

РАЗБОР И КРИТЕРИИ ОЦЕНИВАНИЯ

1. Расширение газа (5 баллов)

В конце XVIII французский ученый Жозеф Луи Гей-Люссак исследовал особенности расширения отдельных газов. Он установил, что объем V_0 определенной массы газа при температуре t связан с объемом газа при температуре 0°C соотношением

$$V(t) = V_0(1 + \alpha t),$$

где α – коэффициент, одинаковый для всех газов и равный

$$\alpha = \frac{1}{273} \frac{1}{^{\circ}\text{C}}.$$

1.1.(1 балл) Определите, во сколько раз объем данной массы газа при 100°C больше объема при 0°C .

1.2.(1 балл) Обозначим ρ_0 – плотность газа при 0°C . Выразите плотность газа $\rho(t)$ при температуре t через ρ_0 .

1.3.(1 балл) Определите температуру, при которой плотность воздуха будет меньше плотности воздуха при 0°C на 20%.

1.4.(2 балла) Учебный кабинет имеет объем $V = 60 \text{ м}^3$. Определите как (увеличится, уменьшится) и на сколько изменится масса воздуха, содержащегося в нем, при повышении температуры от 0°C до 20°C . Плотность воздуха при 0°C равна $1,3 \text{ кг/м}^3$.

РЕШЕНИЕ:

1.1. Обозначим: V_{100} – объем газа при 100°C . Тогда

$$V_{100} = V_0(1 + 100 \cdot \alpha).$$

Определим отношение и найдём его значение

$$\frac{V_{100}}{V_0} = 1 + 100 \cdot \alpha = 1 + \frac{100}{273} \cong 1,37.$$

1.2. Как известно, плотность ρ , масса m и объем тела V связаны соотношением

$$m = \rho \cdot V.$$

Тогда

$$\rho(t) = \frac{m}{V(t)} = \frac{m}{V_0(1 + \alpha \cdot t)} = \frac{\rho_0}{1 + \alpha \cdot t}.$$

Здесь $\rho_0 = \frac{m}{V_0}$ – плотность газа при 0°C .

1.3. Пусть при температуре t плотность воздуха (газа) стала меньше плотности воздуха при 0°C на 20%, то есть она равна $0,8\rho_0$. Используя результаты п.1.2, можно записать

$$\rho(t) = 0,8\rho_0 = \frac{\rho_0}{1 + \alpha \cdot t}.$$

Выразим отсюда температуру

$$t = \frac{1}{4\alpha}; \quad t = 68,25^\circ\text{C}.$$

1.4. Определим ρ_{20} – плотность воздуха при 20°C

$$\rho_{20} = \frac{\rho_0}{1 + 20\alpha}.$$

Поэтому при 20°C в кабинете содержится масса воздуха m_{20} , равная

$$m_{20} = \rho_{20} \cdot V = \frac{\rho_0 V}{1 + 20\alpha}.$$

Так как масса воздуха в кабинете при 0°C равна

$$m_0 = \rho_0 V,$$

То изменение массы воздуха равно

$$\Delta m = m_{20} - m_0 = \rho_0 V \left(\frac{1}{1 + \alpha t} - 1 \right);$$

$$\Delta m = -5,32 \text{ кг}.$$

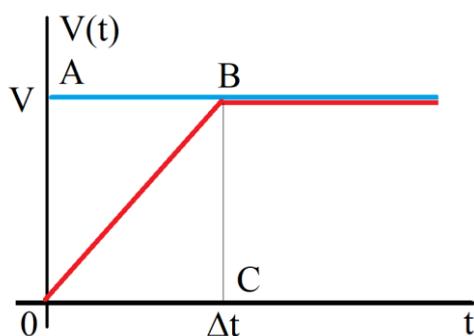
Знак «-» означает, что при 20°C в кабинете содержится меньшая масса воздуха, чем при 0°C , то есть при повышении температуры воздух будет выходить из учебного кабинета.

