СУНЦ УрФУ
Решение задач вступительного экзамена по математике
для поступающих в 10 физико-химический и химико-биологический классы
2 мая 2019 года
Вариант 1

Часть 1

1. *(2 балла)* На столе стояли вазочки с одинаковым количеством конфет. Маша съела 30% от 20% конфет, находящихся в первой вазочке, а Катя – 10% от 60% конфет из второй. Какая из девочек съела больше конфет?

Решение. Пусть в каждой вазочке содержится по n конфет. Тогда Маша съела 30% от 20% числа n, то есть $0{,}3 \cdot 0{,}2n = 0{,}06n$, а Катя – 10% от 60% числа , то есть $0{,}1 \cdot 0{,}6n = 0{,}06n$. Получаем, что девочки съели одинаковое количество конфет.

Ответ: девочки съели равное количество конфет.

2. *(2 балла)* Вычислите: $\dfrac{\frac{1}{3^2} \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^5 \cdot 2^{n+1}}{2^{n-1} \cdot \frac{1}{27} \cdot 2^{-1}}$.

Решение. $\dfrac{\frac{1}{3^2} \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^5 \cdot 2^{n+1}}{2^{n-1} \cdot \frac{1}{27} \cdot 2^{-1}} = \dfrac{\left(\frac{1}{3}\right)^2 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^5 \cdot 2^{n+1}}{2^{n-1} \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^3 \cdot 2^{-1}} = \left(\frac{1}{3}\right)^{2+5-3} \cdot 2^{n+1-(n-1)-(-1)} = \left(\frac{1}{3}\right)^4 \cdot 2^3 = \frac{8}{81}$.

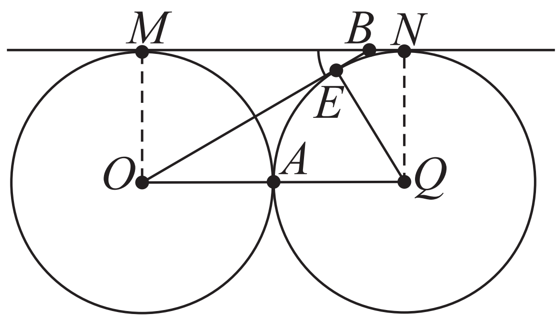
Ответ: $\frac{8}{81}$.

3. *(2 балла)* Определите цифру, замененную $*$, если известно, что число $17391871*$ делится на 12 без остатка.

Решение. Чтобы натуральное число N делилось на 12, нужно, чтобы оно делилось на 3 и на 4. Число N делится на 3, когда сумма его цифр делится на три, а N делится на 4, когда двузначное число, образованное его последними цифрами, делится на 4. Имеем $1+7+3+9+1+8+7+1+* = 37+*$ делится на 3 и $1*$ делится на 4. Из первого условия получаем, что равна или 2, или 5, или 8. Но из чисел 12, 15 и 18 только 12 делится на 4. Значит, $*$ заменяет цифру 2.

Ответ: 2.

4. *(2 балла)* Две равные окружности касаются внешним образом. Найдите угол между их общей внешней касательной и прямой, проходящей через центр одной из окружностей и касающейся второй.



Решение. Пусть O и Q – центры окружностей радиуса R, A – точка касания окружностей, MN – общая внешняя касательная, B – точка пересечения MN и касательной OE. Нужно найти угол OBM.

В точки касание проведем радиусы OM и QN, тогда $OM = QN$ и $OM || QN$. Следовательно, $OMNQ$ – прямоугольник. Тогда $\angle MBO = \angle BOQ$ как накрест лежащие углы при параллельных прямых MN и OQ и секущей BO.

В треугольнике OEQ отрезок QE – радиус, проведенный в точку касания, поэтому $\angle OEQ = 90°$, $QE = R$, $QO = 2R$, отсюда $\angle QOE = 30°$, тогда и $\angle MBO = 30°$.

Ответ: $30°$.

5. *(2 балла)* Найдите область определения функции $y = \dfrac{\sqrt{10 - x^2 - 3x}}{\sqrt{1 - x}}$.

