

# Вступительное испытание по информатике для поступающих в 9 математико-информационный класс 28 марта 2024 года

Все ответы засчитываются, если они подтверждены решением

**Задание 1.** (2 балла) Маша перевела свой pin-код (число  $X$  в десятичной системе счисления) в системы счисления с основаниями 16, 8, 2. Часть символов в записи была утеряна. Позиции утерянных символов обозначены знаком \*:

$$X_{10} = **A_{16} = *61*_8 = 1*10*****_2$$

Помогите Маше восстановить pin-код.

**Ответ** 906

**Решение**

Переведем имеющиеся цифры в 2-ичную систему

$$X_{10} = *****1010_2 = ***110001***_2 = 1*10*****_2$$

Заметим, что число, которое изначально было в 2-ичной системе имеет 10 цифр, а 8-ричное и 16-ричное, значит:

$$X_{10} = 00*****1010_2 = 00*110001***_2 = 1*10*****_2$$

Объединим имеющиеся 0 и 1 в одно двоичное число:

$$X_{10} = 001110001010_2$$

$$X = 906$$

## Критерии оценивания

Верный ответ в десятичной системе счисления	2 балла
Верный ответ не в десятичной системе счисления	1,5 балла
Введен неверный ответ, приведено верное решение	1 балл

**Задание 2.** (3 балла) Маше втрое больше лет, чем было Мише, когда она была в его нынешнем возрасте. Когда он будет в её нынешнем возрасте, им вместе будет 49 лет. Сколько сейчас лет Маше и сколько Мише?

Введите два числа. Сначала текущий возраст Маши, потом возраст Миши.

**Ответ** 21 14

**Решение**

Пусть Мише было  $x$  лет, когда Маша была в его нынешнем возрасте. Обозначим этот «нынешний возраст» переменной  $y$ . В будущем, когда Мише будет  $x$  лет, Маше будет  $49 - 3x$  лет:

	Было	Сейчас	Будет
Маша	$y$	$3x$	$49 - 3x$
Миша	$x$	$y$	$3x$

Так как между «Было» и «Сейчас» прошло одно и тоже количество лет

$$3x - y = y - x$$

$$y = 2x.$$

Так как между «Сейчас» и «Будет» также пройдет одно и тоже количество лет

$$(49 - 3x) - 3x = 3x - y$$

находим  $x = 7$ .

Тогда текущий возраст Маши  $3x=21$ , Миши  $y=2x=14$

### Критерии оценивания

Верный ответ и решение	3 балла
Введен неверный ответ, приведено верное решение	2,5 балла
Составлено верное уравнение. Ошибка в решении уравнения	2 балла

**Задание 3.** (3 балла) Юре и Юле сейчас вместе 18 лет, причём Юле в три раза меньше лет, чем будет Юре тогда, когда им вместе будет в десять раз больше лет, чем Юре сейчас.

Сколько лет Юре?

**Ответ** 7

**Решение** Пусть Юле сейчас  $x$  лет, а Юре —  $y$  лет. По условию, когда им вместе будет 5 $y$  лет, Юре будет  $3x$  лет:

	Сейчас	Будет
Юля	$x$	$10y - 3x$
Юра	$y$	$3x$
вместе	18	10 $y$

Так как между «Было» и «Сейчас» пройдет одно и тоже количество лет

$$(10y - 3x) - x = 3x - y,$$

то есть

$$11y = 7x.$$

Так как сумма возрастов Юры и Юли «Сейчас» равна 18, получаем:

$$x + y = 18.$$

Решив систему двух линейных уравнений находим  $x = 11$  и  $y = 7$ .

