdot \overline{A} \cdot \overline{B} + \overline{A} \cdot C + A \cdot B \cdot \overline{B} + B \cdot C}} = \\ & = \overline{\overline{\overline{A \cdot C + B \cdot C} = C \cdot (\overline{A + B})}} \end{aligned}$$

**Ответ:**  $C \cdot (\overline{A + B}) = \overline{AC} + \overline{BC}$

**2 способ (таблицей истинности):**

| A | B | C | $\overline{A + B + C}$ | $\overline{\overline{A + B + C}}$ | $\overline{A + C}$ | $A \cdot \overline{B}$ | $\overline{\overline{\overline{A + B + C + A + C + A \cdot B}}}$ | $\overline{\overline{\overline{A + B + C + A + C + A \cdot B}}}$ |
|---|---|---|------------------------|-----------------------------------|--------------------|------------------------|--|--|
| 0 | 0 | 0 | 1                      | 0                                 | 1                  | 0                      | 1  | 0  |
| 0 | 0 | 1 | 1                      | 0                                 | 0                  | 0                      | 0  | 1  |
| 0 | 1 | 0 | 1                      | 0                                 | 1                  | 0                      | 1  | 0  |
| 0 | 1 | 1 | 1                      | 0                                 | 0                  | 0                      | 0  | 1  |
| 1 | 0 | 0 | 1                      | 0                                 | 0                  | 1                      | 1  | 0  |
| 1 | 0 | 1 | 1                      | 0                                 | 0                  | 1                      | 1  | 0  |
| 1 | 1 | 0 | 0                      | 1                                 | 0                  | 0                      | 1  | 0  |
| 1 | 1 | 1 | 1                      | 0                                 | 0                  | 0                      | 0  | 1  |

| A | B | C | $\bar{A} + B$ | $C \cdot (\bar{A} + B)$ |
|---|---|---|---------------|-------------------------|
| 0 | 0 | 0 | 1             | 0                       |
| 0 | 0 | 1 | 1             | 1                       |
| 0 | 1 | 0 | 1             | 0                       |
| 0 | 1 | 1 | 1             | 1                       |
| 1 | 0 | 0 | 0             | 0                       |
| 1 | 0 | 1 | 0             | 0                       |
| 1 | 1 | 0 | 1             | 0                       |
| 1 | 1 | 1 | 1             | 1                       |

Ответ:  $C \cdot (\bar{A} + B) = \bar{A}C + BC$

Задачи на программирование должны быть выполнены на выбранном вами языке программирования. В качестве комментария желательно указать используемую версию языка (например, Python 3.7)

Программа должна компилироваться и работать для любых исходных данных, предусмотренных в задании.

Для получения части баллов достаточно вывести верный ответ хотя бы на один из вопросов, поставленных в задании.

Формат вывода программы может незначительно отличаться от образца.

В качестве ответа прикрепите файл с выполненной программой. Формат файла определяется выбранным языком программирования (можно сохранить в текстовом файле в формате txt). Решения в виде изображения не принимаются.

**19.(3 балла)** Волосы Златовласки растут со скоростью  $k$  см в месяц. На следующий день после дня рождения злая мачеха отстригает половину длины её волос и переплавляет их в слитки.

1. Какой будет длина волос Златовласки в метрах к  $N$ -му ее Дню рождения, если родилась она абсолютно лысой.

2. Сколько килограммов золота накопит мачеха к  $N$ -му Дню рождения Златовласки, если из метра золотых волос она получает **1,25 кг** золота и  $p\%$  золота отдаёт гномам за работу по переплавке.

3. Сколько слитков будет храниться в золотом фонде мачехи, если гномы делают слитки по  $m$  кг?

**Входные данные:**

Вводятся целые числа  $k, N, p, m$  ( $0 < k, N, p, m \leq 100$ ), каждое число с новой строки.

**Выходные данные:**

Программа должна вывести три числа – длина волос в метрах, количество золота в килограммах и количество слитков в формате, указанном в примере.

**Пример**

| входные данные | выходные данные   |
|----------------|---|
| 30             | Длина волос Златовласки: 6.3 м<br>Мачеха накопила 5.5125 кг золота<br>Это составило 5 золотых слитков |
| 3              |   |
| 2              |   |
| 1              |   |

В качестве ответа необходимо загрузить программу с решением на любом языке программирования. Файл прикреплять в формате txt или в формате, предлагаемом выбранным языком программирования.