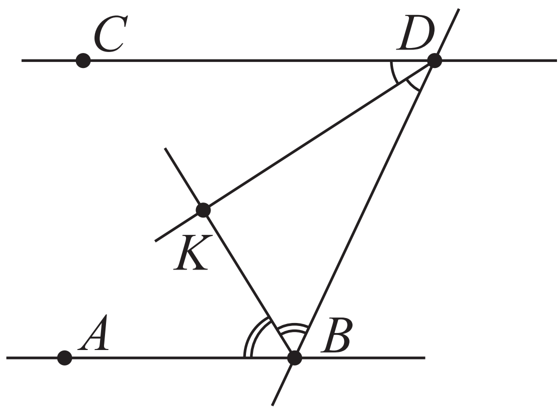
Решение. Квадратный корень существует только из неотрицательного числа, и к тому же знаменатель не может быть равен нулю, поэтому область определения функции – это решение системы неравенств $\begin{cases} 10 - x^2 - 3x \geqslant 0, \\ 1 - x > 0. \end{cases}$

Решением первого неравенства является отрезок между корнями квадратного трехчлена $10 - x^2 - 3x$.

Получаем $10 - x^2 - 3x = 0 \iff x_{1,2} = \dfrac{-3 \pm \sqrt{9 + 40}}{2} = \dfrac{-3 \pm 7}{2} \iff x_1 = -5,\ x_2 = 2$. Получаем решение первого неравенства: $-5 \leqslant x \leqslant 2$. Решением второго неравенства системы является множество значений $x < 1$. Пересекая эти два промежутка, получим $-5 \leqslant x < 1$.

Ответ: $[-5; 1)$.

6. *(2 балла)* Параллельные прямые AB и CD пересечены прямой BD так, что биссектрисы углов ABD и BDC пересекаются в точке K, причем $BD = 2BK$. Найдите величину угла BDC.



Решение. Точки A и C лежат по одну сторону от прямой BD, иначе $\angle ABD = \angle BDC$ и биссектрисы этих углов будут параллельны.

Пусть $\angle ABD = 2\alpha$, $\angle BDC = 2\beta$. Углы ABD и BDC являются односторонними при параллельных прямых AB и CD и секущей BD, следовательно, $2\alpha + 2\beta = 180°$, откуда $\alpha + \beta = 90°$. В треугольнике BKD выполняется $\angle BKD = 180° - (\alpha + \beta) = 90°$. По условию $BD = 2BK$, значит $\angle KDB = 30°$, и $\angle BDC = 60°$.

Ответ: $60°$.

7. *(2 балла)* Тринадцатый член арифметической прогрессии равен 5. Найдите сумму первых 25 ее членов.

Решение. Выразим тринадцатый член арифметической прогрессии и сумму ее первых 25 членов через первый член и разность. Получим $a_{13} = a_1 + 12d = 5$, $S_{25} = \dfrac{2a_1 + 24d}{2} \cdot 25 = (a_1 + 12d) \cdot 25 = 5 \cdot 25 = 125$

Ответ: 125.

8. *(2 балла)* Найдите все значения a, при которых равенство

$$x\left(4 - \frac{14}{a+1}\right) = \frac{10x + 8a + 8}{a+1} - 8$$

верно при любых действительных x.

Решение. Умножим обе части равенства на $a + 1$, при условии $a \neq -1$, и приведем подобные. Получим $(4a - 20)x = 0$. При $4a - 20 = 0$ это равенство верно для всех x. Отсюда $a = 5$ — искомое.

Ответ: $a = 5$.

9. *(2 балла)* Найдите произведение всех корней уравнения $|1-|x^2-6||=2$.

Решение. $|1-|x^2-6||=2 \iff \left[\begin{array}{l} |x^2-6|-1=2, \\ |x^2-6|-1=-2 \end{array}\right. \iff \left[\begin{array}{l} |x^2-6|=3, \\ |x^2-6|=-1. \end{array}\right.$
Второе уравнение не имеет решений, а первое равносильно совокупности
$\left[\begin{array}{l} x^2-6=3, \\ x^2-6=-3 \end{array}\right. \iff \left[\begin{array}{l} x^2=9, \\ x^2=3 \end{array}\right. \iff \left[\begin{array}{l} x=\pm 3, \\ x=\pm\sqrt{3}. \end{array}\right.$
Находим произведение корней $3\cdot(-3)\cdot\sqrt{3}\cdot(-\sqrt{3})=27$.
Ответ: 27.