### Критерии оценивания

Верный ответ и решение	3 балла
Введен неверный ответ, приведено верное решение	2,5 балла
Составлено верное уравнение. Ошибка в решении уравнения	2 балла

**Задание 4.** (4 балла)

Мише нужно сохранить все файлы со своего компьютера перед переустановкой операционной системы. Для хранения он решил использовать облачное хранилище. Файлы в облачное хранилище загружаются пакетами по 350 КБайт. 21 мс пакет передаётся в облачное хранилище, 10 мс используется для его сохранения и еще 25 мс уходит на уведомление Миши об успешном сохранении и запрос на следующий пакет. Какой максимальный объём данных (целое число ГБайт) Миша может загрузить в облачное хранилище за 12 часов, если настроит автоматическую последовательную отправку пакетов?

В ответе укажите **целое число ГБайт**.

Примечание. Будем считать, что размер любого передаваемого файла кратен 350 Кбайт, 1 Гбайт = 1024 Мбайт, 1 Мбайт = 1024 Кбайт, 1 Кбайт = 1024 байт.

**Ответ** 257

**Решение** Вычислим количество миллисекунд в 12 часах:

$$12 * 60 * 60 * 1000 = 43200000$$

Вычислим количество миллисекунд, за которое сохраняется один фрагмент файла размером в 350 КБ:  $21 + 10 + 25 = 56$

Вычислим максимальное количество фрагментов, которое можно передать за 12 часов:  
 $43200000 / 56 \sim 771428,571428$

Так как число фрагментов – число целое, то округлим максимальное количество фрагментов до ближайшего снизу целого 771428.

Вычислим объём этих фрагментов в ГБайт (с округлением в меньшую сторону):

$$771428 * 350 \text{ КБайт} = 269999800 \text{ КБайт} \sim 263671 \text{ МБайт} \sim 257 \text{ Гбайт}$$

### Критерии оценивания

Верный ответ и решение	4 балла
Приведено верное решение. Введен неверный ответ.	3,5 балла
Введен неверный ответ, приведено решение. Допущена вычислительная ошибка или ошибка в единицах измерения.	3 балла

#### Задание 5. (4 балла)

Дан фрагмент электронной таблицы:

	A	B	C	D
1	8	16	???	???
2	$=(B1+A1)*12$	$=B1/2-C1*2$	$=A1*4+B1*4$	$=(B1+D1*2-A1)*4$



Известно, что все значения диапазона, по которым построена диаграмма, имеют один и тот же знак. Какие целые числа должны быть записаны в ячейках C1 и D1, чтобы построенная после выполнения вычислений диаграмма по значениям диапазона ячеек A2:D2 соответствовала рисунку?

**Ответ** -44 8

**Решение** Задачу можно было решить программой на языке программирования, в электронных таблицах или математически. В любом случае необходимо вычислить значения в  $A2=(8+16)*12=288$  и  $C2=8*4+16*4=96$ .

Приведем решение без применения компьютера.

По диаграмме три значения диапазона в сумме равны четвертому. Все значения диапазона, по которым построена диаграмма, имеют один и тот же знак. Тогда  $B2=D2=96$ .

Пусть  $C1=x$  и  $D1=y$ .

$$16/2-2x=96$$

$$X=-44$$

$$(16+2y-8)*4=96$$

$$Y=8$$

## Критерии оценивания

Верный ответ и решение	4 балла
Приведено верное решение. Значения в ячейках C1 и D1 переставлены	3 балла
Получен и введен верный ответ. В решении вычисляется значение ячейки A2 и принимается за максимальное. Значение ячейки C2 не вычисляется.	1 балл
Введен неверный ответ, приведено решение. Верно вычислены значения в ячейках диапазона A2:D2, по которым строится диаграмма, но значения C1 и D1 не вычислены	1 балл

**Задание 6.** (4 балла) Дан фрагмент электронной таблицы:

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q
1	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26
2	43	42	41	40	39	38	37	36	35	34	33	32	31	30	29	28	27
3	44	45	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
4	77	76	75	74	73	72	71	70	69	68	67	66	65	64	63	62	61
5																	
6																	
7																	

В ячейку C5 записали формулу  $=\$D1+?$  Известно, что на месте вопросительного знака стоит ссылка на одну из ячеек диапазона A1:Q4, а числовое значение в ячейке C5 стало равно 29. Затем формулу из ячейки C5 скопировали в ячейку G6 и K7. В ячейке G6 получили значение 60. Чему равно числовое значение в ячейке K7?