КРИТЕРИИ:

1.1	Верно (числовой ответ тоже верный) найдено отношение объёмов	1 балл
1.2	Верно записано нужное выражение для плотности	1 балл
1.3	Найдено правильное (число) значение температуры	1 балл
1.4	Записано выражение	1 балл
	$m_{20} = \rho_{20} \cdot V = \frac{\rho_0 V}{1 + 20\alpha}$	
	Найдено изменение массы воздуха, указано, что она уменьшится	1 балл

2. Два автомобиля (10 баллов)

2.1. (2 балла) Автомобиль движется равномерно со скоростью $V = 54 \text{ км/ч}$. Когда он проезжал мимо второго автомобиля, тот начал движение и какое-то время равномерно разогнался до скорости $V = 54 \text{ км/ч}$. На одном графике построить зависимость скорости обоих автомобилей от времени. Используя эти графики, определить отношение путей, пройденных автомобилями за время разгона второго.



РЕШЕНИЕ:

Обозначим Δt – время разгона автомобиля. В условии задачи казано, что он разогнался равномерно, поэтому за равные промежутки времени скорость автомобиля увеличивается на одну и ту же величину, а, следовательно, график зависимости скорости автомобиля от времени – прямая линия.

Построим на одном графике зависимость скорости от времени для обоих автомобилей: у первого скорость постоянна, у второго сначала линейно увеличивается, а затем также постоянна и равна скорости первого автомобиля.

Путь первого автомобиля за время разгона второго – это площадь прямоугольника OABC, путь второго автомобиля за то же время равен площади треугольника OBC. Ясно, что путь первого автомобиля в два раза больше пути второго за время разгона.

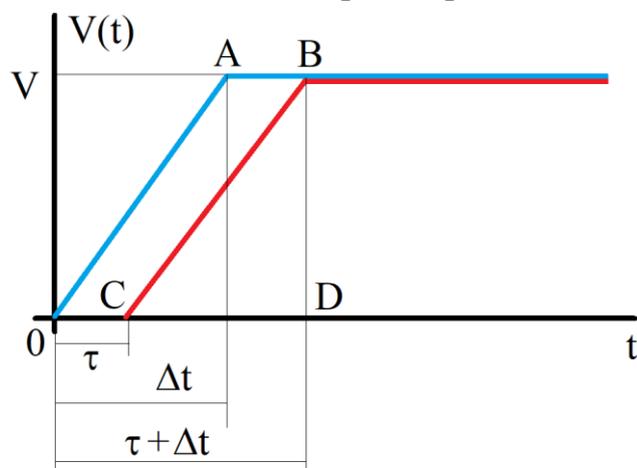
КРИТЕРИИ:

Верно построены графики	1 балл
Графически определены пути, их отношение	1 балл

2.2. (3 балла) На светофоре стоят два автомобиля, расстояние между ними равно $S = 1$ м. Длина каждого автомобиля $L = 4,5$ м. После включения зеленого сигнала светофора первый автомобиль равномерно разгоняется до скорости $V = 15$ м/с и далее движется с постоянной скоростью. Водитель второго автомобиля начинает движение на $\tau = 2$ секунды позже первого и далее полностью повторяет действия первого водителя. Определите дистанцию между автомобилями, когда они движутся с постоянной скоростью.

ВОЗМОЖНОЕ РЕШЕНИЕ:

Обозначим Δt – время разгона автомобиля. Построим на одном графике



зависимость скорости от времени для обоих автомобилей: первый начинает движение при $t = 0$, его скорость сначала линейно увеличивается, а становится постоянной, а график скорости второго автомобиля точно такой же, но сдвинут по оси времени на τ , так как его движение начинается на $\tau = 2$ секунды позже, чем движение первого.

Расстояние между автомобилями меняется, когда они движутся с разными скоростями, когда же их

скорость станет постоянной, расстояние между ними меняться не будет. Поэтому нам надо рассмотреть только временной интервал от 0 до $\tau + \Delta t$.

За это время первый автомобиль пройдет путь, равный площади трапеции OABD

$$S_1 = V\tau + \frac{1}{2}V \cdot \Delta t .$$

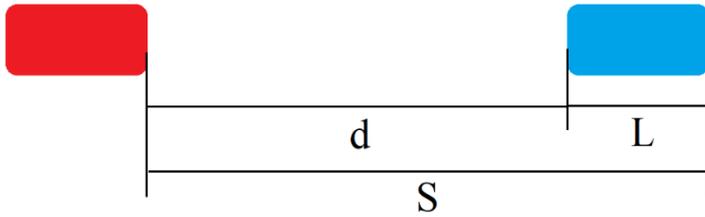
Путь второго автомобиля за это время равен

$$S_2 = \frac{1}{2}V \cdot \Delta t.$$

Таким образом, первый автомобиль проехал относительно второго на величину $\Delta S = S_1 - S_2$ больше

$$\Delta S = S_1 - S_2 = V\tau; \quad \Delta S = 15 \cdot 2 = 30 \text{ м.}$$

Так как дистанцией называется расстояние между передним бампером заднего автомобиля и задним бампером переднего автомобиля (см. рисунок), то дистанция между автомобилями при движении с постоянной скоростью равна



