

ВОЗМОЖНЫЕ РЕШЕНИЯ И КРИТЕРИИ ПРОВЕРКИ

1. Если во время полёта между двумя городами дует попутный ветер, то самолёт затрачивает на перелёт между ними $t_1 = 6$ ч. Если дует такой же боковой ветер перпендикулярно линии полёта, то самолёт затрачивает на перелёт $t_2 = 7,5$ ч. Найдите скорость ветра u , если скорость самолёта относительно воздуха постоянна и равна $v = 328$ км/ч. (4 балла) Сколько времени t_3 будет длиться перелёт, если скорость самолёта относительно воздуха останется прежней, но весь перелет будет дуть встречный ветер с такой же скоростью u ? (2 балла)

ВОЗМОЖНОЕ РЕШЕНИЕ:

При движении с попутным ветром время движения самолета и путь, пройденный им S , связаны следующим образом

$$S = (v + u) \cdot t_1. \quad (1)$$

При движении с боковым ветром время движения самолета и путь, пройденный им S , связаны следующим образом

$$S = \sqrt{v^2 - u^2} \cdot t_2. \quad (2)$$

Из записанных уравнений определяем скорость ветра

$$u = v \cdot \frac{t_2^2 - t_1^2}{t_2^2 + t_1^2}; \quad u = 72 \text{ км/ч.}$$

Рассмотрим движение со встречным ветром, в этом случае

$$S = (v - u) \cdot t_3. \quad (3)$$

Из выражений (1) и (3) определяем t_3

$$t_3 = \frac{v - u}{v + u} \cdot t_1; \quad t_3 = 9,375 \text{ (ч)} = 9 \text{ часов } 22 \text{ минуты} = 562 \text{ минуты.}$$

Критерии проверки:

	Содержание	Балл
1.1	Записано $S = (v + u) \cdot t_1$	1
	Найдена скорость относительно земли при боковом ветре	1
	Записано $S = \sqrt{v^2 - u^2} \cdot t_2$	1
	Найдена скорость 3,38 км/ч	1
1.2	Записано $S = (v - u) \cdot t_3$	1
	Найдено время движения при встречном ветре	1

2. Мимо остановки по прямой улице с постоянной скоростью проезжает грузовик. Через $\tau = 5$ с от остановки вдогонку грузовику отъезжает мотоциклист, движущийся с ускорением $a = 3 \text{ м/с}^2$, и догоняет грузовик на расстоянии $S = 150$ м от остановки. Чему равна скорость грузовика v ? (3 балла)

ВОЗМОЖНОЕ РЕШЕНИЕ:

Запишем уравнение движения грузовика и мотоцикла

$$x_{\Gamma} = v \cdot t;$$

$$x_{\text{М}} = \frac{a \cdot (t - \tau)^2}{2}.$$

Определим время встречи

$$S = \frac{a \cdot (t_{\text{В}} - \tau)^2}{2};$$

$$t_{\text{В}} = \tau + \sqrt{\frac{2S}{a}}; \quad t_{\text{В}} = 15 \text{ с}.$$

Определим скорость грузовика

$$v = \frac{S}{t_{\text{В}}}; \quad v = 10 \text{ м/с}.$$

Критерии проверки:

	Содержание	Балл
2	Записано $S = \frac{a \cdot (t_{\text{В}} - \tau)^2}{2}$ либо аналог	1
	Найдено время движения мотоцикла до встречи	1
	Определена скорость грузовика	1

3. Груз массой $m = 4$ кг подвешен к укрепленному в лифте динамометру. Лифт начинает спускаться с верхнего этажа с постоянным ускорением. Сначала показания динамометра были равны $F = 38$ Н. Далее показания динамометра стали равны 40 Н. Перед торможением на первом этаже показания динамометра стали равны 44 Н. Чему равно и куда было направлено ускорение лифта a на всех этапах движения? (3 балла) Скорость лифта при равномерном движении равна $v = 2$ м/с. Весь спуск занял время $T = 23$ с. С какого этажа производился спуск? (3 балла) Высота этажа равна $h = 3$ м.

ВОЗМОЖНОЕ РЕШЕНИЕ:

Определим силу тяжести груза $mg = 40$ Н.