**Ответ** 71

**Решение** Значение ячейки D1 = 13, значит, чтобы получить 29, нам нужно найти ячейку, значение которой равно 16, и это ячейка G1. Формулу в ячейке C5 скопировали в ячейку G6. Так как формула в ячейке C5 это  $=\$D1+G1$ , то в ячейке G6 получаем значение, равное 73, что нам не подходит. Значит, в формуле нужно установить абсолютную ссылку на строку, на столбец или строку и столбец одновременно. Из трёх возможных подходит G\$1. Тогда, формула в ячейке C5 будет  $=\$D1+G\$1$ , а в G6 будет  $\$D2+K\$1$  и получится значение 60. Эту формулу копируем в ячейку K7 и получаем значение 71.

## Критерии оценивания

Верный ответ и решение	4 балла
------------------------	---------

**Задание 7.** (4 балла) Исполнитель Черепаха передвигается по плоскости и оставляет след в виде линии. Черепаха может выполнять две команды: **Вперёд n** (n – число) и **Направо m** (m – число). По команде **Вперёд n** Черепаха перемещается вперёд на n единиц. По команде **Направо m** Черепаха поворачивается на месте на m градусов по часовой стрелке, при этом соответственно меняется направление дальнейшего движения.

В начальный момент Черепаха находится в начале координат и направлена вверх (вдоль положительного направления оси ординат). Запись **Повтори k [Команда1 Команда2 ... КомандаS]** означает, что заданная последовательность из S команд повторится k раз.

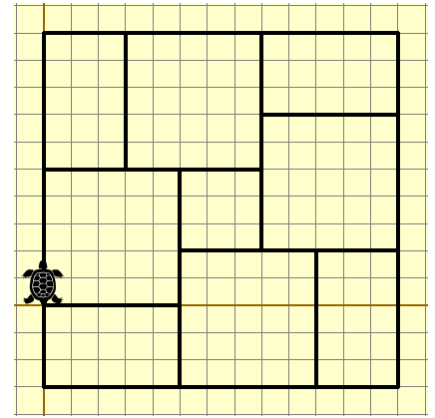
Черепаха выполнила следующую программу:

**Повтори 4 [Повтори 4 [Вперёд 5 Направо 90] Вперёд 10 Направо 90 Вперёд 3]**

Определите количество различных точек с целочисленными координатами, в которых при выполнении этой программы Черепаха побывала более одного раза

**Ответ** 36

**Решение** В результате команды «Повтори 4 [Вперёд 5 Направо 90]» Черепаха начертит квадрат со стороной 5, вернувшись в исходную позицию. Команда «Вперёд 10 Направо 90 Вперёд 3» построит квадрат до ломаной. Этот цикл повторится 4 раза, а Черепаха в конце выполнения алгоритма поворачивается на 90 градусов вправо и возвращается в начальную точку. В результате выполнения программы получится квадрат со стороной 13, внутри которого расположены 4 квадрата со стороной 5, четыре прямоугольника со сторонами 3 и 5, а также квадрат со стороной 3.