$d = \Delta S + S; \quad d = 31 \text{ м.}$

КРИТЕРИИ:

Правильно построены графики зависимости скорости от времени для обоих автомобилей	1 балл
Найдено расстояние между ними	1 балл
Найдена дистанция	1 балл

2.3. (5 баллов) Перед светофором остановилась колонна из $N=10$ одинаковых автомобилей, расположенных друг за другом. Длина каждого автомобиля равна $L=4,5\text{м}$, а расстояние между соседними автомобилями равно $s=1\text{м}$. После включения зелёного сигнала светофора первый автомобиль плавно разгоняется до скорости $V=54\text{км/ч}$ и продолжает ехать с этой скоростью. Водитель второго автомобиля начинает повторять действия водителя первого спустя время $\tau = 2\text{с}$ после того, как первый водитель тронулся с места. Водитель каждого следующего автомобиля повторяет действие водителя предыдущего спустя такой же интервал времени. Какой станет длина колонны, когда все автомобили будут двигаться с постоянной скоростью?

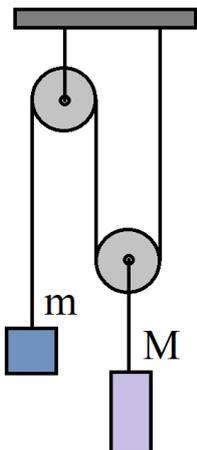
ВОЗМОЖНОЕ РЕШЕНИЕ:

Из п.2.2 мы знаем дистанцию между двумя соседними автомобилями. Если колонна состоит из 10 автомобилей, то между ними есть 9 промежутков, длины которых равны d (дистанция между соседними, определенная в пункте 2.2). Также в длине колонны следует учесть длины самих автомобилей (а их 10, длина каждого L). Поэтому длина колонны равна

$$L_0 = 9d + 10L = 324 \text{ м.}$$

КРИТЕРИИ:

Умножено d на 10	1 балл
9 промежутков, 10 машин, правильный ответ	4 балла



3. Опять эти блоки! (10 баллов)

3.1. (1 балл) Если груз массы m сдвинется на Δx вниз, на сколько при этом сдвинется груз массы M ? Рисунок слева.

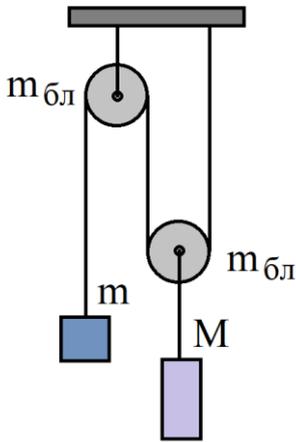
РЕШЕНИЕ:

Если груз массы m сдвинется на Δx вниз, то груз массы M поднимется на $\frac{\Delta x}{2}$, так как в сумме два куса нити (средний и правый), к которой прикреплен этот груз, должны укоротиться на Δx , а Δx распределиться между ними поровну. Поэтому ось

подвижного блока поднимется на $\frac{\Delta x}{2}$, а, следовательно, и груз M поднимется также на $\frac{\Delta x}{2}$.

КРИТЕРИИ:

Либо получен, либо просто записан правильный ответ (даже без объяснения)	1 балл
--	--------



3.2. (3 балла) Массы грузов и блоков указаны на рисунке. Система находится в равновесии. Записать соотношение между массами грузов. Все нити вертикальны. Ускорение силы тяжести равно g .

ВОЗМОЖНОЕ РЕШЕНИЕ:

Условие покоя груза массы m

$$mg = T_1.$$

Условие покоя груза массы M

$$Mg = T_2.$$

Здесь T_1 и T_2 – силы натяжения нитей. Они одинаковы по всей длине нити, так как нити невесомы.