В начале движения показания динамометра равны 38 Н, поэтому ускорение a_1 лифта направлено вниз. Определим ускорение в этом случае

$$F = m(g - a_1);$$

$$a_1 = g - \frac{F}{m};$$

$$a_1 = 0,5 \text{ м/с}^2.$$

Время движения лифта при разгоне равно

$$t_1 = \frac{v}{a_1}; \quad t_1 = \frac{2}{0,5} = 4 \text{ с.}$$

При разгоне лифт пройдет путь

$$S_1 = \frac{a_1 t_1^2}{2}; \quad S_1 = 4 \text{ м.}$$

Далее лифт движется равномерно, так как показания динамометра равны силе тяжести. Ускорение лифта равно нулю.

При торможении перед остановкой на первом этаже ускорение лифта направлено вверх и равно

$$F_2 = m(g + a_2);$$

$$a_2 = \frac{F}{m} - g;$$

$$a_2 = 1 \text{ м/с}^2.$$

Время движения лифта при торможении равно

$$t_2 = \frac{v}{a_2}; \quad t_2 = \frac{2}{1} = 2 \text{ с.}$$

При торможении лифт пройдет путь

$$S_2 = \frac{v^2}{2a_2}; \quad S_2 = 2 \text{ м.}$$

Так как все время движения лифта $T = 23$ с, то время равномерного движения равно

$$t_3 = T - t_1 - t_2; \quad t_3 = 23 - 4 - 2 = 17 \text{ (с)}.$$

За это время лифт пройдет путь

$$S_3 = v \cdot t_3; \quad S_3 = 34 \text{ м.}$$

Таким образом при спуске лифт прошёл путь

$$S = 4 + 34 + 2 = 40 \text{ (м)}.$$

Так как высоте этажа 3 метра, то лифт спускался с 14 этажа (в ответе получается число больше 13, значит в этом случае нужно округлять до ближайшего большего целого).

Критерии проверки:

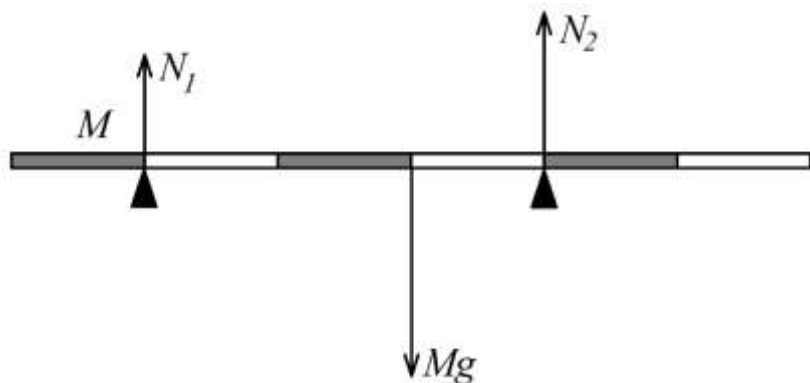
	Содержание	Балл
3.1	Записаны выражения, связывающие показания динамометра и ускорения для трех участков (по 0,5 за каждый)	1,5
	Определены направления и величины ускорения для трех участков (по 0,5 за каждый)	1,5
3.2	Найдены времена движения и пути, пройденные лифтом на трех участках (по 0,5 за каждый)	1,5
	Определен путь лифта	1
	Найден этаж	0,5

4. Однородный стержень массой M размещен на двух небольших опорах (см.рис.). Определить силы реакции опор. (4 балла)



Груз какой максимальной массы m_x можно подвесить на правый край стержня, чтобы стержень оставался горизонтальным? (3 балла) Чему равна сила реакции правой опоры в этом случае? (1 балл)

ВОЗМОЖНОЕ РЕШЕНИЕ:



Рассмотрим первую ситуацию. Расставим силы, действующие на стержень – это силы тяжести Mg и две силы реакции опоры N_1 и N_2 . Так как стержень находится в покое, то

$$N_1 + N_2 = Mg.$$

Длину стержня обозначим $3a$ и запишем правило

моментов относительно оси, проходящей через правую опору перпендикулярно плоскости чертежа