10. *(2 балла)* Найдите координаты всех точек пересечения графиков функций $y=\sqrt{x-3}$ и $y+5=x$.

Решение. Чтобы найти координаты точек пересечения графиков функций, приравняем ординаты. Получим $\sqrt{x-3}=x-5$.

Квадратный корень принимает только неотрицательные значения, поэтому $x-5\geqslant 0$. После возведения в квадрат получаем $x-3=x^2-10x+25$, откуда $x_1=4$, $x_2=7$. Условию $x\geqslant 5$ удовлетворяет только $x=7$. Найдем ординату $y=7-5=2$.
Ответ: $(7,2)$.

Часть 2

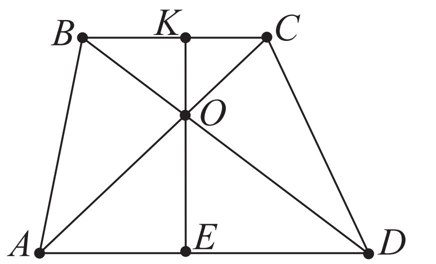
В заданиях 11–14 привести полные решения.

11. *(6 баллов)* Имеются два сплава с золотом. В первом сплаве содержится 35%, а во втором – 60% золота. В каком отношении нужно взять эти сплавы, чтобы получить новый сплав, содержащий 40% золота?

Решение.

Пусть x – масса первого сплава, тогда в нем $0{,}35x$ золота, y – масса второго сплава, в нем $0{,}6y$ золота. Новый сплав массой $x+y$ содержит $0{,}35x+0{,}6y$ золота, что составляет 40% от его массы.

Имеем уравнение $0{,}35x+0{,}6y=0{,}4(x+y)$, решая которое получим $x=4y$, то есть первый и второй сплавы взяты в отношении $4:1$.
Ответ: $4:1$.



12. *(6 баллов)* Диагонали трапеции пересекаются в точке O. Сумма оснований AD и BC равна $4,8$ см, а высота трапеции равна 4 см. Найдите площади треугольников BOC и AOD, если отношение периметров этих треугольников равно $1:3$.

Решение.

Проведем через точку O высоту трапеции KE (см. рисунок выше). Треугольники BOC и DOA подобны, коэффициент подобия равен отношению периметров $\frac{1}{3}$. В подобных треугольниках все соответственные линейные элементы относятся как коэффициент подобия, поэтому $\frac{BC}{AD}=\frac{KO}{OE}=\frac{1}{3}$.

Известно, что $AD+BC=4{,}8$. Получим $\frac{BC}{4{,}8-BC}=\frac{1}{3}$, откуда $BC=1{,}2$.

Аналогично $KO+OE=4$, получаем $\frac{KO}{4-KO}=\frac{1}{3}$ и $KO=1$.

Найдем площадь треугольника BOC: $S_{BOC} = \frac{1}{2} BC \cdot KO = \frac{1}{2} \cdot 1{,}2 \cdot 1 = 0{,}6$.

По свойству подобных треугольников $\frac{S_{BOC}}{S_{AOD}} = \left(\frac{1}{3}\right)^2$, откуда $S_{AOD} = 9S_{BOC} = 5{,}4$.

Ответ: $S_{BOC} = 0{,}6$ и $S_{AOD} = 5{,}4$.

13. *(10 баллов)* Решите уравнение $(1 + x + x^2)^2 = \frac{7}{3}(1 + x^2 + x^4)$.

Решение.

Преобразуем выражение в правой части уравнения.

$1 + x^2 + x^4 = 1 + 2x^2 + x^4 - x^2 = (1 + x^2)^2 - x^2 = (1 + x^2 - x)(1 + x^2 + x)$.

Вернемся к уравнению.

$(1 + x + x^2)^2 = \frac{7}{3}(1 - x + x^2)(1 + x + x^2)$.

Перенесем все в левую часть и вынесем общий множитель за скобки.

$(1 + x + x^2)\left((1 + x + x^2) - \frac{7}{3}(1 - x + x^2)\right) = 0$.

Имеем $1 + x + x^2 = 0$ или $1 + x + x^2 - \frac{7}{3}(1 - x + x^2) = 0$.