Для того, чтобы установить соотношение между силами натяжения нитей, рассмотрим подвижный блок. Подвижный блок по вертикали не движется, следовательно, сумма сил, действующих на него по вертикали, равна нулю. На блок вверх работают две силы натяжения T_1 (средняя и правая части нити, к которой прикреплен груз m), вниз - сила тяжести $m_{бл}g$ и сила натяжения T_2 . Таким образом, получим

$$2T_1 = m_{бл}g + T_2.$$

Используя записанные уравнения, получаем соотношение между массами, при которых возможен покой

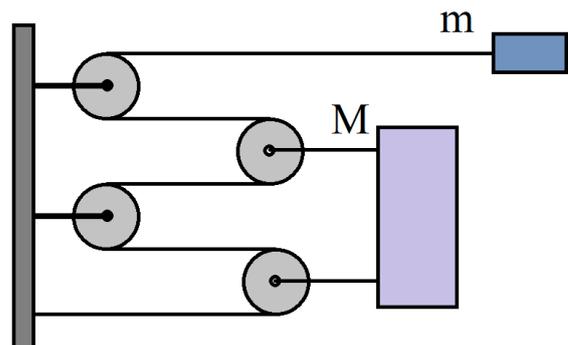
$$2m = m_{бл} + M.$$

КРИТЕРИИ:

Записаны условия покоя обоих грузов	1 балл
Записано условие покоя подвижного блока	1 балл
Правильно найдено соотношение между массами	1 балл

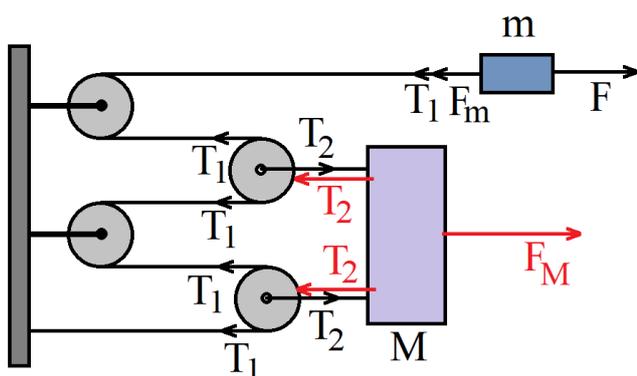
3.3. (6 баллов) Пусть теперь система блоков, нитей и грузов находится на горизонтальной поверхности. На рисунке изображен вид сверху. Известно, что для того, чтобы сдвинуть с места груз m , надо приложить горизонтальную силу F_m . Для того, чтобы сдвинуть с места груз M , к нему надо приложить горизонтальную силу F_M .

Какую силу F надо приложить к грузу массы m , чтобы привести систему, изображенную на рисунке, в движение?



Блоки считать гладкими, нити поверхности не касаются.

ВОЗМОЖНОЕ РЕШЕНИЕ:



Расставим силы, действующие на все тела и блоки в ситуации начала движения и запишем уравнения движения тел

$$\begin{aligned} F_m + T_1 &= F; \\ 2T_1 &= T_2; \\ 2T_2 &= F_M. \end{aligned}$$

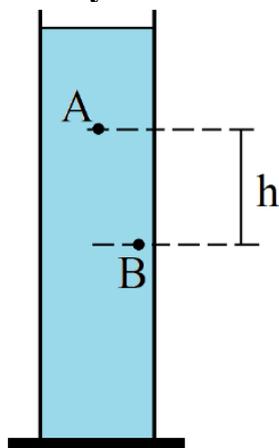
Из записанных соотношений найдем силу F , необходимую для начала движения системы

$$F = F_m + \frac{1}{4} F_M.$$

КРИТЕРИИ:

Записано уравнение движения тела m	1 балл
Установлено соотношение сил T_1 и T_2	1 балл
Записано уравнение движения тела M	2 балла
Есть чертеж, на котором правильно расставлены все силы	1 балл
Проделаны все математические преобразования, получен ответ	1 балл

4. Сосуды с жидкостью (10 баллов)



4.1. (1 балл) В сосуд, форма которого указана на рисунке налита жидкость плотности ρ . Ускорение свободного падения равно g . Определить давление жидкости в точке В, если давление в точке А равно p . Рисунок слева.