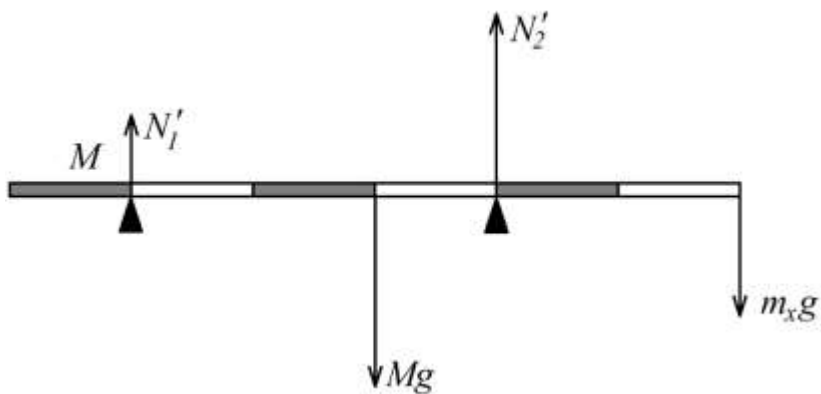
$$N_1 \cdot 3a = Mg \cdot a.$$

Из записанных соотношений определяем силы реакции опор

$$N_1 = \frac{1}{3}Mg;$$

$$N_2 = \frac{2}{3}Mg.$$

Теперь подвесим груз к правому краю и заново запишем условие покоя стержня и правило моментов. Силы реакции опор обозначим N'_1 и N'_2 .



$$N'_1 + N'_2 = (M + m_x)g;$$

$$N'_1 \cdot 3a - m_x g \cdot 2a = Mg \cdot a.$$

Из записанных выражений находим силу реакции левой опоры

$$N'_1 = \frac{M - 2m_x}{3}g.$$

Зная её, находим силу реакции правой опоры

$$N'_2 = \frac{2M + 5m_x}{3}g.$$

Проанализировав полученные выражения, видим, что сила реакции левой опоры N'_1 с увеличением массы груза уменьшается. Максимальное значение массы груза, про которой стержень еще горизонтален, находится из условия

$$N'_1 = 0,$$

что дает значение максимальной массы

$$M - 2m_x^{max} = 0;$$

$$m_x^{max} = \frac{M}{2}.$$

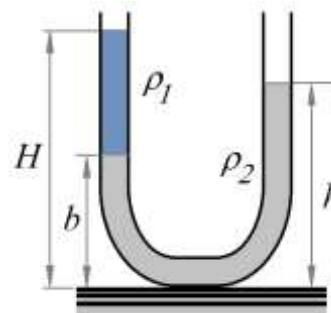
При таком значении массы груза сила реакции правой опоры будет равна

$$N'_2 = \frac{3}{2}Mg.$$

Критерии проверки:

	Содержание	Балл
4.1	Сделан рисунок, расставлены силы	1
	Дважды записано правило моментов для рычага относительно разных точек либо правило моментов и условие покоя рычага	2
	Найдены силы реакции	1
4.2	Дважды записано правило моментов для рычага относительно разных точек либо правило моментов и условие покоя рычага с прикрепленным грузом	1
	Найдены силы реакции	1
	Указано, что с увеличением массы груза будет уменьшаться сила реакции левой опоры	0,5
	Определена максимальная масса груза	0,5
	Найдена сила реакции правой опоры в этом случае	1

5. В широкую U-образную трубку, расположенную вертикально, налиты жидкости плотностью ρ_1 и ρ_2 (см. рисунок). Жидкости не смешиваются. На рисунке $b = 15$ см, $h = 30$ см, $H = 35$ см. Найти отношение плотностей ρ_1/ρ_2 . (3 балла)



ВОЗМОЖНОЕ РЕШЕНИЕ:

Запишем равенство давлений на высоте b для левого правого колена

$$\rho_1 g(H - b) = \rho_2 g(h - b).$$

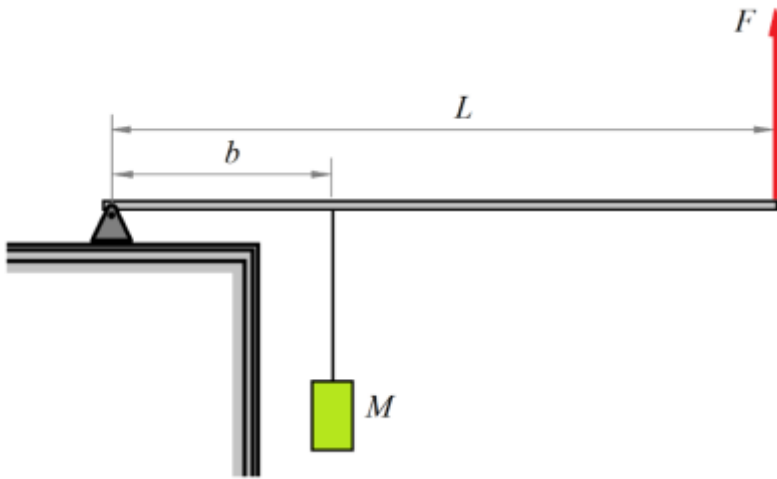
Из записанного уравнения определяем отношение плотностей

$$\frac{\rho_1}{\rho_2} = \frac{h - b}{H - b};$$

$$\frac{\rho_1}{\rho_2} = \frac{30 - 15}{35 - 15} = \frac{3}{4}.$$

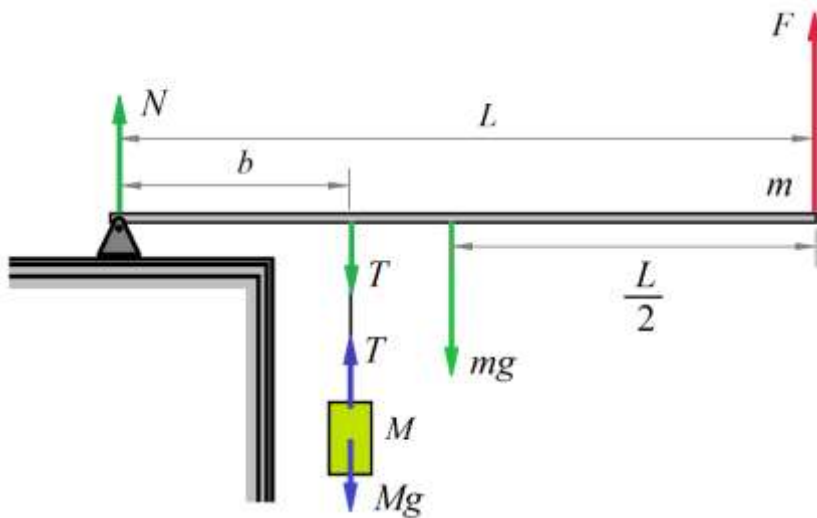
Критерии проверки:

	Содержание	Балл
5	Записано равенство давлений в левом и правом колене на одной высоте	2
	Найдено отношение плотностей	1



6. Груз массой $M = 100$ кг удерживают на месте с помощью рычага, приложив вертикальную силу $F = 350$ Н (см. рисунок). Рычаг состоит из шарнира без трения и однородного массивного стержня длиной $L = 5$ м. Расстояние от оси шарнира до точки подвеса груза равно $b = 1$ м. Чему равна масса стержня m ? (4 балла)

ВОЗМОЖНОЕ РЕШЕНИЕ:



Расставим силы в системе и запишем условие покоя груза M и правило моментов для рычага относительно точки крепления к шарниру

$$T = Mg;$$

$$FL = Tb + mg \frac{L}{2}.$$

Из записанных соотношений определяем массу рычага m

$$m = \frac{2F}{g} - \frac{2Mb}{L};$$

$$m = 30 \text{ кг.}$$

Критерии проверки:

	Содержание	Балл
6	Сделан рисунок, расставлены силы	1
	Записано условие покоя груза	1
	Записано правило моментов для рычага	1
	Получен ответ для массы рычага 30 кг	1