**Решение.**

```
k = int(input())
n = int(input())
p = int(input())
m = int(input())
volos = 0
s = 0
for i in range(n):
    volos /= 2
    s += volos*1.25*(100-p)/100
    volos += k*12/100
print("Длина волос Златовласки: { } м".format(volos))
print("Мачеха накопила { } кг золота".format(s))
print("Это составило { } золотых слитков".format(int(s//m)))
```

**20.(5 баллов)** Храбрый Портняжка решил поупражняться в истреблении мух на столе. Ему нужно нанести один удар и убить наибольшее количество этих насекомых. Для нанесения точного удара он составил список координат мух на плоскости с целочисленными координатами и разделил стол на четыре сектора аналогично координатным четвертям в математике. Необходимо определить:

- 1) **S** - номер сектора по которому нужно нанести удар;
- 2) **M** - количество мух, попадающих под удар в этом секторе;
- 3) **X, Y** - координаты мухи, находящейся ближе всего к центру стола;
- 4) **R** - расстояние от этой мухи до центра стола.

Удар наносится по одному сектору, в котором находится наибольшее количество мух. Одним ударом убиваются все мухи, находящиеся в этом секторе.

Если в нескольких секторах одинаковое количество мух, удар наносится по сектору, в котором величина **R** меньше.

При равенстве и количества мух, и величины **R** необходимо выбрать сектор с меньшим номером **K**.

Если в выбранном секторе несколько мух находятся на одинаковом минимальном расстоянии от центра стола, нужно выбрать первую муху по списку в порядке ввода.

Мухи, у которых хотя бы одна из координат которых равна нулю, считаются принадлежащими всем секторам, на границе которых они находятся.

**Описание входных данных**

В первой строке вводится одно целое положительное число – количество мух **N**.

Каждая из следующих **N** строк содержит координаты очередной мухи - два целых числа (первое — координата **X**, второе — координата **Y**).

**Описание выходных данных**

Программа должна вывести номер выбранного сектора **S**, количество мух в нем **M**, координаты **X** и **Y** выбранной мухи и минимальное расстояние **R** по образцу, приведённому ниже в примере.

| Входные данные | Выходные данные |
|----------------|-----------------|
| 7              | S = 2           |
| -3 4           | M = 4           |
| 1 2            | X = 0, Y = 4    |

| Входные данные  | Выходные данные                                  |
|---|--|
| 1 1<br>0 4<br>-2 -3<br>-6 8<br>-12 1                            | R = 4  |
| 8<br>-3 4<br>1 2<br>1 1<br>0 4<br>-2 -3<br>-6 8<br>-12 1<br>2 2 | S = 1<br>M = 4<br>X = 1, Y = 1<br>R = 1.41421356 |

В качестве решения необходимо загрузить программу на выбранном языке программирования. Файл должен иметь формат, соответствующий языку программирования, либо формат txt. Допустимо ответить лишь на часть вопросов.

**Решение.**

```
import math
n = int(input())
arr = [0,0,0,0]
mini = [-1,-1,-1,-1]
xy=[[0,0],[0,0],[0,0],[0,0]]
for i in range(n):
    x,y=map(int,input().split())
    if(x>=0 and y>=0):
        arr[0]+=1
        if(mini[0]==-1 or math.sqrt(x*x + y*y)<mini[0]):
            mini[0]=math.sqrt(x*x + y*y)
            xy[0][0]=x; xy[0][1]=y;
    if(x<=0 and y>=0):
        arr[1]+=1
        if(mini[1]==-1 or math.sqrt(x*x + y*y)<mini[1]):
            mini[1]=math.sqrt(x*x + y*y)
            xy[1][0]=x; xy[1][1]=y;
    if(x<=0 and y<=0):
        arr[2]+=1
        if(mini[2]==-1 or math.sqrt(x*x + y*y)<mini[2]):
            mini[2]=math.sqrt(x*x + y*y)
```

```

        xy[2][0]=x; xy[2][1]=y;
if(x>=0 and y<=0):
    arr[3]+=1
    if(mini[3]==-1 or math.sqrt(x*x + y*y)<mini[3]):
        mini[3]=math.sqrt(x*x + y*y)
        xy[3][0]=x; xy[3][1]=y;

k=-1
rr=-1
s=-1
for i in range(4):
    if(arr[i]>k):
        s=i
        k=arr[i]
        rr=mini[i]
    elif(arr[i]==k):
        if(mini[i]<rr):
            s=i
            k=arr[i]
            rr=mini[i]

print("S = "+str(s))
print("M = "+str(arr[s]))
print("X = "+str(xy[s][0])+ ", Y = "+str(xy[s][1]))
print("R = "+str(math.sqrt(xy[s][0]*xy[s][0]+xy[s][1]*xy[s][1])))

```