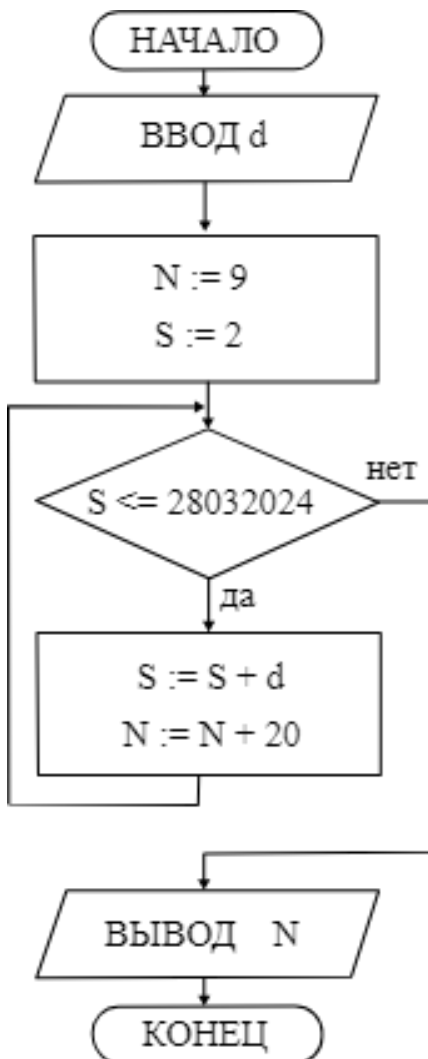
Остаётся посчитать линии, по которым Черепаха прошла более одного раза.

Таких линий 8. Длина 4 из них – 5 (стороны квадратов), других 4 – 2. На линиях длиной 5 – 6 целочисленных точек, на линиях длиной 2 – 3 целочисленные точки.

$$(3+6)*4 = 36.$$

### Критерии оценивания

Верный ответ и решение	4 балла
Верный поиск ответа. Вычислительная ошибка	3 балла



### Задание 8. (4 балла)

Дана блок-схема алгоритма.

Найдите наименьшее и наибольшее целое значение числа  $d$ , которое нужно ввести, чтобы после выполнения программы было напечатано 249?

**Ответ** Наименьшее 2336002, наибольшее 2548365

**Решение** Обозначим через  $K$  количество выполненных итераций (повторов тела цикла, тактов).  $S = 2 + d * K$ ,  $N = 9 + 20 * K$ . Так как выполнения программы было напечатано  $N = 249$ , то можем вычислить количество итераций  $(249 - 9) / 20 = 12$ . Значит при  $d = 12$  из цикла вышли, а при  $d = 11$  ещё могли зайти.

Условие входа в цикл:  $S \leq 28032024$ , выхода:  $S > 28032024$

$$\begin{cases} 2 + d * 11 \leq 28032024 \\ 2 + d * 12 > 28032024 \end{cases}$$

Получаем  $2336001,8(3) < d \leq 2548365, (63)$

Однако, алгоритм получает целые числа  $N, S$ . Внутри алгоритма они только суммируются с целыми числами  $d$  и  $20$ . Находим целые значения, удовлетворяющие двойному неравенству

$$d_{\min} = 2336002, d_{\max} = 2548365$$

## Решение на Python (примерное время работы 1 минута)

```

d_max, d_min = 0, 28032024
for d in range(1000000, 100000000):
    N = 9
    s = 2
    k = 0
    while s <= 28032024:
        s = s + d
        N = N + 20
        k += 1
        if k > 12: # количество итераций по N равно 12 ((249-9)/20)
            break
    if N == 249:
        d_min = min(d_min, d)
        d_max = max(d_max, d)
print(d_min, d_max)

```

## Критерии оценивания

Верный ответ и решение	4 балла
Верный поиск ответа. Математически полученные ответы не являются целыми числами	3 балла
Верно найдено одно из необходимых значений. Обоснованное решение.	2 балла
Верно найдено одно из необходимых значений. Способ получения не раскрыт полностью	1 балл

### Задание 9. (5 баллов)

Дана блок-схема алгоритма.

Массив A имеет размерность 20 и перед началом выполнения алгоритма был заполнен нулями.

1. Что будет выведено при вводе числа 2749?
2. Определите наименьшее значение переменной N на входе приведённого алгоритма, при котором на выходе была получена последовательность 1000011100010010

Примечание.

$(X \bmod Y)$  вычисляет остаток от целочисленного деления X на Y.