7. На неподвижный бильярдный шар налетел другой такой же шар. Налетевший шар имел до удара импульс $p = 0,5 \text{ кг}\cdot\text{м/с}$. После удара шары разлетелись под углом 90° так, что импульс одного $p_1 = 0,4 \text{ кг}\cdot\text{м/с}$ (см. рисунок). Каков импульс другого шара после соударения? (5 баллов)

ВОЗМОЖНОЕ РЕШЕНИЕ:

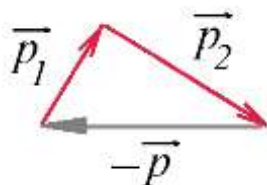
Запишем закон сохранения импульса в векторной форме

$$\vec{p} = \vec{p}_1 + \vec{p}_2.$$

Перенесем вектор p в правую сторону уравнения, получим

$$\vec{0} = \vec{p}_1 + \vec{p}_2 - \vec{p}.$$

Это означаем, что эти три вектора образуют треугольник, причем угол между векторами p_1 и p_2 прямой. Запишем теорему Пифагора

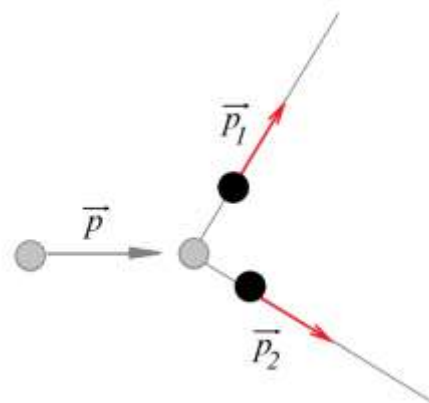


$$p^2 = p_1^2 + p_2^2;$$

$$p_2^2 = p^2 - p_1^2;$$

$$p_2 = \sqrt{p^2 - p_1^2};$$

$$p_2 = 0,3 \frac{\text{кг}\cdot\text{м}}{\text{с}}.$$



Критерии проверки:

	Содержание	Балл
7	Записан закон сохранения импульса либо в векторном виде, либо в проекциях на оси	2
	Для векторов импульсов – векторный треугольник	1
	Треугольник прямоугольный, теорема Пифагора	1
	Найден импульс p_2	1

8. Экспериментатор Глюк провел необычный эксперимент. Он взял теплоизолированный сосуд цилиндрической формы высотой $H = 10 \text{ см}$ и заполнил его полностью (до краёв) водой при температуре $t = 33 \text{ }^\circ\text{C}$, масса воды оказалась равна $M_1 = 100 \text{ г}$. После этого он взял кусочек льда массой $m = 50 \text{ г}$ при температуре плавления $t_{пл} = 0 \text{ }^\circ\text{C}$ и поместил его в этот сосуд так, чтобы он плавал в нем, не касаясь стенок сосуда. После того, как наступило тепловое равновесие, Глюк вынул оставшийся кусочек льда. Пренебрегая тепловыми потерями, по данным эксперимента найдите:

- объем вытесненной воды $V_{\text{выт}}$ из стакана, при погружении в него кусочка льда; (2 балла)
- массу расплавленного льда $m_{\text{пл}}$; (2 балла)
- массу оставшейся воды в стакане M_2 ; (1 балл)
- каким стал уровень воды h в стакане в результате эксперимента. (2 балла)

Табличные данные: плотность воды - $\rho_{\text{в}} = 1 \frac{\text{г}}{\text{см}^3}$, удельная теплоёмкость воды $c = 4200 \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot ^\circ\text{C}}$, удельная теплота плавления льда $\lambda = 330000 \frac{\text{Дж}}{\text{кг}}$.