ОТВЕТ:
 $p_B = p + \rho gh.$

4.2.(1 балл) В сосуд, которого указана на жидкость плотности ρ . свободного падения Определить давление

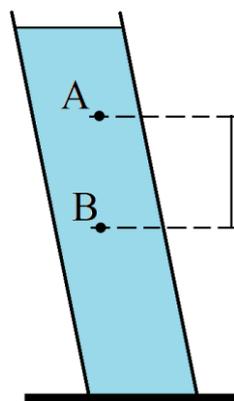
в точке В, если давление в точке А равно p . справа.

ОТВЕТ:

$$p_B = p + \rho gh.$$

4.3. (2 балла) В U-образную трубку налит слой воды и масла. Высота слоя масла равна h . Насколько уровень поверхности масла выше уровня поверхности воды? Будем считать, что плотность воды равна ρ , а плотность масла равна $0,8\rho$. Вода и масло не смешиваются.

ВОЗМОЖНОЕ РЕШЕНИЕ:



форма рисунке налита Ускорение равно g . жидкости в Рисунок

Запишем давление жидкости в левом и правом колене на уровне, который нарисован пунктиром, так как сосуд полностью заполнен жидкостью, то давления должны быть одинаковы, поэтому

$$\rho g h_B = 0,8 g h_M.$$

Из записанного соотношения находим, что уровень воды равен

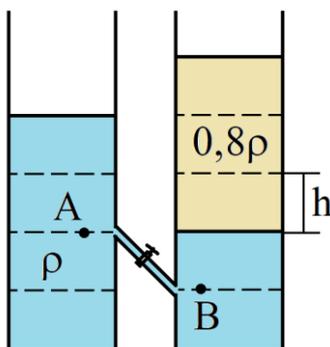
$$h_B = 0,8h.$$

Таким образом, разница уровней масла и воды равна

$$\Delta h = 0,2h.$$

КРИТЕРИИ:

Отмечено, что на одном уровне давления в сообщающихся сосудах должны быть одинаковы	1 балл
Записаны соотношения, получена разность уровней	1 балл



4.4. (6 баллов) Два открытых сверху цилиндрических сосуда соединены наискось тонкой трубкой с краном, как показано на рисунке. Кран закрыт. В левый сосуд налита жидкость плотности ρ до уровня, показанного на рисунке. В правый сосуд налита та же жидкость с высотой столба жидкости равной $2h$. Затем в правый сосуд добавили $3h$ жидкости плотности $0,8\rho$. а) Определить давление в точке А. б) Определить давление в точке В. в) На сколько сместится уровень жидкости с

плотностью ρ после того, как кран откроют? Жидкости не смешиваются.

ВОЗМОЖНОЕ РЕШЕНИЕ:

При закрытом кране давление в точке А равно

$$p_A = \rho g 2h.$$

При закрытом кране давление в точке В равно

$$p_B = 0,8\rho g 3h + \rho g h.$$

Видим, что давление на уровне трубки в правом колене выше, поэтому при открытии крана жидкость будет перетекать из правого колена в левое.

Пусть после установления равновесия уровень в левом колене повысился на $x < h$ (чтобы перетекла только вода, без масла). Проверим, так ли это на самом деле.

Определим давление на уровне точки В в левом и правом коленах. В левом колене давление равно