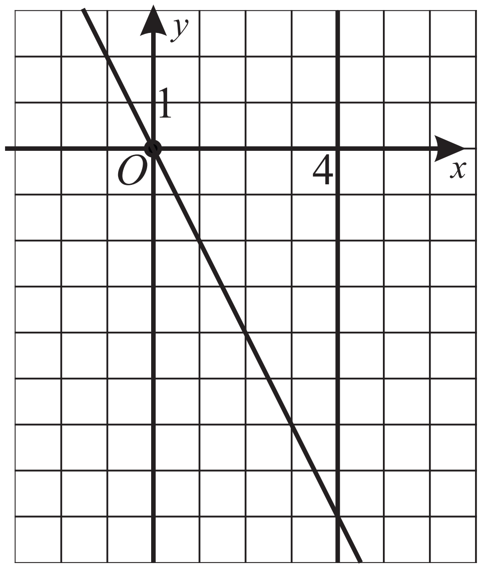
Уравнение $1 + x + x^2 = 0$ не имеет корней, так как его дискриминант отрицателен.

После несложных преобразований во втором уравнении получаем $2x^2 - 5x + 2 = 0$. Корни этого уравнения равны $\frac{1}{2}$ и 2.

Ответ: $\left\{\frac{1}{2}; 2\right\}$.

14. *(8 баллов)* На плоскости Oxy изобразите множество точек, координаты которых удовлетворяют уравнению

$$y^2 - 4x^2 = (y + 2x)(y - x - 4).$$



Решение.

Преобразуем данное уравнение следующим образом:

$y^2 - 4x^2 = (y + 2x)(y - x - 4) \iff$

$(y - 2x)(y + 2x) = (y + 2x)(y - x - 4) \iff$

$(y + 2x)(y - 2x - y + x + 4) = 0$.

Из последнего уравнения получаем совокупность двух линейных уравнений, каждое из которых задает прямую на координатной плоскости. Прямая $y = -2x$ проходит через начало координат и точку $(1, -2)$. Прямая $x = 4$ параллельна оси ординат и проходит через точку $(4, 0)$.

Ответ: см. рисунок.

СУНЦ УрФУ
Решение задач вступительного экзамена по математике
для поступающих в 10 физико-химический и химико-биологический классы
2 мая 2019 года
Вариант 2

Часть 1

1. *(2 балла)* Петя и Ваня решали один и тот же тест по математике. Петя решил 30% от 40% задач этого теста, а Ваня – 60% от 20% задач. Кто из мальчиков решил больше?

Решение. Пусть n – количество задач в тесте. Тогда Петя решил 30% от 40% числа n, то есть $0{,}3 \cdot 0{,}4n = 0{,}12n$ задач, а Ваня – 60% от 20% числа , то есть $0{,}6 \cdot 0{,}2n = 0{,}12n$ задач. Получаем, что мальчики решили одинаковое количество задач.

Ответ: мальчики решили одинаковое количество задач.

2. *(2 балла)* Вычислите: $\dfrac{\frac{1}{8} \cdot 2^{n+1} \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^5 \cdot 2^2}{2^{n-1} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^4 \cdot 3^{-4}}$.

Решение. $\dfrac{\frac{1}{8} \cdot 2^{n+1} \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^5 \cdot 2^2}{2^{n-1} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^4 \cdot 3^{-4}} = \dfrac{2^{-3} \cdot 2^{n+1} \cdot 3^{-5} \cdot 2^2}{2^{n-1} \cdot 2^{-4} \cdot 3^{-4}} = 2^{-3+n+1+2-(n-1)-(-4)} \cdot 3^{-5-(-4)} = 2^5 \cdot 3^{-1} = \dfrac{32}{3}$.

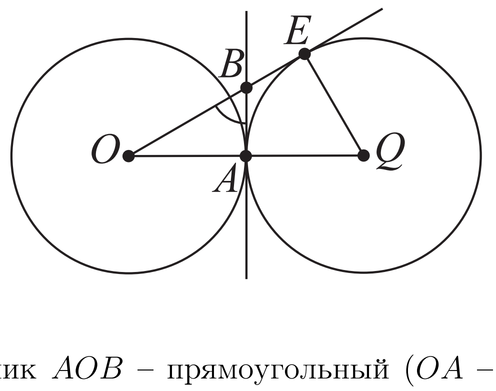
Ответ: $\dfrac{32}{3}$.