ВОЗМОЖНОЕ РЕШЕНИЕ:

Запишем условие равновесия для кусочка льда в воде:

$$F_{\text{А}} = mg \quad (1)$$

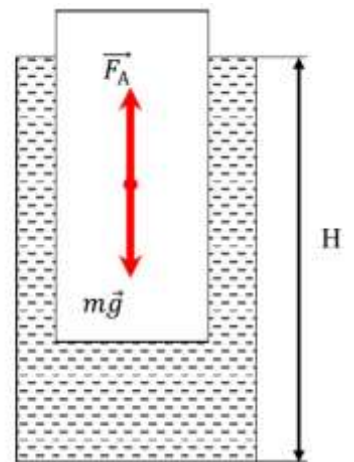
Запишем закон Архимеда, объем погруженной части льда в воду равен объему вытесненной воды:

$$F_{\text{А}} = \rho_{\text{в}} g V_{\text{выт}} \quad (2)$$

Из уравнений (1) и (2) получим формулу для нахождения объема вытесненной воды и найдем числовое значение:

$$V_{\text{выт}} = \frac{m}{\rho_{\text{в}}} = 50 \text{ см}^3.$$

Отсюда следует, что из стакана вылилась объём воды равный объёму вытесненной кусочком льда воды. Значит, в стакане к моменту начала таяния льда находилась вода массой $(M_1 - m)$.



В процессе плавления льда масса содержимого в стакане сохраняется. Так как отсутствуют тепловые потери, можно записать уравнение теплового баланса:

$$Q_{\text{охл}} = Q_{\text{пл}} \\ c(M_1 - m)(t - t_{\text{пл}}) = \lambda m_{\text{пл}}$$

Из записанного уравнения определим массу расплавленного льда:

$$m_{\text{пл}} = \frac{c(M_1 - m)(t - t_{\text{пл}})}{\lambda} = \frac{4200 \cdot (0,1 - 0,05) \cdot (33 - 0)}{330000} = 0,021 \text{ кг} = 21 \text{ г}.$$

Очевидно, что оставшаяся масса воды в стакане M_2 будет складываться из массы воды, которая была к моменту начала таяния льда и массы расплавленного льда:

$$M_2 = (M_1 - m) + m_{\text{пл}} = (100 \text{ г} - 50 \text{ г}) + 21 \text{ г} = 71 \text{ г}.$$

Массу воды в стакане можно определить через её плотность и объем, а объем через площадь дна стакана S и высоту уровня воды:

$$M_1 = \rho_{\text{в}} V_1 = \rho_{\text{в}} S H \quad (3)$$

$$M_2 = \rho_{\text{в}} V_2 = \rho_{\text{в}} S h \quad (3)$$

Из уравнений (3) и (4) найдем искомую высоту h :

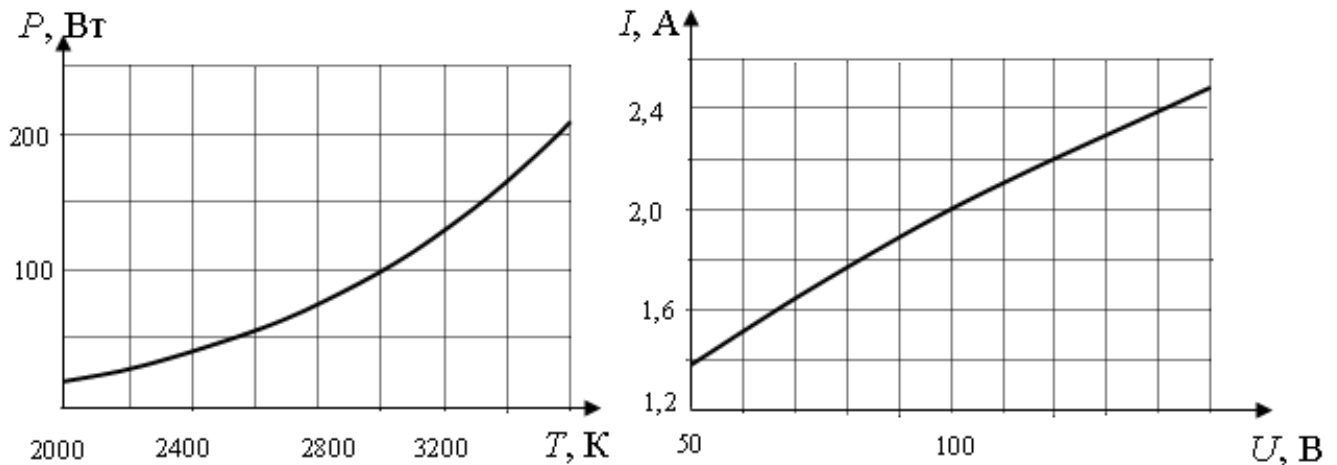
$$h = H \frac{M_2}{M_1} = 10 \text{ см} \cdot \frac{71 \text{ г}}{100 \text{ г}} = 7,1 \text{ см}.$$