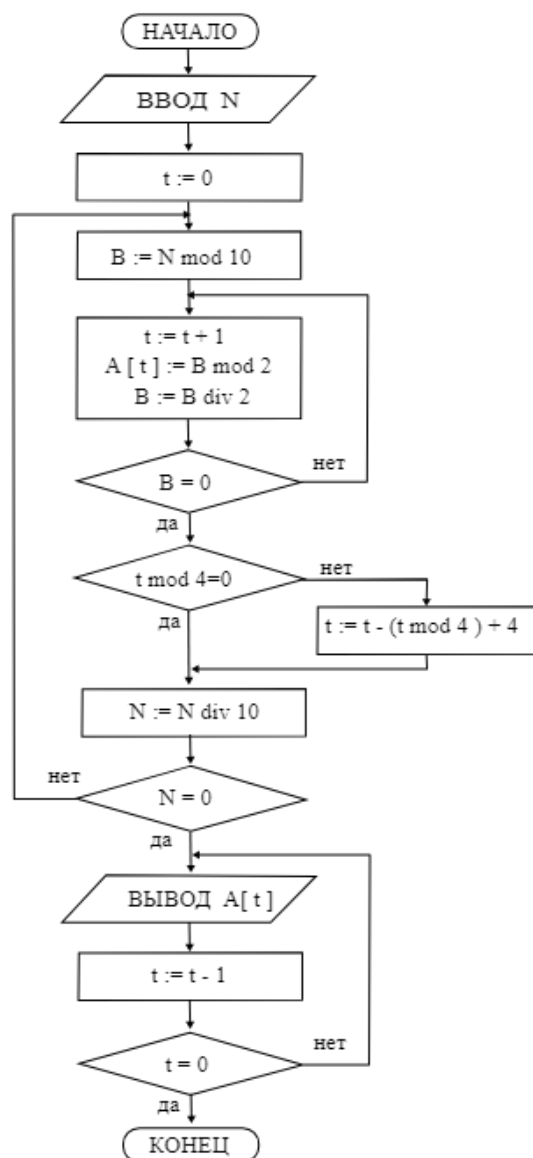
$(X \operatorname{div} Y)$  вычисляет целую часть при делении X на Y.

$X := 10$  - операция присвоения переменной X значения 10

$X = 10$  - сравнение значения переменной X с числом 10

**Ответ** 1. 0010011101001001  
2. 8712

**Решение** Алгоритм переводит число N в двоичную систему счисления, выделяя для каждого отличного от нуля десятичного числа четыре элемента массива A.



## Программа на Python для вопроса 1

```
A = [0] * 20
while N != 0:
    B = N % 10
    while B != 0:
        t = t + 1
        A[t] = B % 2
        B = B // 2
    if t % 4 != 0:
        t = t - (t % 4) + 4
    N = N // 10
while t != 0:
    print(A[t], end='')
    t = t - 1
```

Ответ на второй вопрос проще всего получить, переведя из двоичной в десятичную систему счисления каждые 4 символа. Либо написать программу, перебирающую различные N и сравнивающие результат выполнения алгоритма с данной строкой 1000011100010010.

Один из вариантов такой программы на Python:

```
num = 0
s = ''
while s != '1000011100010010':
    num += 1
    a = [0] * 20
    N = num
    t = 0
    while N != 0:
        B = N % 10
        while B != 0:
            t += 1
            a[t] = B % 2
            B = B // 2
        if t % 4 != 0:
            t = t + 4 - t % 4
        N = N // 10
    s = ''
    while t != 0:
        s += str(a[t])
        t -= 1
print(num)
```

### Критерии оценивания

Верный ответ и решение	5 баллов
Верный поиск ответа. Потеряны ведущие нули в ответе	4 балла
Верно найдено одно из необходимых значений. Обоснованное решение.	3,33 балла
Верно найдено одно из необходимых значений. Способ получения не раскрыт полностью	1,67 балла
Написана программа для поиска одного из необходимых значений. Одна ошибка в программе	1 балл