3. *(2 балла)* Определите цифру, замененную $*$, если известно, что число $24507238*4$ делится на 12 без остатка.

Решение. Чтобы натуральное число N делилось на 12, нужно, чтобы оно делилось на 3 и на 4. Число N делится на 3, когда сумма его цифр делится на три, а N делится на 4, когда двузначное число, образованное его последними цифрами, делится на 4. Имеем $2+4+5+0+7+2+3+8+*+4 = 35+*$ делится на 3 и $*4$ делится на 4. Из первого условия получаем, что $*$ равна или 1, или 4, или 7. Из чисел 14, 44 и 74 на 4 делится только 44. Значит, вместо $*$ стоит 4.

Ответ: 4.

4. *(2 балла)* Две равные окружности касаются внешним образом. Найдите угол между их общей внутренней касательной и прямой, проходящей через центр одной из окружностей и касающейся второй.



Решение. Пусть O и Q – центры окружностей радиуса R, A – точка касания окружностей, B – точка пересечения общей касательной и касательной OE. Нужно найти угол OBA.

В треугольнике OQE отрезок QE – радиус, проведенный в точку касания, значит, $\angle OEQ = 90°$. Имеем $\sin\angle QOE = \dfrac{EQ}{OQ} = \dfrac{R}{2R} = \dfrac{1}{2}$, поэтому $\angle QOE = 30°$. Аналогично, треугольник AOB – прямоугольный (OA – радиус, AB – касательная), следовательно, $\angle OBA = 90° - 30° = 60°$.

Ответ: $60°$.

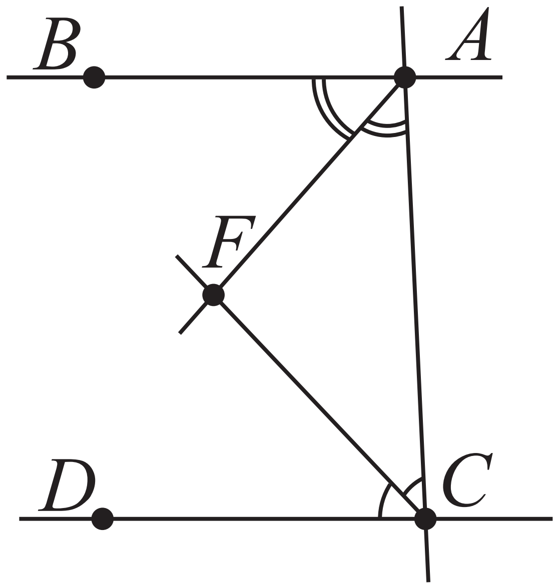
5. *(2 балла)* Найдите область определения функции $y = \dfrac{\sqrt{4x - x^2 + 21}}{\sqrt{5 - x}}$.

Решение. Квадратный корень существует только из неотрицательного числа, и к тому же знаменатель не может быть равен нулю, поэтому область определения функции – это решение системы неравенств $\begin{cases} 4x - x^2 + 21 \geqslant 0, \\ 5 - x > 0. \end{cases}$

Ясно, что решением первого неравенства является отрезок между корнями квадратного трехчлена $4x - x^2 + 21$. Получаем $4x - x^2 + 21 = 0 \iff x_{1,2} = \dfrac{4 \pm \sqrt{16 + 84}}{2} = \dfrac{4 \pm 10}{2} \iff x_1 = -3$, $x_2 = 7$. Поэтому решение первого неравенства $-3 \leqslant x \leqslant 7$. Решением второго неравенства системы является множество значений $x < 5$. Пересекая эти два промежутка, получим $-3 \leqslant x < 5$.

Ответ: $[-3; 5)$.

6. *(2 балла)* Параллельные прямые AB и CD пересечены прямой AC так, что биссектрисы углов ACD и BAC пересекаются в точке F, причем $AC = AF\sqrt{2}$. Найдите величину угла CAF.



Решение. Точки B и D лежат по одну сторону от прямой AC, иначе $\angle BAC = \angle ACD$ и биссектрисы этих углов будут параллельны.