Критерии проверки:

	Содержание	Балл
8.1	Равенство силы тяжести и силы Архимеда	1
	Найден объем вытесненной воды 50 см^3	1
8.2	Определена масса оставшейся в стакане воды к моменту начала таяния льда $M_1 - m$	0,5
	Записано уравнение теплового баланса	1
	Найдена масса расплавившегося льда 21 г	0,5
8.3	Найдена масса оставшейся воды в стакане M_2	1

8.4	Записана связь объёма (массы) и высоты уровня жидкости Найден уровень воды h	1 1
-----	---	--------

9. При нагревании спирали лампы накаливания протекающим по ней электрическим током основная часть подводимой энергии теряется в виде теплового излучения. На рисунке изображены графики зависимости мощности тепловых потерь лампы от температуры спирали $P = P(T)$ и силы тока от приложенного напряжения $I = I(U)$. При помощи этих графиков определите примерную температуру спирали лампы при силе тока $I = 2$ А. (3 балла)



ВОЗМОЖНОЕ РЕШЕНИЕ:

По графику зависимости силы тока от напряжения (ВАХ лампы) определим, что при токе 2 А напряжение на лампе равно $U = 100$ В. Поэтому на лампе будет выделяться мощность P , равная

$$P = I \cdot U;$$

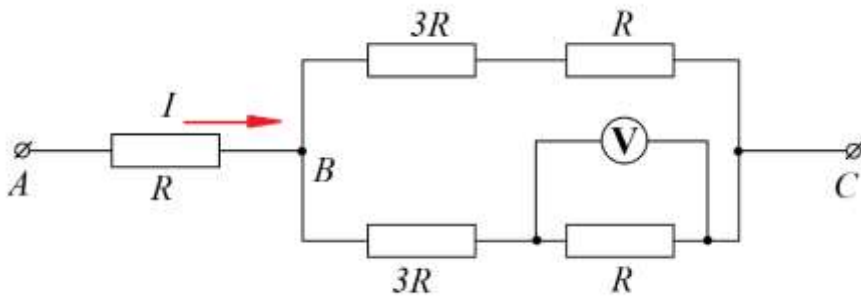
$$P = 2 \cdot 100 = 200 \text{ (Вт)}.$$

По графику зависимости мощности от температуры определяем температуру, соответствующую этой мощности

$$T = 3570 \text{ К}.$$

Критерии проверки:

	Содержание	Балл
9	По графику ВАХ найдено напряжение 100 В	1
	Посчитана мощность 200 Вт	1
	По графику $P(T)$ найдено значение температуры – примерно 3570 К	1



10. На рисунке показана схема участка электрической цепи. По участку AB течёт постоянный ток $I = 4$ А. Какое напряжение показывает идеальный

вольтметр, если сопротивление $R = 1$ Ом? (2 балла) Чему равно напряжение между точками A и C U_{AC} ? (3 балла)

ВОЗМОЖНОЕ РЕШЕНИЕ:

Так как вольтметр идеальный, то его сопротивление намного больше сопротивлений всех резисторов, следовательно, ток через него не идёт. Тогда в точке B ток поделится пополам, так как сопротивления верхней и нижней ветвей одинаковы и равны $3R + R = 4R$. Поэтому ток через резистор, к которому параллельно присоединён вольтметр, равен 2 А. Следовательно, напряжение на нём равно (показания вольтметра) $2 \cdot 1 = 2$ (В).

Напряжение между точками A и C равно

$$U_{AC} = I \cdot R + \frac{I}{2} \cdot (3R + R) = 3I \cdot R;$$

$$U_{AC} = 12 \text{ В.}$$

Критерии проверки:

	Содержание	Балл
10.1	Сопротивления верхней и нижней веток одинаковы	0,5
	В точке B ток делится пополам	0,5
	Найдены показания вольтметра	1
10.2	Найдено напряжение между точками A и C	2