**Задание 10.** (5 баллов) На предприятие поступил заказ на выпуск деталей из ценного и редкого сплава. Из заготовок (параллелепипедов массой  $K$  кг каждый) на токарном станке вытачиваются детали массой  $M$  кг каждая (из каждой заготовки вытачивают максимально возможное количество деталей). Все остатки металла возвращают к началу производственного цикла. Если металла, который получится при сплавлении всех остатков, достаточно для изготовления хотя бы одной заготовки, то его сплавляют и снова изготавливают заготовки, из них – детали и т.д.

Необходимо узнать какое количество сплава нужно будет отправлять металлургический цех и сколько раз это произойдет, если предприятие получило  $N$  кг сплава.

### Входные данные

Вводятся натуральные числа  $N, K, M$  ( $M \leq K \leq N \leq 10000$ ) по одному в строке.

### Выходные данные

Выведите два числа — количество металла, которое было переплавлено (в кг) и сколько раз сплавляли металл.

### Примеры

	входные данные	выходные данные
1)	10 5 2	0 0
2)	13 5 3	7 1
3)	14 5 3	13 2

### Решение Программа на Python

```
n = int(input())
k = int(input())
m = int(input())
s, counter = 0, 0
while k <= n:
    n -= (n // k) * (k // m) * m
    if n >= k:
        counter += 1
        s += n
print(s, counter)
```

### Критерии оценивания

Верный ответ и решение.	5 баллов
Написанная программа неверно вычисляет количество переплавленного металла. Цикл организован верно, количество итераций считается верно.	2 балла
Написанная программа неверно вычисляет количество оставшегося металла. Цикл организован верно, при исправлении формулы количество итераций считается верно.	1 балл
Написанная программа верно вычисляет только количество оставшегося металла. Цикл организован неверно.	1 балл



## Тесты для проверки

№	входные данные	выходные данные
1.	10 5 2	0 0
2.	13 5 3	7 1
3.	14 5 3	13 2
4.	1000 3 2	504 5
5.	1000 4 3	334 4
6.	1000 7 5	410 4
7.	1000 13 7	876 6
8.	1000 27 13	38 1
9.	1000 24 2	0 0
10.	200 102 49	102 1
11.	59 11 5	0 0
12.	10000 17 5	1350 3
13.	10000 13 7	8604 9
14.	5000 13 7	4335 8

**Задание 11.** (12 баллов) В супермаркете имеется  $N$  касс. Каждая касса работает без перерыва ежедневно по одному расписанию. Маша хотела бы увидеть  $N$  работающих одновременно касс. Помогите найти этот временной промежуток, если он существует. Если таких промежутков несколько, то найдите максимальный из них. Если максимальных несколько, то укажите первый из них.

### Входные данные

Вводится одно целое число  $N$  ( $0 < N \leq 1000$ ). В каждой из следующих  $N$  строк через пробел вводятся 4 целых числа, первые два из которых обозначают время открытия кассы в часах и минутах (часы — целое число от 0 до 23, минуты — целое число от 0 до 59), оставшиеся два — время закрытия в том же формате. Числа разделены пробелами.

Время открытия означает, что в соответствующую ему минуту касса уже работает, а время закрытия — что в соответствующую минуту касса уже не работает. Например, касса, открытая с 10 ч. 30 мин. до 18 ч. 30 мин., ежедневно работает 480 минут.

Если время открытия совпадает с временем закрытия, то касса работает круглосуточно. Если первое время больше второго, то касса начинает работу до полуночи, а заканчивает — на следующий день

### Выходные данные

Требуется вывести два числа — начало и конец промежутка (в часах и минутах), на протяжении которого работают все  $N$  касс. Если такого промежутка времени не существует, вывести 0.