Пусть $\angle ACD = 2\alpha$, $\angle BAC = 2\beta$. Углы ACD и BAC – односторонние при параллельных прямых AB и CD и секущей AC, следовательно, $2\alpha + 2\beta = 180°$, откуда $\alpha + \beta = 90°$. В треугольнике AFC выполняется равенство $\angle AFC = 180° - (\alpha + \beta) = 90°$. По условию $AC = AF\sqrt{2}$, значит $\sin\angle ACF = \dfrac{AF}{AC} = \dfrac{1}{\sqrt{2}} = \dfrac{\sqrt{2}}{2}$, следовательно, $\angle ACF = 45°$ и $\angle CAF = 45°$.

Ответ: $45°$.

7. *(2 балла)* Седьмой член геометрической прогрессии равен 2. Найдите произведение первых тринадцати ее членов.

Решение. Представим все члены прогрессии через первый член и знаменатель по формуле $b_n = b_1 q^{n-1}$. Имеем $b_7 = b_1 q^6 = 2$, произведение первых тринадцати членов прогрессии равно $P = b_1 \cdot b_1 q \cdot b_1 q^2 \ldots b_1 q^{12} = b_1^{13} q^{1+2+\ldots+12}$. Показатель степени знаменателя – сумма первых членов арифметической прогрессии, равная $\dfrac{1+12}{2} \cdot 12 = 13 \cdot 6$. Получаем $P = b_1^{13} q^{13 \cdot 6} = (b_1 q^6)^{13} = 2^{13} = 8192$.

Ответ: $2^{13} = 8192$.

8. *(2 балла)* Найдите все значения a, при которых равенство

$$\left(\frac{7}{3} + \frac{1}{5a}\right)(x - 1) + \frac{x}{3} = \frac{8x - 35a - 3}{15a}$$

верно при любых действительных x.

Решение. Умножим обе части равенства на $15a$, при условии $a \neq 0$, и приведем подобные. Получим $(40a - 5)x = 0$. При $40a - 5 = 0$ это равенство верно для всех x. Откуда $a = \dfrac{1}{8}$ — искомое.

Ответ: $a = \dfrac{1}{8}$.

9. *(2 балла)* Найдите произведение всех корней уравнения $||x^2-5|-1|=3$.

Решение. $||x^2-5|-1|=3 \iff \left[\begin{array}{l} |x^2-5|-1=3, \\ |x^2-5|-1=-3 \end{array}\right. \iff \left[\begin{array}{l} |x^2-5|=4, \\ |x^2-5|=-2. \end{array}\right.$
Второе уравнение не имеет решений, а первое равносильно совокупности
$\left[\begin{array}{l} x^2-5=4, \\ x^2-5=-4 \end{array}\right. \iff \left[\begin{array}{l} x^2=9, \\ x^2=1 \end{array}\right. \iff \left[\begin{array}{l} x=\pm 3, \\ x=\pm 1. \end{array}\right.$
Находим произведение корней $3\cdot(-3)\cdot 1\cdot(-1)=9$.
Ответ: 9.

10. *(2 балла)* Найдите координаты всех точек пересечения графиков функций $y=\sqrt{8-x}$ и $y+x=2$.

Решение. Чтобы найти координаты точек пересечения графиков функций, приравняем ординаты. Получим $\sqrt{8-x}=2-x$.

Квадратный корень принимает только неотрицательные значения, поэтому $2-x\geqslant 0$. После возведения в квадрат получаем $8-x=4-4x+x^2$, откуда $x_1=-1$, $x_2=4$. Условию $x\leqslant 2$ удовлетворяет только $x=-1$. Найдем ординату $y=2-(-1)=3$.
Ответ: $(-1,3)$.

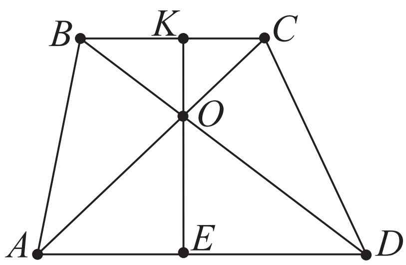
Часть 2

В заданиях 11–14 привести полные решения.