$$p_{л} = (3h + x)\rho g.$$

В правом колене давление равно

$$p_{п} = (h - x)\rho g + 0,8 \cdot 3\rho g h.$$

По закону сообщающихся сосудов давления должны быть одинаковы, поэтому

$$(3h + x)\rho g = (h - x)\rho g + 0,8 \cdot 3\rho g h.$$

Из записанного соотношения находим x

$$x = 0,2h.$$

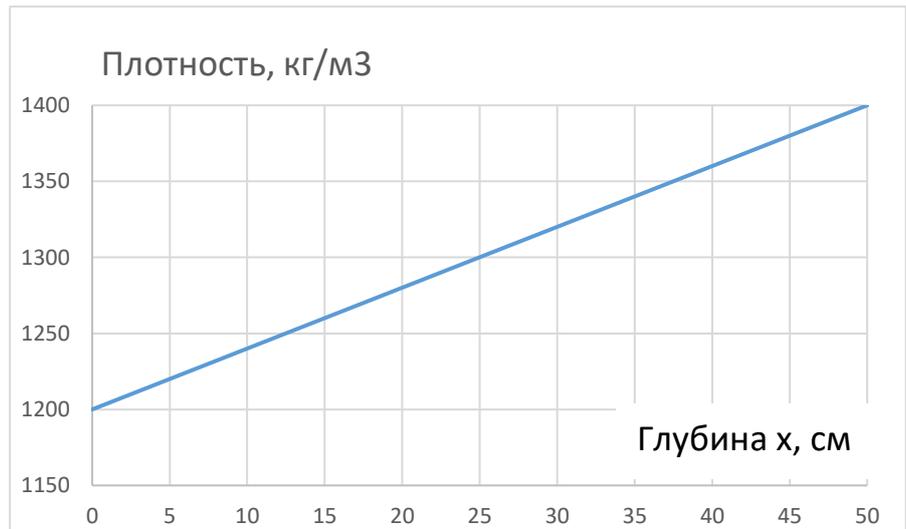
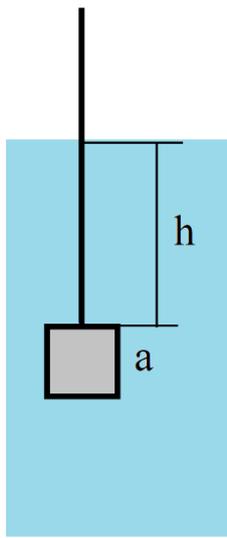
КРИТЕРИИ:

При закрытом кране правильно найдено давление в точке А	1 балл
При закрытом кране правильно найдено давление в точке В	1 балл

Указано, в какое колено будет перетекать жидкость при открытии крана	1 балл
Правильно определено давление на уровне В (либо любом другом, который поможет при решении задачи) в левом и правом коленах	1 балл
Указано, что давления одинаковы (закон сообщающихся сосудов)	1 балл
Правильно найдено смещение уровней	1 балл

5. Кубик в жидкости (10 баллов)

Кубик со стороной $a = 10$ см привязан к лёгкой нерастяжимой нити. Плотность



кубика $\rho_k = 1500$ кг/м³. Кубик погружен в жидкость, плотность которой увеличивается с глубиной погружения в нее. График этой зависимости представлен на рисунке.

5.1.(2 балла) Используя график, запишите зависимость $\rho(x)$, выразив все величины в СИ.

РЕШЕНИЕ:

По графику определим пару «хороших» точек (те, у которых легко определяются координаты).

При $x = 0$ плотность равна 1200 кг/м³, при $x = 25$ см = $0,25$ м плотность равна 1300 кг/м³.

Так как зависимость $\rho(x)$ линейная, то $\rho(x) = kx + b$.

Можно записать

$$\rho(0) = 1200 = k \cdot 0 + b$$

и

$$\rho(0,25) = 1300 = k \cdot 0,25 + b.$$

Из записанных соотношений определяем k и b , тогда зависимость $\rho(x)$ будет такой

$$\rho(x) = 1200 + 400x,$$

если x выражено в метрах и

$$\rho(x) = 1200 + 4x,$$

если x выражено в сантиметрах.

КРИТЕРИИ:

Найдены хорошие точки	1 балл
Записана зависимость плотности от глубины погружения (х либо в см, либо в м)	1 балл

5.2. (6 баллов) Пусть в начальный момент верхняя грань кубика находится на расстоянии h_0 от поверхности жидкости.

Определите:

- давление жидкости на верхнюю грань кубика (1 балл);
- давление жидкости на нижнюю грань кубика (1 балл);
- глубину h_0 , на которую надо погрузить верхнюю грань кубика, чтобы сила натяжения нити оказалась равной нулю (4 балла).

ВОЗМОЖНОЕ РЕШЕНИЕ:

Используя выражение для $\rho(x)$ можно легко определить давление на верхнюю грань кубика

$$p(x) = \rho_{\text{сред}}(x)gh = \frac{1200 + (1200 + 400h)}{2}gh = [1200 + 200h]gh$$

и давление на нижнюю грань

$$p(x + a) = \frac{1200 + (1200 + 400(h+a))}{2}g(h + a) = [1200 + 200(h + a)]g(h + a)$$

При этом нижние слои давят вверх, верхние – вниз.