### Пояснения к примерам

- 1) Первая касса работает с часу до 23 часов, вторая – круглосуточно, третья – с 22 часов до 2 часов ночи следующего дня. Таким образом, все три кассы одновременно работают с 22 до 23 часов и с часу до двух часов. Оба промежутка равны одному часу. Указываем первый из них.
- 2) Первая касса работает до 14 часов, а вторая начинает работать в 14 часов 15 минут, то есть одновременно кассы не работают.
- 3) Вместе кассы работают лишь одну минуту – с 14:00 до 14:01 (в 14:01 вторая касса уже не работает).
- 4) Первая касса работает круглосуточно. Вторая касса - с 22:01 до 02:10. Вместе они работают с 22:01 до 02:10

### Примеры

	входные данные	выходные данные
1)	3 1 0 23 0 12 0 12 0 22 0 2 0	1 0 2 0
2)	2 9 30 14 0 14 15 21 0	0
3)	2 14 0 18 0 10 0 14 1	14 0 14 1
4)	2 14 0 14 0 22 1 2 10	2

## Решение Один из вариантов программы на Python

```

n = int(input())
a = [0] * 1440
for i in range(n):
    h1, m1, h2, m2 = map(int, input().split())
    t1 = h1 * 60 + m1
    t2 = h2 * 60 + m2
    if t1 >= t2:
        for j in range(t1, 1440):
            a[j] += 1
        for j in range(t2):
            a[j] += 1
    else:
        for j in range(t1, t2):
            a[j] += 1
a = a + a
ans1, ans2 = 0, 0
start, fin, max_len = 0, 0, 0
for i in range(1440 * 2 - 1):
    if a[i] < n and (i == 1440 * 2 or a[i + 1] == n):
        start = i + 1
    elif a[i] == n and (i == 1440 or a[i + 1] < n):
        fin = i + 1
    if fin - start > max_len:
        max_len = fin - start
        ans1, ans2 = start, fin

if ans1 == ans2 == 0:
    print(0)
    exit()

print(ans1 // 60, ans1 % 60, (ans2 // 60) % 24, ans2 % 60)

```

### Критерии оценивания

	балл
Верный ответ и решение.	12
Написанная программа верно работает в пределах одних суток. Не верно работает при переходе через 00:00	10
Написанная программа содержит синтаксические ошибки. В целом верный алгоритм, вычисляющий в пределах суток. Выводится не то, что требуется	4

### Тесты для проверки

Номер теста	Входные данные	Выходные данные	Примечание
1.	3 1 0 23 0 12 0 12 0 22 0 2 0	1 0 2 0	Из условия задачи. . В пределах одних суток
2.	2 9 30 14 0 14 15 21 0	0	Из условия задачи. Искомого промежутка нет
3.	2 14 0 18 0 10 0 14 1	14 0 14 1	Из условия задачи. В пределах одних суток
4.	2 14 0 14 0 22 1 2 10	22 1 2 10	Из условия задачи. Переход в следующие сутки

5.	3 1 0 1 0 3 1 3 1 3 2 3 0	3 2 3 0	Переход в следующие сутки
6.	3 1 0 1 0 3 1 3 1 3 2 3 2	0 0 0 1	Полные сутки
7.	4 3 0 1 0 4 0 2 0 5 0 3 0 6 0 4 0	6 0 1 0	Переход в следующие сутки
8.	30 10 18 18 57 4 40 17 44 21 20 16 15 21 3 15 27 17 50 22 20 16 7 11 49 20 10 23 11 9 57 2 22 19 10 12 19 12 53 2 34 4 27 5 26 21 15 1 15 21 8 1 16 21 26 7 8 11 58 23 6 19 1 6 11 17 22 5 11 3 58 21 48 7 58 20 43 18 36 15 12 18 56 7 44 18 56 19 30 10 51 8 11 10 25 21 27 10 6 13 41 2 38 10 15 7 50 13 9 0 19 16 25 20 58 6 31 19 51 15 37	0	Искомого промежутка нет