11. *(6 баллов)* При смешивании 40%-го раствора соли с 48%-ым раствором этой же соли получили раствор с 42% содержанием соли. В каком отношении были взяты первый и второй растворы?

Решение.

Пусть x – количество первого раствора, тогда соли в нем $0{,}4x$, y – количество второго раствора, соли в нем $0{,}48y$. После смешивания получим общее количество соли $0{,}4x+0{,}48y$, что составляет 42% от общего количества смеси $x+y$. Получаем линейное уравнение $0{,}4x+0{,}48y=0{,}42(x+y)$, откуда $x=3y$, то есть первый и второй растворы были взяты в отношении $3:1$.
Ответ: $3:1$.



12. *(6 баллов)* Диагонали трапеции пересекаются в точке O. Разность оснований AD и BC равна $1,5$ см, а высота трапеции равна 5 см. Найдите площади треугольников BOC и AOD, если отношение периметров этих треугольников равно $2:3$.

Решение.

Проведем через точку O высоту трапеции KE (см. рисунок выше). Треугольники BOC и DOA подобны, коэффициент подобия равен отношению периметров $\dfrac{2}{3}$. В подобных треугольниках все соответственные линейные элементы относятся как коэффициент подобия, поэтому $\dfrac{BC}{AD}=\dfrac{KO}{OE}=\dfrac{2}{3}$.

Известно, что $AD-BC=1{,}5$. Получим $\dfrac{BC}{BC+1{,}5}=\dfrac{2}{3}$, откуда $BC=3$.

Аналогично $KO+OE=5$, получаем $\dfrac{KO}{5-KO}=\dfrac{2}{3}$ и $KO=2$.

Найдем площадь треугольника BOC: $S_{BOC} = \frac{1}{2} BC \cdot KO = \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 2 = 3$.

По свойству подобных треугольников $\frac{S_{BOC}}{S_{AOD}} = \left(\frac{2}{3}\right)^2$, откуда $S_{AOD} = \frac{9}{4} S_{BOC} = \frac{27}{4}$.

Ответ: $S_{BOC} = 3$, $S_{AOD} = \frac{27}{4}$.

13. *(10 баллов)* Решите уравнение $(1 - x + x^2)^2 = \frac{7}{3}(1 + x^2 + x^4)$.

Решение.

Преобразуем выражение в правой части уравнения.

$1 + x^2 + x^4 = 1 + 2x^2 + x^4 - x^2 = (1 + x^2)^2 - x^2 = (1 + x^2 - x)(1 + x^2 + x)$.

Вернемся к уравнению.

$(1 - x + x^2)^2 = \frac{7}{3}(1 - x + x^2)(1 + x + x^2)$.

Перенесем все в левую часть и вынесем общий множитель за скобки.

$(1 - x + x^2)\left((1 - x + x^2) - \frac{7}{3}(1 + x + x^2)\right) = 0$.

Имеем $1 - x + x^2 = 0$ или $1 - x + x^2 - \frac{7}{3}(1 + x + x^2) = 0$.

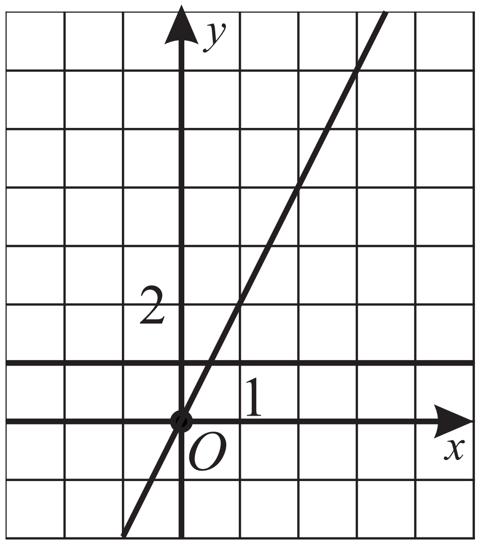
Уравнение $1 - x + x^2 = 0$ не имеет корней, так как его дискриминант отрицателен.

После несложных преобразований во втором уравнении получаем $2x^2 + 5x + 2 = 0$, откуда $x = -2$ или $x = -\frac{1}{2}$.