Разница этих давлений обеспечивает выталкивающую силу (Архимеда)

$$F_{\text{Арх}} = ga^2[p(h_0 + a) - p(h_0)]$$

$$F_{\text{Арх}} = ga^2([1200 + 200(h_0 + a)]g(h_0 + a) - [1200 + 200h_0]gh_0)$$

Проведя математические преобразования для силы Архимеда получим выражение

$$F_{\text{Арх}} = ga^2(1200a + 400ah_0 + 200a^2)$$

Если кубик погружен на такую глубину, что сила Архимеда и сила тяжести одинаковы, то сила натяжения нити равна нулю. Поэтому

$$mg = F_{\text{Арх}};$$

$$mg = \rho_k ga^3 = F_{\text{Арх}} = a^3 g(1200 + 400h_0 + 200a).$$

Из записанного соотношения находим глубину погружения кубика

$$h_0 = 0,7 \text{ м.}$$

КРИТЕРИИ:

Правильно определено давление на верхнюю грань	1 балл
Правильно определено давление на нижнюю грань	1 балл
Указано, в каких направлениях давят нижние и верхние слои жидкости,	1 балл
Найдена сила Архимеда	2 балл
Записано равенство силы Архимеда и силы тяжести	1 балл
Найдена h	2 балл

6.Посчитаем? (5 баллов)

6.1. Картофелина массой 59 г имеет объем 50 см³. Определите плотность картофеля и выразите ее в килограммах на кубический метр (кг/м³). (1 балл)

РЕШЕНИЕ:

Плотность картофеля равна

$$\rho = \frac{m}{V}; \quad \rho = 1,18 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3.$$

6.2. 12 сентября 1959 года с территории СССР была запущена вторая космическая ракета, доставившая вымпел на Луну. К 17.00 того же дня она удалилась от поверхности Земли на расстояние 101 000 км, а к 22.00 того же дня она находилась от Земли уже на расстоянии 152 000 км. Определите среднюю скорость удаления ракеты от Земли. (1 балл)

РЕШЕНИЕ:

От 17.00 до 22.00 прошло 5 часов. За это время ракета пролетела расстояние

$$S = 152000 - 101000 = 51000 \text{ км.}$$

Средняя скорость движения ракеты равна

$$V_{cp} = \frac{51000}{5} = 10200 \text{ км/ч} = 2,83 \text{ км/с.}$$

6.3. Средняя скорость тела V_{cp} связана со скоростями движения на отдельных участках V_1 , V_2 и V_3 соотношением

$$V_{cp} = \frac{V_1 V_2 V_3}{V_1 V_2 + V_1 V_3 + V_2 V_3}.$$

Считая V_{cp} , V_2 и V_3 известными, выразите V_1 . (1 балл)

РЕШЕНИЕ:

Умножим левую и правую части выражения на знаменатель правой части, проведем математические преобразования и получим ответ

$$V_1 = \frac{V_{cp} V_2 V_3}{V_2 V_3 - V_{cp} V_2 - V_{cp} V_3}.$$

6.4. (1 балл) Считая c_1 , c_2 , c_3 , m_1 , m_2 и m_3 , t_1 , t_2 и t_3 известными, найдите t .

$$c_1 m_1 (t_1 - t) = c_2 m_2 (t - t_2) + c_3 m_3 (t - t_3).$$

РЕШЕНИЕ:

Раскроем скобки, сгруппируем вместе слагаемые, содержащие t , выразим t , получим

$$t = \frac{c_1 m_1 t_1 + c_2 m_2 t_2 + c_3 m_3 t_3}{c_1 m_1 + c_2 m_2 + c_3 m_3}$$

6.5. В 98 граммах серной кислоты содержится $6 \cdot 10^{23}$ молекул. Определите массу одной молекулы и выразите ее в килограммах. (1 балл)

РЕШЕНИЕ:

Так как в $m = 98$ граммах серной кислоты содержится $N = 6 \cdot 10^{23}$ молекул, то масса одной молекулы равна

$$m_0 = \frac{m}{N}; \quad m_0 = \frac{98}{6 \cdot 10^{23}} = 1,63 \cdot 10^{-22} \text{ г} = 1,63 \cdot 10^{-25} \text{ кг.}$$