Ответ: $\left\{-2; -\frac{1}{2}\right\}$.

14. *(8 баллов)* На плоскости Oxy изобразите множество точек, координаты которых удовлетворяют уравнению

$$2x^2 - xy = (2x - y)(y + x - 1).$$



Решение.

Преобразуем данное уравнение.

$2x^2 - xy = (2x - y)(y + x - 1) \iff$

$x(2x - y) = (2x - y)(y + x - 1) \iff$

$(2x - y)(x - y - x + 1) = 0$.

Из последнего уравнения получаем совокупность двух линейных уравнений, каждое из которых задает прямую на координатной плоскости.

Прямая $y = 2x$ проходит через начало координат и точку $(1, 2)$. Прямая $y = 1$ параллельна оси абсцисс и проходит через точку $(0, 1)$.

Ответ: см. рисунок.

Критерии

В задачах 1–8 за каждое верное решение ставится 2 балла, в противном случае ставится 0 баллов.

В задаче 9 верное решение оценивается в 2 балла, указание всех корней уравнения без их произведения – 1 балл, в остальных случаях – 0 баллов.

В задаче 10 верное решение оценивается в 2 балла, указание только одной верной координаты – 1 балл, в остальных случаях – 0 баллов.

Задача 11

Баллы	Критерии оценивания задания
6	Обоснованно составлено верное уравнение, из которого получено правильное соотношение.
4	Обоснованно составлено верное уравнение, но отношение найдено неверно или не найдено.
2	Верно выражены количества соли (золота) в каждом из растворов (сплавов).
0	Решение не соответствует ни одному из вышеперечисленных критериев

Задача 12

Баллы	Критерии оценивания задания
6	Обоснованно получены верные геометрические соотношения, из которых правильно найдены площади треугольников.
4	Обоснованно получены верные геометрические соотношения, но в результате вычислительной ошибки получен неверный ответ. **ИЛИ** Обоснованно получены верные геометрические соотношения, но найдена площадь только одного из треугольников.
2	Доказано подобие треугольников. Верно найдены какие-то из элементов, необходимых для нахождения площадей, задача не доведена до конца.
0	Решение не соответствует ни одному из вышеперечисленных критериев

Задача 13

Баллы	Критерии оценивания задания
10	Верно выполнены все преобразования. Уравнение сведено к совокупности двух квадратных уравнений, из которой получен правильный ответ. **ИЛИ** Верно выполнены все преобразования. После обоснованного деления на квадратный трехчлен получено равносильное уравнение, из которого получен правильный ответ. **ИЛИ** Верно выполнены все преобразования. Путем подбора верно найдены корни, доказано, что других корней нет.
8	Верно выполнены все преобразования. Получено равносильное уравнение, приведшее к правильному ответу, но без обоснования равносильного перехода. **ИЛИ** Верно выполнены все преобразования. Уравнение сведено к совокупности двух квадратных уравнений, из которой в результате вычислительной ошибки получен неправильный ответ.
6	В результате арифметической ошибки преобразование исходного уравнения привели к совокупности двух уравнений, которая верно решена. **ИЛИ** В результате арифметической ошибки преобразование исходного уравнения при обоснованном делении на квадратный трехчлен привело к уравнению, которое верно решено.
4	Верно выполнены преобразования исходного уравнения, путем подбора получены корни (корень), но не доказано, что других корней нет (не найдены другие корни).
2	Верно выполнены преобразования исходного уравнения, получены продвижения при решении, но решение не доведено до конца.
0	Решение не соответствует ни одному из вышеперечисленных критериев

Задача 14

Баллы	Критерии оценивания задания
8	Верно выполнены все преобразования, уравнение сведено к совокупности двух линейных уравнений. Верно построены прямые, соответствующие этим уравнениям.
6	Верно выполнены все преобразования, уравнение сведено к совокупности двух линейных уравнений. Верно построена только одна прямая, а вторая не построена или построена неверно.
4	В результате преобразований исходного уравнения получено только одно из линейных уравнений. Верно построена прямая, являющаяся подмножеством множества решений исходного уравнения.
2	Верно выполнены все преобразования, но множество точек не изображено или изображено неверно (не построена ни одна из правильных прямых).
0	Решение не соответствует ни одному из вышеперечисленных критериев